SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FILOZOFSKI FAKULTET

Amanda Glavaš

Utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima na postignuća u srednjoškolskoj nastavi matematike

Doktorski rad

PRIVREMENA VERZIJA

Osijek, 2026. godina.

JOSIP JURAJ STROSSMAYER UNIVERSITY

FACULTY OF HUMANITIES AND SOCIAL SCIENCES

Amanda Glavaš

The Influence of Effective Teachers' Feedback on Students' Achievments in Secondary School Mathematics

Doctoral thesis

Osijek, 2026 year

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FILOZOFSKI FAKULTET

Amanda Glavaš

Utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima na postignuća u srednjoškolskoj nastavi matematike

Doktorski rad

Područje društvenih znanosti, pedagogija, didaktika

Mentor: prof.dr.sc. Renata Jukić

Komentor: izv.prof.dr.sc. Ljerka Jukić Matić

Osijek, 2026. godina.

JOSIP JURAJ STROSSMAYER UNIVERSITY

FACULTY OF HUMANITIES AND SOCIAL SCIENCES

Amanda Glavaš

The Influence of Effective Teachers' Feedback on Students' Achievments in Secondary School Mathematics

Doctoral thesis

Pedagogy

Supervisors: Renata, Jukić, Full Professor

Ljerka Jukić Matić, Associate Professor

Osijek, 2026 year

IZJAVA O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI

Izjavljujem s punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam ovaj rad samostalno napravio/la te da u njemu nema kopiranih ili prepisanih dijelova teksta tuđih radova, a da nisu označeni kao citati s napisanim izvorom odakle su preneseni. Svojim vlastoručnim potpisom potvrđujem da sam suglasan/na da Filozofski fakultet Osijek trajno pohrani i javno objavi ovaj moj rad u internetskoj bazi doktorskih radova knjižnice Filozofskog fakulteta Osijek, knjižnice Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku i Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu.

Mjesto i datum

Osijek,

Potpis doktoranda

Amanda Škvat

INFORMACIJE O MENTORICI

Prof.dr.sc. Renata Jukić (Papeš) rođena je 1972. god. u Osijeku. Diplomirala je 1996. godine na Pedagoškom fakultetu u Osijeku (Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku) te stekla naziv diplomirane profesorice biologije i kemije. Poslijediplomski znanstveni studij pedagogije završila je 2006. god. na Filozofskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu te stekla akademski stupanj magistrice znanosti iz znanstvenog područja društvenih znanosti, znanstvenog polja odgojne znanosti, a doktorski rad *Didaktičko strukturiranje kurikuluma ekološkog odgoja i obrazovanja* (mentor prof. dr. sc. Vlatko Previšić), obranila je na istom fakultetu 2013. god. te stekla akademski stupanj doktora znanosti iz znanstvenog područja društvenih znanosti, znanstvenog polja pedagogije, znanstvene grane didaktika.

Nakon gotovo desetogodišnjeg radnog iskustva u Isusovačkoj klasičnoj gimnaziji s pravom javnosti u Osijeku, od 2008. godine neprekidno je djelatnica Odsjeka za pedagogiju Filozofskog fakulteta Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku. U tom je razdoblju sudjelovala u realizaciji kolegija: Didaktika, Teorije kurikuluma, Komparativna pedagogija, Andragogija, Odgoj i obrazovanje za održivi razvoj, Pedagoška komunikacija, Odgoj za nenasilje i suradnju, Visokoškolska pedagogija, Pedagogija održivog razvoja, Suvremene nastavne strategije te Vrednovanje u odgoju i obrazovanju, na preddiplomskom, diplomskom i doktorskom studiju.
Suradnica je na više znanstvenoistraživačkih i stručnih projekata. U okviru Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu sudjelovala je u projektu *Kurikulum socijalnih kompetencija i odnosa u školi*, a u projektima koje je nosilo Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta sudjelovala je u *Educa-T Grantu* te projektu *Kompetencijski standardi nastavnika, pedagoga i mentora*. Pod okriljem UNICEF-a sudjelovala je u projektu *Subjektivna dobrobit djece u Hrvatskoj*, a u okviru Hrvatske zaklade za znanost u projektu *Stručno usavršavanje učitelja u funkciji unapređenja škole u prirodoslovnom i matematičkom području*. Na međunarodnoj razini sudjelovala je u projektu *BAQUAL – Better Academic Qualifications through Quality Assurance*, koji su zajednički nosili Ministarstvo znanosti i obrazovanja Republike Hrvatske, Ministarstvo za obrazovanje i nauku Republike Sjeverne Makedonije te Agencija za kontrolu i osiguravanje kvalitete visokog obrazovanja Republike Crne Gore. U okviru Ministarstva znanosti i obrazovanja sudjelovala je i kao konzultantica u izradi smjernica za primjenu međupredmetne teme uporabe informacijsko-komunikacijske tehnologije unutar Eksperimentalnog programa *Osnovna škola kao cjelodnevna škola*.
Obnašala je niz rukovodećih funkcija: voditeljica Odsjeka za pedagogiju, voditeljica Programa za cjeloživotno učenje, v.d. prodekanice za nastavu i studente, voditeljica Centra za didaktičko-metodička istraživanja, voditeljica Katedre za didaktiku te voditeljica Nastavnog programa za

stjecanje andragoških kompetencija, sve na Filozofskom fakultetu Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku.

Aktivno sudjeluje u radu niza povjerenstava i radnih skupina na institucionalnoj, nacionalnoj i međunarodnoj razini. Na Filozofskom fakultetu u Osijeku članica je Povjerenstva za stjecanje doktorata znanosti te radnih skupina za izradu elaborata studijskog programa pedagogije i Pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke izobrazbe. Na razini Sveučilišta J. J. Strossmayera članica je Povjerenstva za akademsko priznavanje inozemnih visokoškolskih kvalifikacija. Pri Ministarstvu znanosti i obrazovanja sudjeluje u Stručnom povjerenstvu za priznavanje inozemnih stručnih kvalifikacija, Stručnom povjerenstvu za procjenu Nastavnog programa za stjecanje andragoških kompetencija te Stručnom povjerenstvu za procjenu eksperimentalnih materijala za program *Osnovna škola kao cjelodnevna škola*. Na nacionalnoj razini članica je Nacionalnog etičkog povjerenstva za istraživanja s djecom pri Ministarstvu za demografiju, obitelj, mlade i socijalnu politiku, a na međunarodnoj razini sudjelovala je u Radnoj skupini za izradu standarda kvalifikacije za nastavnika u visokom obrazovanju u okviru projekta BAQUAL.

Bila je članicom brojnih programskih i organizacijskih odbora na međunarodnim znanstvenim i stručnim konferencijama i simpozijima, članica je uredništva časopisa International Journal of educational Methodology, recenzentica niza radova unutar domaćih i međunarodnih znanstvenih i stručnih skupova te radova u brojnim časopisima.

Objavila je 60-ak znanstvenih radova (https://www.croris.hr/osobe/profil/28199).

Voditeljica je niza obrazovnih aktivnosti pri sveučilištu, visokoškolskim ustanovama, ministarstvima. Za potrebe osobnog usavršavanja u stjecanju niza nastavničkih kompetencija završila je niz radionica i kratkih tečajeva te program EMCC Europian Quality Award međunarodno akreditiranu Školu coacheva te 8-tjedni tečaj mindfulnessa zasnovan na programu kognitivne terapije pune svjesnosti.

Udana, majka troje djece.

INFORMACIJE O KOMENTORICI

Izv. prof. dr. sc. Ljerka Jukić Matić rođena je 1982. godine u Osijeku. Diplomirala je 2005. godine na Odjelu za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, na nastavničkom studiju matematike i informatike. Doktorsku disertaciju pod naslovom *Visokoškolska nastava infinitezimalnog računa na studijima tehničkih i prirodnih znanosti u Hrvatskoj i Danskoj* obranila je 2011. godine na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, pod mentorstvom prof. dr. sc. Bettine Dahl Søndergaard i doc. dr. sc. Franke Miriam Brückler. Tijekom doktorskog istraživanja u više je navrata boravila na Sveučilištu Aarhus u Danskoj, gdje je provodila usporedna istraživanja visokoškolske nastave matematike.

Od 2005. godine zaposlena je na Sveučilištu u Osijeku, najprije kao asistentica, zatim kao poslijedoktorandica i docentica, a od 2021. godine u zvanju izvanredne profesorice. Danas radi na Fakultetu primijenjene matematike i informatike, prijašnjem Odjelu za matematiku Sveučilišta u Osijeku. U nastavnom radu sudjeluje u obrazovanju budućih nastavnika matematike, organizaciji nastavne prakse, stručnom usavršavanju učitelja i nastavnika matematike te znanstvenoistraživačkom radu u području metodike nastave matematike. Predsjednica je Katedre za geometriju i metodiku nastavu matematike.

Njezino znanstveno i stručno djelovanje usmjereno je na poučavanje i učenje matematike, uporabu udžbenika i nastavnih resursa, profesionalni razvoj nastavnika, matematičku kreativnost, vrednovanje te primjenu digitalnih igara u nastavi matematike. Sudjelovala je u više nacionalnih i međunarodnih znanstvenih projekata, među kojima se ističu GAMMA (*GAMe-based learning in MAthematics*), SURFPRIMA (*Professional Development of Teachers for the Improvement of Primary School Students' Learning Outcomes in the Natural Sciences and Mathematics*), MathifyMe (*Making maths more accessible using Game-based learning to create a more inclusive and less stressful environment in the learning of maths*), WDSQUALITY (*Improving Learning, Educational Outcomes and Quality in Whole-Day Schools*) i STOMP (*Stochastic Models and Applications*). U okviru navedenih projekata sudjelovala je u izradi priručnika za nastavnike, razvoju digitalnih matematičkih igara, oblikovanju nastavnih materijala te istraživanju učinkovitih modela stručnog usavršavanja.

Od 2013. godine članica je povjerenstva za stručne ispite za učitelje matematike u organizaciji Agencije za odgoj i obrazovanje. Surađuje s Agencijom kao pozvana predavačica na međužupanijskim i državnim stručnim skupovima iz područja nastave matematike. Kao potpredsjednica Udruge matematičara Osijek sudjeluje u organizaciji stručnog skupa

Inovativna nastava matematike te drugih aktivnosti usmjerenih na popularizaciju i unaprjeđenje nastave matematike.

Objavila je 57 znanstvenih i 33 stručna rada (https://www.croris.hr/osobe/profil/14829). Autorica je jednog sveučilišnog udžbenika te autorica srednjoškolskih udžbenika iz matematike u izdanju Školske knjige. Članica je Hrvatskog matematičkog društva, Udruge matematičara Osijek, European Society for Research in Mathematics Education te International Group for the Psychology of Mathematics Education.

ZAHVALE

Zahvaljujem svojim mentoricama na stručnoj podršci, korisnim savjetima, moralnoj podršci u kriznim situacijama, strpljenju i izdvojenom vremenu kojima su doprinijele u izradi ove disertacije.

Hvala svim kolegama i kolegicama koji su se i ne sluteći u pravo vrijeme našli s pravim savjetima.

Veliko hvala svim nastavnicima koje su spremno prihvatile sudjelovati u istraživanju u posebno izazovnim vremenima te time omogućili realizaciju ovog rada.

Posebnu zahvalnost upućujem prof. John Hattieu, kao jednom od najvećih autoriteta u području istraživanja povratnih informacija u nastavi, na nesebičnom dijeljenju vlastite literature i povezivanju s drugim znanstvenicima. Posebno, hvala što je podijelio svoja promišljanja o rezultatima dobivenima u okviru ove disertacije.

Na kraju, posebno zahvaljujem onima bez kojih ničega ne bi bilo, svojoj obitelji, roditeljima i sestri na razumijevanju, strpljenju i podršci tijekom cijelog procesa, hvala na svemu.

„Alone we can do so little; together we can do so much.“ H. Keller

Amanda

SAŽETAK

Doktorski rad bavi se istraživanjem utjecaja davanja učinkovitih povratnih informacija nastavnika na učenička postignuća u srednjoškolskoj nastavi matematike. U radu se problematizira varijabilnost rezultata i neujednačenost dosadašnjih istraživanja o povratnim informacijama, njihova metodološka ograničenja te potreba za preciznijim određivanjem obilježja učinkovite povratne informacije u specifičnom kontekstu nastave matematike. Zbog toga, rad se temelji na postpozitivisitčkoj paradigmi i kritičkom racionalizmu.

Teorijski dio rada donosi pregled suvremenih pristupa nastavi matematike, vrednovanju školskih postignuća, ulozi nastavnika i konceptualizaciji povratne informacije. Posebna pozornost posvećena je modelu povratne informacije Hattieja i Timperley (2007), prema kojem učinkovita povratna informacija treba odgovarati na tri pitanja učinkovitosti : kamo učenik ide, kako napreduje i što treba učiniti za daljnji napredak te time zatvoriti petlju povratne informacije (feed up, feed back i feed forward). Analiziraju se različite razine povratnih informacija (zadatak, proces, samoregulacija, osoba) te potencijalni čimbenici koji utječu na njihovu učinkovitost, s naglaskom na predznanje učenika i učeničku percepciju interakcije s nastavnicima, ali i druge moderatore kao što su pravovremenost, formulacija, medij i sl.

U empirijskom dijelu rada korišten je kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrta s kontrolnom i eksperimentalnom (neujednačenom) skupinom učenika srednjih škola. Istraživanje je uključivalo inicijalno i finalno testiranje učeničkih postignuća iz matematike, ispitivanje učeničke percepcije nastavničke interakcije te kvalitativnu analizu snimljenih segmenata nastave korištenjem etnografskog pristupa. Za potrebe jačanja djelotvornosti intervencije nastavnici eksperimentalne skupine prethodno su prošli proces uvježbavanja davanja učinkovitih povratnih informacija u skladu s teorijskim modelom rada. Kako bi se ispitao utjecaj učinkovitosti intervencije primijenjena je kvantitativna analiza podataka, moderatorska regresijska analiza. No, kako bi se povećala valjanost rezultata i omogućilo dublje razumijevanje istraživanog problema koristile su se kvalitativne metode gustog i detaljnog opisivanja videozapisa.

Rezultati istraživanja nisu se pokazali statistički značajnim, tj. nije se potvrdio utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika na učenička postignuća. Pokazalo se da najveći utjecaj na postignuća učenika ima specifično predznanje učenika. Dodatno, učenička percepcija interakcije s nastavnikom, kao ni predznanje ne moderiraju navedeni utjecaj. Kvalitativna analiza ukazala je na važnost davanja deskriptivnih, elaborativnih povratnih informacija usmjerenih na proces izvršenja zadatka i samoregulaciju u praksi, umjesto dominantnog korištenja evaluativnih povratnih informacija i povratnih informacija usmjerenih na znanje o

odgovoru i točnosti, odnosno na zadatak. Važnim se pokazalo i prepoznavanje prilika za davanje povratnih informacija, odnosno znanje kada, kako i kome dati povratnu informaciju da bi ona bila učinkovita.

Rad predstavlja doprinos području pedagogije, didaktike i metodike nastave matematike jer pruža empirijski utemeljene spoznaje o učinkovitosti povratnih informacija u hrvatskom srednjoškolskom kontekstu. Posebna vrijednost rada ogleda se u metodološki rigoroznijem pristupu te nastojanju da se postojeći modeli i poimanja povratne informacije kritički preispitaju u odnosu na složenost nastavnog procesa. Sukladno tome, umjesto razmatranja učinkovitih povratnih informacija sugerira se razmatranje taktičnih povratnih informacija kao fenomenoloških pojava i primjena odgovarajuće metodologije za buduća istraživanja.

Ključne riječi: kvazi-eksperiment; nastavnička interakcija; pedagoški takt; učinkovita povratna informacija; vrednovanje

ABSTRACT

This doctoral dissertation investigates the impact of teachers' effective feedback on student achievement in secondary school mathematics instruction. The study problematizes the variability of results and inconsistencies in previous feedback research, its methodological limitations, and the need for a more precise determination of the characteristics of effective feedback within the specific context of mathematics teaching. Accordingly, the dissertation is grounded in a post-positivist paradigm and critical rationalism.

The theoretical part of the dissertation provides an overview of contemporary approaches to mathematics teaching, assessment of school achievement, the role of the teacher, and the conceptualization of feedback. Special attention is given to the feedback model proposed by Hattie and Timperley (2007), according to which effective feedback should answer three questions related to effectiveness: where the student is going, how the student is progressing, and what should be done to achieve further progress, thereby closing the feedback loop (feed up, feed back, and feed forward). Different levels of feedback (task, process, self-regulation, and self) are analyzed, along with potential factors influencing their effectiveness, with particular emphasis on students' prior knowledge and students' perceptions of interaction with teachers, as well as other moderators such as timeliness, wording, medium, and similar factors.

The empirical part of the dissertation employed a quasi-experimental two-wave design with a control group and an experimental (non-equivalent) group of secondary school students. The study included initial and final testing of students' mathematics achievement, an examination of students' perceptions of teacher interaction, and a qualitative analysis of recorded classroom segments using an ethnographic approach. To strengthen the effectiveness of the intervention, teachers in the experimental group underwent prior training in providing effective feedback in accordance with the theoretical framework of the dissertation. To examine the effectiveness of the intervention, quantitative data analysis and moderator regression analysis were applied. However, to increase the validity of the findings and enable a deeper understanding of the research problem, qualitative methods of thick and detailed video description were also employed.

The research findings did not prove to be statistically significant; that is, the impact of teachers' effective feedback on student achievement was not confirmed. The results showed that students' specific prior knowledge had the greatest influence on achievement. Furthermore, neither students' perceptions of interaction with the teacher nor prior knowledge moderated the observed effect. Qualitative analysis highlighted the importance of providing descriptive, elaborative feedback focused on the process of task performance and self-regulation in practice,

instead of the dominant use of evaluative feedback and feedback focused on knowledge of results and correctness, that is, task-oriented feedback. The ability to recognize opportunities for giving feedback, namely knowing when, how, and to whom feedback should be given in order to be effective, also proved to be important.

The dissertation contributes to the fields of pedagogy, didactics, and mathematics education methodology by providing empirically grounded insights into the effectiveness of feedback in the Croatian secondary school context. The value of the dissertation lies in its methodologically more rigorous approach and its effort to critically re-examine existing models and understandings of feedback in relation to the complexity of the teaching process. Accordingly, instead of considering "effective feedback," the dissertation suggests considering "tactful feedback" as a phenomenon and applying appropriate methodology in future research.

Key words: assessment; effective feedback; pedagogical tact; quasi-experiment; teacher interaction

SADRŽAJ

1.UVOD 1
1.1.Kontekst istraživanja 1
1.2.Problem istraživanja 3
1.3.Polazišna paradigma i cilj istraživanja 5
1.4.Manjkavosti u literaturi i kritika 8
1.5.Očekivani doprinos istraživanja 10
2.TEORIJSKA I EMPIRIJSKA POLAZIŠTA 10
2.1.Nastava matematike 11
2.1.1. Kurikulumski i kompetencijski pristup u nastavi 13
2.1.2. Kurikulum nastavnog predmeta matematika 16
2.1.3.Specifičnosti (srednjoškolske) nastave matematike 19
2.1.3.1.Načela u nastavi matematike 19
2.1.3.2. Vrste matematičkog znanja 21
2.1.3.3.Teorije i značajke nastave matematike 26
2.1.4. Nastavni sat matematike 33
2.1.4.1.Planiranje i kurikulumski krug 33
2.1.4.2. Artikulacija nastavnog sata 39
2.1.4.3.Nastavna tipologija 41
2.1.4.4. Osmišljavanje/izbor aktivnosti 43
2.1.4.4.1. Izbor sadržaja 44
2.1.4.4.2. Izbor matematičkih zadataka 50
2.1.4.4.3. Izbor strategija, metoda i socijalnih oblika rada 54
2.1.4.4.3.1. Izbor nastavnih strategija 54
2.1.4.4.3.2. Izbor nastavnih metoda 58
2.1.4.4.3.3. Metode za razvoj matematičkog mišljenja 60
2.1.4.4.4. Izbor socijalnih oblika rada 63
2.1.5. Afektivna dimenzija (srednjoškolske) nastave matematike 64
2.1.6. Učenje i poučavanje u nastavi matematike 70
2.1.6.1.Biološka teorija 71

2.1.6.2.Bihevioristička teorija 73
2.1.6.3. Kognitivistička teorija 77
2.1.6.3.1.Socijalno-kognitivistička teorija 80
2.1.6.3.2. Socijalno-kulturalna teorija 81
2.1.6.4. Konstruktivizam i socijalno-konstruktivistička teorija 85
2.2. Vrednovanje školskih postignuća 91
2.2.1. Pojmovna određenja 92
2.2.1.1. Školska postignuća 92
2.2.1.2. Vrednovanje, evaluacija, praćenje, mjerenje, provjeravanje i ocjenjivanje 93
2.2.2. Vrednovanje obzirom na svrhu 96
2.2.2.1. Vrednovanje kao učenje 98
2.2.2.2. Vrednovanje za učenje 99
2.2.2.3. Vrednovanje naučenog 100
2.2.3. Nastavničke aktivnosti vrednovanja 101
2.2.3.1. Pogreške nastavnika pri vrednovanju 105
2.2.4. Vrednovanje u nastavi matematike 107
2.3. Uloga nastavnika 110
2.3.1. Nastavničke kompetencije i područja kompetentnosti 111
2.3.1.1. Kompetencije nastavnika matematike 117
2.3.2. Nastavna umijeća 118
2.3.2.1. Uspješan, djelotvoran i učinkoviti nastavnik 119
2.3.2.2. Nastavnik ekspert 123
2.3.3. Interakcija između nastavnika i učenika 127
2.3.3.1. Pedagoški takt nastavnika 128
2.3.3.2. Nastavnički stil 130
2.3.3.3. Model interpersonalnog ponašanja nastavnika 132
2.4. Učinkovita povratna informacija 139
2.4.1. Povratna informacija prema teorijama učenja i poučavanja 139
2.4.2. Klasifikacije povratne informacije 142
2.4.2.1. Klasifikacija Bangert-Drowns (1991) 142
2.4.2.2. Klasifikacija Kluger i DeNisi (1996) 143

2.4.2.3. Klasifikacija Tunstall i Gipps (1996) 145
2.4.2.4. Klasifikacija Gipps (1999) 147
2.4.2.5. Klasifikacija Beesley i Apthorp (2010) 148
2.4.2.6. Ostale klasifikacije 148
2.4.2.7. Evaluativne informacije 150
2.4.2.8. Model povratne informacije Hattie i Timperley (2007) 152
2.4.3. Moderatori povratne informacije 159
2.4.3.1. Struktura povratne informacije 160
2.4.3.1.1. Sadržaj i formulacija 160
2.4.3.1.2. Medij i način davanja 161
2.4.3.1.3. Pravovremenost 162
2.4.3.1.4. Kulturalni utjecaj 163
2.4.3.1.5. Posebnosti učenika 165
2.4.3.1.5.1. Predznanje 165
2.4.3.1.5.2. Učenici kao agenti 166
2.4.3.1.5.3. Učenička percepcija povratne informacije 170
2.4.4. Učinkovita povratna informacija 172
2.4.5. Istraživanja povratne informacije u nastavi matematike 175
2.4.6. Metode i tehnike formativnog vrednovanja i povratna informacija 179
2.4.6.1. Uvijek – ponekad – nikad / Istinita-neistinita tvrdnja 180
2.4.6.2. Frayer model 180
2.4.6.3. Tehnika 3 – 2 – 1 i SWOT analiza 181
2.4.6.4. Konceptualni crteži/crtići 182
2.4.6.5. Generiranje pitanja 183
2.4.6.6. Popis ishoda učenja 183
2.4.6.7. Popis terminologije 184
2.4.6.8. Lista za (samo)procjenu 184
2.4.6.9. Analitička rubrika 184
3.METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA 185
3.1.Istraživački problem 185
3.2.Cilj istraživanja i hipoteze 187
3.3.Eksperimentalna metoda 188

3.3.1.Kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrt 189
3.3.2.Varijable i operacionalizacija 191
3.3.2.1. Nezavisna varijabla 192
3.3.2.2. Zavisna varijabla 195
3.3.3.Kontrola u eksperimentalnoj metodi 196
3.3.3.1.Parazitarne varijable 196
3.3.3.2.Pogreška subjekta 197
3.3.3.3.Pogreška grupe 197
3.3.3.4.Pogreška repeticije 198
3.3.4.Valjanost 198
3.3.4.1.Unutarnja valjanost 198
3.3.4.2. Vanjska valjanost 200
3.3.4.3.Populacijska valjanost 200
3.3.4.5.Ekološka valjanost 200
3.3.4.6.Temporalna valjanost 201
3.3.4.7.Konstruktna valjanost 202
3.3.4.8. Valjanost statističkog zaključka 203
3.4.Etnografski pristup opažanju – detaljno „gusto“ opisivanje 204
3.5.Uzorak 206
3.5.1.Ekvivalentnost uzorka učenika prema parazitarnim varijablama 208
3.5.2.Ekvivalentnost nastavnica 209
3.5.2.1.Ekvivalentnost nastavnica prema učeničkoj percepciji interakcije 209
3.5.2.2.Ekvivalentnost nastavnica prema predznanju o učinkovitim povratnim informacijama 213
3.6.Mjerni instrumenti 216
3.6.1.Upitnik nastavničke interakcije 217
3.6.2.Testovi 219
3.6.2.1.Vrednovanje testova 220
3.6.2.2.Inicijalni test 220
3.6.2.3.Finalni test 222
3.7.Postupak i etički aspekti istraživanja 224
3.7.1.Model uvježbavanja ponašanja s učiteljima eksperimentalne skupine 225

3.7.2.Etički aspekt problema istraživanja 231
3.8.Analiza podataka 231
3.8.1.Kvantitativna analiza podataka 231
3.8.2.Kvalitativna analiza podataka 234
4.REZULTATI 235
4.1.Kvantitativni rezultati 235
4.1.1.Deskriptivna analiza uzorka 235
4.1.2.Analiza rezultata na testovima 237
4.1.2.1.Analiza rezultata na inicijalnom testu 237
4.1.2.2.Analiza rezultata na finalnom testu 239
4.1.3.Moderatorska regresijska analiza 242
4.2.Kvalitativni rezultati 245
4.2.1. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica K1 245
4.2.2. Rezultati i interpretacija na mikro razini – nastavnica K1 247
4.2.3. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica K2 250
4.2.4. Rezultati i interpretacija na mikrorazini – nastavnica K2 252
4.2.5. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E1 257
4.2.6. Rezultati i interpretacija na mikrorazini – nastavnica E1 259
4.2.7. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E2 264
4.2.8.Rezultat i iinterpretacija na mikro razini – nastavnica E2 268
4.2.9. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E3 271
4.2.10. Rezultati i interpretacija na mikro razini – nastavnica E3 274
4.2.11.Kvalitativna analiza povratne informacije 277
5.DISKUSIJA 278
5.1. Davanje učinkovitih povratnih informacija statistički značajno utječe na postignuća u nastavi matematike 278
5.2. Razina predznanja moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća 287
5.3. Percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća 288
5.4. Završna razmatranja 291

5.4. Ograničenja 292
6.ZAKLJUČAK 293
POPIS LITERATURE 301
PRILOG A 324
PRILOG B 326
PRILOG C 331
PRILOG D 336
ŽIVOTOPIS AUTORA 337

POPIS SLIKA

Slika 1. Grafički prikaz povezanosti matematičkih procesa i domena u kurikulum za nastavni predmet matematiku (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c) 18
Slika 2. Dimenzije kognitivnog znanja prema Anderson i Krathwohl (2001) (Naletilić, 2015) 22
Slika 3. Prikaz odnosa dubina znanja prema Webbu i revidirane Bloomove taksonomije 26
Slika 4. Grafički prikaz cikličkog modela Wiggins i McTighe (2005) 34
Slika 5. Grafički prikaz pristupa planiranju prema Bennet i suradnici (2017) 35
Slika 6. Grafički prikaz kurikulumskog kruga (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019) 35
Slika 7. Odnos dokumenata temeljem kojih se planira nastava u RH 39
Slika 8. Shematski prikaz dijagrama tijeka nastavnog sata obrade (Jukić Matić, 2013) 42
Slika 9. Ilustracija rasporeda sadržaja u obliku koncentričnih krugova 45
Slika 10. Ilustracija rasporeda sadržaja u obliku spiralnog kurikuluma (Matijević, 1983, prema Bognar i Matijević, 2005, str. 181) 46
Slika 11. Ilustracija didaktičkog trokuta 48
Slika 12. Ilustracija Didaktičkog tetraedra 49
Slika 13. Socio-didaktički tetraedar (Glasnović Gracin, 2015) 65
Slika 14. Socijalno-konstruktivistički model povratne informacije (Thurlings i sur., 2013) 90
Slika 15. Prikaz zastupljenosti pristupa vrednovanju u tradicionalnoj i suvremenoj nastavi 98
Slika 16. Nastavnik ekspert (Smith i sur., 2008, u: Hattie, 2012, str. 29) 125
Slika 17. Tipologija nastavničkih stilova obzirom na razine kontrole i uključenosti 131

Slika 18. Learyjev model prema Goh (1994) 134

Slika 19. Model interpersonalnog ponašanja prema Fisher i sur., (1995, str. 9) 135

Slika 20. Ilustracija petlje povratne informacije 142

Slika 21. Prikaz vrsta povratnih informacija prema Shute (2008) povezanih s razinama povratnih informacija koje su donijeli Hattie i Timperley (2007) te pravodobnošću davanja svake od njih prema Shute (2008) (Van der Kleij i sur., 2012, str. 264) 149

Slika 22. Model povratne informacije prema Hatie i Timperley (2007, str. 87) 153

Slika 23. Dijagram tijeka razina povratne informacije (Hattie, 2012, str. 133) 154

Slika 24. Matrica povratne informacije za učenje (Brooks i sur., 2019) 157

Slika 25. Grafički prikaz čimbenika koji utječu na učinkovitost povratne informacije 160

Slika 26. Model interakcije učenika s povratnom informacijom prema Lipnevich i suradnicima (2016, str. 177) 167

Slika 27. Grafički prikaz idealnog kruga poučavanja (Pearson Education, 2021) 173

Slika 28. Statistički podatci o ukupnom broju populacije odabranog uzorka (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih, 2020) 208

Slika 29. Razdioba zaključnih ocjena učenika u 1. razredu srednje škole 209

Slika 30. Profili nastavnica prema rezultatima upitnika QTI 212

Slika 31 Model 1 (Hayes, 2018; str. 584) 233

Slika 32. Distribucija ispitanika po školama 236

Slika 33. Grafički prikaz inicijalnih rezultata pokazuje razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine na početnom mjerenju. 237

Slika 34. Grafički prikaz rezultata na finalnom testu pokazuje razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine 240

Slika 35. Nagib regresije 244

Slika 36. Prikaz raspona veličine učinka povratne informacije (Wisniewski i sur., 2019) 279

Slika 37. Prikaz raspona veličine učinka povratne informacije (Wisniewski, Zierer i Hattie, 2019) 286

Slika 38. Didaktički tetraedar s povratnom informacijom 298

POPIS TABLICA

Tablica 1 Usporedba vrsta znanja u matematici 24

Tablica 2 Karakteristike nastave matematike i teorije učenja po državama 31

Tablica 3 Povezanost uloge nastavnika u suvremenoj nastavi i nastavničkih kompetencija . 112

Tablica 4 Pregled suvremenih područja kompetentnosti (Sablić i Jukić, 2026) 114

Tablica 5 Prikaz nastavničkih profila prema rezultatima upitnika nastavničke interkacije (dalje: QTI) (Wubbels i sur., 1995) 138

Tablica 6 Učinci povratne informacije obzirom na različite moderatore (Kluger i DeNisi, 1996, str.273) 143

Tablica 7 Kategorizacija i uloga povratne informacije prema Tunstall i Gipps (1996) 145

Tablica 8 Primjeri pitanja prema razini povratne informacije u skladu s modelom Hattie iTimperley (2007) (Hattie, 2012, str.129) 158

Tablica 9 Mogući učinci povratne informacije (Kluger i DeNisi, 1996) 167

Tablica 10 Pregled kritike dosadašnjih istraživanja povratne informacije 186

Tablica 11 Prikaz kvazi-eksperimentalnog nacrta istraživanja 189

Tablica 12 Prikaz strukture uzorka 207

Tablica 13 Deskriptivni pokazatelji varijabli nastavničke interakcije po nastavnicima 210

Tablica 14 Rezultati t-testa između eksperimentalne i kontrolne skupine po varijablama nastavničke interakcije prema Wubbelsu (1993), odnosno prema Learyjevom modelu (Goh, 1994) 211

Tablica 15 Ilustracija zadataka iz pisane provjere nastavnica o znanjima o učinkovitim povratnim informacijama 213

Tablica 16 Deskriptivni rezultati pisane provjere nastavnica po sadržajnim područjima 215

Tablica 17 Deskriptivna statistika i koeficijenti interne konzistencije svih mjerenih varijabli 218

Tablica 18 Prikaz rangova indeksa diskriminativnosti (Ebel i Frisbie, 1991) 219

Tablica 19 Ishodi vrednovani inicijalnim testom 221

Tablica 20 Tablica specifikacije inicijalnog testa 221

Tablica 21 Razdioba zadataka inicijalnog testa po težini 222

Tablica 22 Tablica specifikacije finalnog testa 223

Tablica 23 Razdioba zadataka finalnog testa po težini 223

Tablica 24 Shematski prikaz uvježbavanja nastavnica za davanje učinkovitih povratnih informacija 229

Tablica 25 Rezultati testiranja povezanosti varijabli prema Learyjevom modelu interakcije nastavnik-učenik s testovima 232
Tablica 26 Prikaz količine snimljene nastave na mikro i makro razini po nastavnicama 234
Tablica 27 Distribucija ispitanika po skupinama 235
Tablica 28 Deskriptivna statistika po zadatcima inicijalnog testa 238
Tablica 29 Razlike između skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test) 238
Tablica 30 Deskriptivna statistika po zadatcima finalnog testa 241
Tablica 31 Usporedba skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test) 241
Tablica 32 Rezultati regresijske analize učinka tretmana i kovarijata 243
Tablica 33 Pregled obilježja nastavničkih povratnih informacija temeljem mikro analize ... 277

1.UVOD

1.1.Kontekst istraživanja

Suvremeno društvo karakteriziraju dinamične promjene u svim aspektima života, uključujući i odgojno – obrazovne sustave te želja za neprestanim razvojem, napretkom, povećanjem učinkovitosti i produktivnosti.

U središtu zanimanja svih dionika školskog odgojno – obrazovnog sustava je pronalazak čimbenika uspješnog učenja i poučavanja te onih čimbenika koji pospješuju učenička postignuća. U tom smislu, postignuća se odnose na školska kognitivna postignuća, a koja se mjere razinom ostvarenosti obrazovnih ishoda na testovima znanja. Dugo vremena je u središtu pozornosti didaktičara, metodičara i nastavnika bilo istraživanje najučinkovitijih nastavnih metoda, odabir prikladnih oblika rada te njihova primjena u odgojno – obrazovnom procesu. Pojavom suvremenih meta analiza čimbenika koji utječu na postignuća učenika, mijenjaju se istraživački trendovi.

Velik utjecaj na to imaju istraživanja *vidljivog učenja i poučavanja* Johna Hattieja (1999; 2009; 2012; 2017). Prema Hattieju (2012), proces poučavanja i učenja je uspješan kada je *vidljiv,* poučavanje je vidljivo učenicima kada znaju što uče i tada učenici mogu postati sami svoji učitelji (imaju razvijene sposobnosti samoreguliranog učenja i samoevaluacije). Dok je učenje vidljivo nastavnicima kada se može vidjeti utjecaj njihovog poučavanja na učeničko učenje (Hattie, 2012). Sukladno vlastitim istraživanjima Hattie (2017) je izradio listu čimbenika s pripadajućim Cohenovim veličinama učinka (u nastavku rada *d*) koji čine učenje i poučavanje vidljivim, a koja sadržava više od 250 čimbenika. Uz to, Hattie (2009; 2017) je po uzoru na Cohena klasificirao veličine učinaka.

Čimbenike kojima je veličina učinka između 0 i 0.15 zove „razvojnim učincima“ , odnosno ono što bi učenici postigli i bez školovanja. Čimbenike veličine od 0.15 do 0.4 izjednačava s „nastavničkim učincima“ (učinci koje nastavnici svakako imaju na učenike u jednoj godini školovanja) te ih smatra niskoutjecajnima na učenička postignuća. Kao „prijelomnu točku“ Hattie (2009; 2017) uzima veličinu učinka 0.4, iznad koje se čimbenici nalaze se u tzv. željenoj zoni učinaka. Čimbenike s veličinom učinaka do 0.7 naziva čimbenicima srednjeg utjecaja, a svi iznad toga su visokoutjecajni čimbenici. Na toj listi među najutjecajnijim čimbenicima na učenička postignuća pojavljuju se aktivnosti formativnog vrednovanja, konkretno metode, tehnike i aktivnosti vezane za povratne informacije ($d \in [0.48 - 1.29]$), razvoj samoregulacije i metakognitivnih vještina ($d \in [0.42 - 0.86]$).

Uvažavajući ove znanstvene spoznaje, brojne su obrazovne politike, poput australske (Brooks, 2016) i kanadske (MacDonald, 2015) kreirale svoje obrazovne reforme, standarde ili preporuke za rad na temelju onoga „što funkcionira“ (Applebee i Langer, 2011). Pri tome, brojni istraživači (npr. Biesta, 2007), ali i sam Hattie (2012) upozoravaju da se veličina učinka čimbenika koji imaju pozitivan ili visoki utjecaj na učenička postignuća ne treba uzeti kao referentna točka za donošenje odluka, već kao polazišna točka rasprave o tome što u kojim uvjetima funkcionira. Isto se dogodilo i u Hrvatskoj prilikom uvođenja kurikularne reforme „Škola za život“ (2019). Učinjene su izmjene Pravilnika o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (MZO, 2019) kojima je definirano vrednovanje kao: „sustavno prikupljanje podataka u procesu učenja i postignutoj razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, kompetencijama, znanjima, vještinama, sposobnostima, samostalnosti i odgovornosti prema radu, u skladu s unaprijed definiranim i prihvaćenim metodama i elementima“ (MZO, 2019, str. 1). Uz to, uvela su se tri pristupa vrednovanja: vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenog, pri čemu su prva dva pristupi formativnog vrednovanja koji „ne rezultiraju ocjenom, nego kvalitativnom povratnom informacijom“ (MZO, 2019).

Osim izmjena u zakonskim aktima i kurikulumskim dokumentima, vođene su brojne edukacije nastavnika pri čemu su se voditelji reforme bazirali na pružanju podrške nastavnicima u: ostvarivanju ishoda učenja, vrednovanju učenja, upravljanju kompetencijom učiti kako učiti, rješavanju problema, autonomnom poučavanju, učinkovitoj suradnji i poznavanju predmeta (Bradfield i sur., 2019). Istraživanja povezana s uvođenjem nacionalne kurikularne reforme u Hrvatskoj pokazala su da su nastavnici nesigurni u vlastita znanja o vrednovanju, posebno o povratnim informacijama te da im je potrebno više prilika i vremena za stvaranje osjećaja kompetentnosti u tom području (MZO, 2018; Bradfield i sur., 2019). Nastavnicima je davanje povratnih informacija teško, a najviše u pogledu izbora vrste povratne informacije (Bradfield i sur., 2019). Bradfield i suradnici (2019) navode da bi to moglo biti povezano s tjeskobom nastavnika vezanu uz vrednovanje, a zbog pritisaka roditelja i učenika za koje smatraju da su im ocjene vrlo važne. Osim toga, teme iz područja vrednovanja i ocjenjivanja najčešće su navođene teme za koje nastavnici smatraju da im je potrebno dodatnog znanja i o kojima žele saznati više (MZO, 2018).

Brooks (2016) navodi da fokusiranje društva na rezultate (standardiziranih) testova usmjerava pozornost nastavnika, roditelja, ali i učenika na njihova akademska postignuća. U tom smislu ne iznenađuje da učenici cijene povratne informacije koje učenike usmjeravaju ka poboljšanju

vlastitih postignuća (Brooks, 2016, prema Gamlem i Smith, 2013), kao ni motiviranost nastavnika za povećanjem vlastite kompetentnosti u davanju (učinkovitih) povratnih informacija učenicima.

1.2.Problem istraživanja

Povratna informacija je informacija o aspektima nečije izvedbe ili razumijevanja, a može biti dana od strane nastavnika, roditelja, učenika, knjige, samoga sebe itd. (Hattie i Timperley, 2007). U literaturi se pojavljuju brojne i složenije definicije (npr. Winne i Butler (1994)), ali svima je zajedničko da se vežu uz proces učenja (Hattie i Timperley, 2007).

Glavni cilj davanja povratne informacije je popunjavanje rupe između onoga „što se zna“ i onoga „što se treba naučiti“ (Sadler, 1989), tj. smanjenju raskoraka između trenutnog razumijevanja i izvedbe te željenog (zadanog) cilja, tj. ishoda (Hattie i Timperley, 2007).

Sadler (1989), William (1999) te Hattie i Timperley (2007) daju sličnu definiciju učinkovite povratne informacije. Hattie i Timperley (2007) sugeriraju da učinkovita povratna informacija mora odgovoriti na tri pitanja: *Kamo idem?* (Što su ciljevi?), *Kako napredujem?* (Kako ću postići ciljeve?) i *Što dalje?* (Što se treba poduzeti da bi se ostvario daljnji napredak?).

Dobra povratna informacija doprinosi jedino kada je usmjerena na ono što se treba napraviti kako bi se postiglo poboljšanje rezultata i kada sadrži informacije o tome kako do toga doći (Bangert-Drowns i sur., 1991; William, 1999), tj. povezana je s kriterijima vrednovanja koji su napravljeni na temelju ishoda i cilja koji se želi postići (Timperley i Parr, 2005). Formulacija povratne informacije treba zatvarati petlju povratne informacije (*feed back*, *feed up*, *feed forward*) (Hattie i Timperely, 2007).

Hattie i Timperley (2007) donose četiri razine učinkovitosti na koje se povratna informacija može odnositi: zadatak (usmjerava na ispravljanje greške ili donosi informaciju o tome koliko je uspješno urađen zadatak), proces izvršavanja zadatka (obradu informacija koje zahtijevaju razumijevanje ili rješavanje zadatka), samoregulacija (samoevaluaciju, učenje, pouzdanje, procjena) i osoba (usmjerava na povećanje truda i sl.). Pritom, razina zadatka je najniža razina, a razina osobe ne predstavlja razinu u hijerarhiji jer takve informacije nisu povezane s učenjem (Hattie, 2012; Wisniewski i sur., 2019). To su najčešće evaluativne informacije (pohvale, kazne) ili aktivnosti ocjenjivanja koje imaju nizak ili negativan utjecaj na postignuća (Barringer i Gholson, 1979; Deci i sur., 999; Kluger i DeNisi, 1988; Tunstall i Gipps, 1996; Wilkinson, 1981), što ovisi između ostalog i o dobi učenika te kulturološkim značajkama (De Luque i Sommer, 2000). Zbog toga, Hattie (2012) sugerira kategorizaciju povratne informacije obzirom na razinu na kojoj je dana te preporuča da se povratna informacija usmjerena na osobu ne bi

trebala koristiti, ali je najučestalija razina davanja povratne informacije (Bond i sur., 2000; AARE/NZARE 2000).

Brojni autori ističu važnost i veliki potencijal povratne informacije za poboljšanje učeničkih matematičkih postignuća (Clarke, 2001; Gipps i sur., 2000; Ross i sur., 2002; Wisniewski i sur., 2019) i pospješivanje učenja, ali i značajnu varijabilnost (Kluger i DeNisi, 1996; Hattie, 2009; Wisniewski i sur., 2019). Prema Hattievoj listi čimbenika koji utječu na učenička postignuća, povratna informacija smjestila se među najutjecajnije s veličinama učinaka koje su se sukladno revizijama mijenjale od 0.79 (2007); 0.73 (2009); 0.75 (2012); 0.73 (2015); 0.7 (2017) do 0.48 (2019).

Razna istraživanja pokazala su da se utjecaj povratne informacije razlikuje ovisno o sadržaju, tipu, načinu, obliku davanja obzirom na razinu znanja učenika te pravovremenost (npr. Gibbs i Simpson, 2004; Kulik i Kulik, 1988; Rakoczy i sur., 2013; Santos, Pinto, 2009; Wisniewski i sur., 2019). No, i tu postoji velika varijabilnost u rezultatima.

Primjerice, Hattieva meta-analiza (1999) pokazala je da su najučinkovitiji načini davanja povratne informacije u audio i video obliku te one dane uz pomoć računala, dok je revidirana meta-analiza pokazala da način/medij davanja nema utjecaja na učinkovitost (Wisniewski i sur., 2019). Ipak, najčešći način davanja povratne informacije od strane nastavnika je u direktnoj verbalnoj interakciji nastavnika i učenika, pri čemu su onda većinom zastupljene evaluativne povratne informacije (AARE/NZARE, 2000).

Nadalje, istraživanja su pokazala kako pravovremenost davanja povratne informacije nije jedinstvena, nego da ovisi o razini povratne informacije koja se daje i predznanju učenika (Hattie i Timperley, 2007). Za učenike koji imaju slabo predznanje i razumijevanje učinkovitije je dati upute ili dodatno objašnjenje od davanja povratne informacije uopće (Hattie i Timperley, 2007). Ukoliko se radi o povratnoj informaciji vezanoj uz zadatak, poželjna je vremenska odgoda (Kulik i Kulik, 1988), no ako je riječ o procesu izvršavanja zadatka, poželjna je trenutna intervencija (Bangert – Drowns i sur., 1991). Povratnu informaciju vezanu uz zadatak poželjnije je davati individualno jer ukoliko je dano na grupnoj ili razrednoj razini, učenici mogu misliti da se na njih ne odnosi i odbaciti je (Nadler, 1979). Vrsta zadatka i njegova složenost također utječu i na složenost (količinu) povratne informacije koja se daje (Kulhavy i sur., 1985; Santos, Pinto, 2009).

No, utjecaj povratne informacije ovisi i o tome hoće li ga učenici prihvatiti, promijeniti ili odbiti (npr. Gibbs i Simpson, 2004; Higgins i sur., 2001; Kulhavy, 1977; Narciss, 2008). Učenici su spremniji posvetiti se rješavanju zadatka kada su zadatci izazovni, a ciljevi i ishodi

jasno zadani (Black i sur., 2003; Locke i Latham, 1984) te su u tim slučajevima učenici spremniji i sami tražiti povratnu informaciju (Locke i Latham, 1990).

Jedna od glavnih implikacija za uspješno i učinkovito davanje povratne informacije je nastavnik (Hattie, 2012; Kyriacou, 2001; MacDonald, 2015), a brojni istraživači bave se istraživanjem kako učinkovita povratna informacija dana od strane nastavnika pomaže učenicima u razvoju matematičke komunikacije (Bruce i sur., 2010; Egodawatte, 2011; Hattie, 2009). Prema Hattieju (2012) najuspješniji u davanju učinkovite povratne informacije su nastavnici (učitelji) eksperti koje, između ostalog, karakterizira nadgledanje procesa učenja, identificiranje učenika koji nisu ostvarili zadane ishode ili ne napreduju te davanje povratnih informacija i prilagodba poučavanja prema njima, kao i sposobnost dobrog definiranja ishoda učenja i kriterije vrednovanja.

Provedena istraživanja o povratnoj informaciji u nastavi matematike (npr. AARE/NZARE, 2003; Rakoczy i sur., 2008; Santos i Pinto, 2009; van der Kleij i sur., 2012) većinom se temelje na kategorizaciji evaluativnih i deskriptivnih povratnih informacija koju su donijeli Tunstall i Gipps (1996). U nastavi matematike pokazuje se da povratna informacija u ima potencijalno pozitivan učinak na postignuća, ali nerijetko se nije mogla dokazati razlika u učinkovitosti različitih razina (npr. van der Kleij i sur., 2012) ili učinkovitost uopće (Rakoczy i sur., 2008). Također, pokazalo se da on nije dosljedan ni univerzalan već da varira ovisno o predznanju učenika, pri čemu je češće pozitivan kod učenika koji imaju iznadprosječna postignuća u matematici (Santos i Pinto, 2009).

Prethodno navedeno ukazuje na kompleksnost istraživačkog problema. Obzirom na značaj koji se pridaje povratnim informacijama u Hrvatskoj, ali i u svijetu, te obzirom na brojna istraživanja, koja ovisno o različitim aspektima povratne informacije, ponekad vode do suprotnih rezultata i zaključaka, javlja se potreba za pristupanje ovom problemu kroz postpozitivističku paradigmu.

1.3.Polazišna paradigma i cilj istraživanja

Povratne informacije predmet su proučavanja znanstvene zajednice još od početka 19. stoljeća. Međutim, i u suvremenom dobu može se uočiti neujednačenost ili bolje rečeno neodređenost definicije, modela i obilježja učinkovite povratne informacije. Sukladno tome uočava se pluralizam teorijskih polazišta učinkovitih povratnih informacija te varijabilnost veličine učinka (učinkovitih) povratnih informacija na učenička postignuća.

Obzirom da su brojna istraživanja (pr. Kluger i DeNisi, 1988) pokazala da utjecaj povratne informacije može ići od negativnog ka visoko pozitivnom, ovisno o raznim aspektima

povezanim uz davanje povratnih informacija te uzimajući u obzir kompleksnost odgojno – obrazovnih procesa, ovom problemu pristupit će se iz postpozitivističke paradigme.

Ontološki gledano postpozitivizam karakterizira kritički racionalizam čiji je najistaknutiji predstavnik Karl Popper. Popper (1994) se zalaže za vođenje deduktivnom logikom te izvodi glavno načelo kritičkog racionalizma, odnosno načelo kritičkog provjeravanja ili falsifikacije. Postpozitivisti smatraju da su tvrdnje proizašle iz rezultata istraživanja tek uočene pravilnosti jer je razumijevanje socijalno i kulturalno konstruirano (i uz objektivnost kao ideal kojim se vode), te da ne predstavljaju univerzalne zakonitosti (Bognar, 2012; Sekol i Maurović, 2017). Takve pravilnosti se neprestano prokušavaju, tj. falsificiraju na način da se od njih formuliraju hipoteze koje se podvrgavaju strožijim i detaljnijim ispitivanjima (König i Zedler, 1998, prema Popper, 1994). Pri tome, određena teorija je samo privremeno valjana, sve dok je se budućim empirijskim istraživanjima ne falsificira (Giesecke, 1991; König i Zedler, 1998), čime se napušta, ali ne zbog proturječnosti činjenica nego zbog viška sadržaja koji je naknadno potvrđen, tj. obogaćenih rezultata (Bognar, 2012, prema Lakatos, 1985). Drugim riječima, falsificiranje podrazumijeva stvaranje potpunije teorije koja sveobuhvatnije ili na primjereniji način objašnjava određeni problem, pojavu i sl. (Bognar, 2012). Dakle, cilj takvih ispitivanja je promjena perspektive ili pristupa definiranju istraživačkog cilja, povećanje valjanosti istraživanja, kontroliranje većeg broj varijabli u eksperimentu, promjena okolnosti ili postupaka statističke analize i slično (König i Zedler, 1998; Bognar, 2012; Letourneau i Allen, 1999). Stoga, može se zaključiti da se falsificiranja vežu uz pitanje valjanosti u najširem smislu.

Cohen i suradnici (2007) upozoravaju da istraživač svoje rasprave o valjanosti treba smjestiti unutar istraživačke paradigme od koje polazi. Autori sugeriraju da se kod kvantitativnih podataka valjanost ogleda u prikladnom odabiru uzorka, primjenom odgovarajućeg mjernog instrumenta i načinu obrade podataka, dok se valjanost kvalitativnih podataka iskazuje kroz objektivnost istraživača, bogatstvo prikupljenih podataka, nepristranost itd. Da bi se to postiglo (ali i kontrolirala vrijednosna neutralnost) najčešće se koristi načelo metodološkog multiplizma, tj. triangulacije (Halmi, 1995, Bognar, 2012), iako je za postpozitivizam najdominantnija istraživačka metoda eksperimentalna-manipulacija. Denzin (1970) navodi više vrsta triangulacije: vremensku, prostornu, teoretsku, metodološku i triangulaciju istraživača. Metodloška triangulacija može se izjednačiti s kritičkim multiplizmom. „Kritički multiplizam predstavlja oblik metodološkog pluralizma kojim se nastoje smanjiti pogreške prilikom izbora i korištenja pojedinih metodoloških i teorijskih pristupa“ (Bognar, 2012, str. 102).

Primarni cilj kritičkog racionalizma je obogaćivanje spoznaja i produbljivanje teorija, ali je iz njega proizašla Hempel-Oppenheimova shema koja pedagozima praktičarima nudi objašnjenja, predviđanja, tehnološke upute i iskaze vjerojatnosti za konkretno djelovanje (König i Zedler, 1998).

Tako se iskaz *davanje učinkovitih povratnih informacija nastavnika učenicima utječe na poboljšanje učeničkih postignuća u matematici* može prikazati pomoću Hempel-Oppenheimove sheme. Objašnjenje se sastoji od expannaduma – sadržaja koji treba objasniti i explananasa – općih i posebnih iskaza zakonitosti. Na danom primjeru explanandum bi bio: *učenici imaju slabija školska postignuća u nastavi matematike*, dok bi explanans mogli biti sljedeći iskazi: *kada se učeniku da učinkovita povratna informacija, to pozitivno utječe na njegovo poboljšanje postignuća; povratna informacija je najučinkovitija kada je dana u skladu s predznanjem učenika; u nastavi matematike, najučinkovitija je povratna informacija koja je dana na razini samoregulacije* i sl.

Temeljem općih zakonitosti i posebnih uvjeta mogu se formulirati predviđanja (König i Zedler, 1998), npr. *Ako nastavnik bude učenicima davao učinkovite povratne informacije, njihova postignuća u matematici će se poboljšati*. Potrebno je formulirati i tehnološki naputak koji odgovara na pitanje kako ostvariti cilj, npr. *Davanje učinkovitih povratnih informacija u nastavi matematike prikladno je sredstvo za poboljšanje učeničkih postignuća*. Ipak, obzirom na kompleksnost odgojno-obrazovnih problema, autori ne daju determinističke zakonitosti nego formuliraju iskaze vjerojatnosti, uzimajući u obzir da mogu postojati i druga objašnjenja za dane probleme (König i Zedler, 1998). U ovom slučaju, to bi značilo da mogu postojati i druga objašnjenja za slabija učenička postignuća u nastavi matematike te da se može dogoditi i da davanje učinkovitih povratnih informacija ne dovede do poboljšanja učeničkih postignuća (u nastavi matematike).

Cilj ovog istraživanja je ispitivanje utjecaja učinkovitih povratnih informacija koje srednjoškolski nastavnici daju učenicima na njihova (školska) postignuća u matematici, pri čemu će se ispitati i veličina njezina učinka. Također, ispitat će se postoji li razlika u učinkovitosti davanja povratnih informacija na postignuća učenika obzirom na predznanje učenika i obzirom na interakciju na relaciji nastavnik – učenik. Stoga, za potrebe ovog istraživanja, a u skladu s polazišnom paradigmom, koristit će se kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrt s netretiranom skupinom, dok će se radi falsifikacije i obogaćivanja dobivenih rezultata, osiguravanje kontrole parazitarnih varijabli i povećanja valjanosti istraživanja koristiti triangulacija izvora podataka. Za ispitivanje učinka povratne informacije koristit će se

testovi postignuća (uz prikupljanje podataka o učeničkoj percepciji interakcije s nastavnicom) te provesti detaljno gusto opisivanje segmenata videozapisa snimljene nastave. Više o metodama bit će opisano u sklopu metodologije.

U skladu s navedenim kreirana su sljedeće hipoteze i moderirane (pod)hipoteze istraživanja:

H1: Davanje učinkovitih povratnih informacija statistički značajno utječe na postignuća u nastavi matematike.

H2: Razina predznanja moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća.

H2.1. Razina predznanja moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća, pri čemu učenici s najnižom razinom predznanja pokazuju statistički značajno različit učinak u odnosu na ostale.

H2.2. Razina predznanja moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća, pri čemu učenici s najvišom razinom predznanja pokazuju statistički značajno različit učinak u odnosu na ostale.

H3: Percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća.

H3.1. Percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća, pri čemu je taj odnos snažniji i pozitivniji kod učenika s boljom percepcijom interakcije.

H3.2. Percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća, pri čemu je taj odnos snažniji i negativniji kod učenika s boljom percepcijom interakcije.

1.4.Manjkavosti u literaturi i kritika

Ekecrantz, Slavin i Wecker (sa suradnicima) najpoznatiji su kritičari istraživanja o učincima davanja povratnih informacija na učenička postignuća i proces učenja te Hattiejevih meta-analiza. Ekecrantzova kritika (2015) oslanja se na argumente da je nedovoljno istraživanja provedeno s učenicima srednjoškolske dobi. Osim toga, navodi da ona istraživanja koja su provedena su provedena s učenicima s teškoćama ili darovitim učenicima. Ističe da u uzorcima postojećih istraživanja postoji dominantna pripadnost određene skupine učenika obzirom na godine i kulturološke razlike ili se ona odnose na visoko motivirane nastavnike. Nadalje, navodi da se većina istraživanja bavila psihomotoričkom i afektivnom domenom.

S druge strane, Slavin (2018) smatra da veličina učinka koju je Hattie (2009) dobio sintezom meta-analiza nije valjana za povratne informacije jer je sama sinteza meta-analiza učinjena na

način da su nekritički prihvaćeni rezultati svih meta-analiza bez postavljanja ikakvih kriterija kvalitete i kontrole pojedinačnih istraživanja koje uvelike variraju te da je ona metodološki neodrživa. Slavin smatra da u određenom dijelu istraživanja postoji velika pristranost u dobivenim rezultatima te da su visoke veličine učinka povratnih informacija često rezultat: malih uzoraka (Polanin i sur., 2016); studija slučaja; kratkotrajnih istraživanja; istraživanja u kojima nema inicijalnog testiranja, kontrole ili se koriste kvazi-eksperimenti i eksperimenti s jednom skupinom; visoko intrizično motiviranih nastavnika (plaćanjem za sudjelovanjem u istraživanju) itd. Osim toga, Slavin se ne slaže ni sa Hattiejevom kategorizacijom veličina učinaka (2009), u smislu da su čimbenici s veličinama učinaka ispod 0.40 zanemarivi, tj. da imaju vrlo mali utjecaj. On smatra da kada se za istraživanja koja se uključuju u meta-analizu zahtijeva da imaju kontrolne skupine, kontrolirano incijalno testiranje, zadane minimalne veličine uzoraka, minimalno trajanje istraživanja i mjere neovisne o tretmanima, pojedinačna istraživanja rijetko kada imaju učinak veći od 0.40 i da njihov utjecaj nije zanemariv.

Wecker i suradnici (2017) također se bave metodološkim i statističkim aspektom Hattiejvih meta-analiza i veličinama učinka povratnih informacija koje su proizašle iz istih. Između ostalog, kritiziraju netransparentnost po pitanju kvalitete i izbora primarnih istraživanja koja su bila uključena u sintezu meta-analize te da je dana samo srednja vrijednost veličine učinka povratne informacije, zanemarujući utjecaj posebnih karakteristika povratne informacije. Wrecker i suradnici (2017) kritiziraju zanemarivanje utjecaja kulturoloških razlika na rezultate istraživanja primarnih istraživanja te klasifikaciju veličina učinaka, pri čemu se 0.4 uzima kao prijelomna točka između pozitivno utjecajnih i zanemarivo utjecajnih čimbenika. Oni smatraju da ukoliko se jednim eksperimentalnim tretmanom u trajanju od, primjerice 3 školska sata uspije postići veličina učinka od npr. d=0.3 ne može odgovarati veličini učinka koja se nekim čimbenikom (tretmanom) postigne u trajanju od jedne školske godine, navodeći da je vjerojatnije da veličina učinka određenog tretmana (čimbenika) opada primjenom tijekom dužeg vremenskog razdoblja. Isto tako, smatraju da popisani čimbenici nisu alternativa jedno drugome te da su zapravo u interakciji ili je jedno dijelom drugoga (Wrecker, 2017), npr. povratna informacija (d=0.48), provođenje formativnog vrednovanja (d=0.48), refleksija (d=0.75) i postavljanje ciljeva učenja (d=0.68).

Dio njihovih kritika, Hattie (2019) je uključio u revidiranu meta-analizu pri čemu je preciznije definiran utjecaj povratnih informacija na učenička postignuća, no i dalje se mogu primijetiti manjkavosti u literaturi: nedovoljan broj istraživanja u području sekundarnog obrazovanja; nedovoljan broj istraživanja iz nastavnog predmeta matematike; nedovoljan broj istraživanja

koje egzaktno definiraju koncept učinkovite povratne informacije; nijedno istraživanje koje se koristi eksperimentalnom metodom s učenicima u Hrvatskoj.
Prethodno navedeno pokušat će se obuhvatiti ovim istraživanjem.

1.5.Očekivani doprinos istraživanja

Ovaj rad doprinijet će području istraživanja povratne informacije u obrazovanju na nekoliko razina.
Prvo, pružit će empirijski uvid u učinak davanja povratne informacije korištenjem metodološki rigoroznijeg pristupa u odnosu na dosadašnja istraživanja. U radu će se koristiti kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrt s netretiranom skupinom, uz kontrolu dvije relevantne parazitarne varijable kako bi se „neutralizirao“ utjecaj neujednačenosti skupina; uzorak će biti dovoljno velik; mjere koje se koriste u tretmanu bit će neovisne o istraživanju; trajanje istraživanja bit će optimalno; izvršit će se kontrolirano inicijalno i finalno testiranje; istraživanje će se baviti poboljšanjem postignuća iz kognitivne domene iz nastavnog predmeta matematike na srednjoškolskom uzorku.
Drugo, u kontekstu hrvatske znanstvene i obrazovne prakse, ovaj rad predstavlja poseban doprinos jer, koliko je poznato, dosad nisu provedena istraživanja koja se bave empirijskim ispitivanjem učinkovite povratne informacije, a posebno primjenom eksperimentalnog dizajna u Hrvatskoj. Na taj način rad adresira postojeću istraživačku prazninu.
Treće, rad pruža problematizira dominantna teorijska polazišta te naglašava ograničenja univerzalnih pristupa povratnoj informaciji, ukazujući ovisnost učinkovitosti o socio-kulturalnom kontekstu, individualnim posebnostima učenika i specifičnostima nastavnih situacija. Time otvara prostor za rekonceptualizaciju postojećih modela i uključivanje alternativnih teorijskih perspektiva.

2.TEORIJSKA I EMPIRIJSKA POLAZIŠTA

U ovom poglavlju izlažu se teorijska i empirijska polazišta relevantna za postavljeni istraživački problem. Poglavlje je strukturirano metodom postupnog sužavanja fokusa, polazeći od nastave matematike (ključnih općih didaktičko-metodičkih koncepata i specifičnih aspekata nastave matematike) i vrednovanja, preko uloge nastavnika do povratne informacije.

U prvom dijelu izlaže se kurikulumski i kompetencijski pristup u suvremenoj nastavi, s posebnim osvrtom na kurikulum nastavnog predmeta matematike u Hrvatskoj te specifičnostima srednjoškolske nastave matematike. Obrađuju se temeljna načela poučavanja u

matematici, vrste matematičkog znanja te tipična organizacija i planiranje nastavnog procesa, uključujući artikulaciju nastavnog sata. Na kraju, prikazuju se relevantne teorije učenja i poučavanja u nastavi matematike.

Drugi dio poglavlja posvećen je vrednovanju školskih postignuća, pri čemu se definiraju ključni pojmovi i razlikuju temeljni oblici vrednovanja koji su ključni za povratne informacije. U tom kontekstu analiziraju se i konkretne nastavne tehnike povezane s procesom davanja povratnih informacija.

U trećem dijelu predstavlja se uloga nastavnika, raspravljajući o nužnim kompetencijama i umijećima, kako su ona povezana s odnosom i interakcijom između nastavnika i učenika te u konačnici povratnim informacijama. Posebno, pozornost se pridaje i interpersonalnom modelu ponašanja nastavnika koji je važan dio postavljene metodologije rada.

Završni dio poglavlja usmjeren je na povratnu informaciju kao temeljni koncept disertacije. Određivanju povratne informacije pristupa se iz različitih perspektiva te se prikazuje obzirom na teorije učenja i poučavanja. Pruža se opsežan povijesni prikaz klasifikacija povratne informacije, njezine moderatore i primjenu u nastavi matematike. U navedenom poglavlju definira se model povratne informacije na kojem počiva ovaj rad te se operacionalizira učinkovita povratna informacija. Osim toga, daje se pregled dosadašnjih istraživanja, posebno, u području nastave matematike te se prikazuju tehnike ostvarivanja davanja povratnih informacija u nastavi matematike.

2.1.Nastava matematike

Matematika kao znanost razvila se iz potreba svakodnevnice kao što su mjerenje, računanje, proučavanje oblika i objekata te uspostave odnosa između njih itd. koristeći matematičku logiku (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c), dok se suvremena matematika afirmirala kao znanost koja koristi apstraktni matematički način zaključivanja te „proučava idealne objekte i pojmove nastale apstrakcijom brojenja, mjerenje, oblika, strukture, međuovisnosti i promjene“ (Institut za hrvatski jezik i jezikoslovlje, 2011). Odnosno, moglo bi se reći da matematičari kombiniranjem matematičkih koncepata, principa, teorija (o veličinama, brojevima, oblicima, prostoru i njihovim međusobnim odnosima) te koristeći se analitičkim pristupom i logičkim zaključivanjem (analogijama, apstrakcijama, indukcijama i dedukcijama itd.) barataju informacijama, stvaraju pretpostavke, izvode dokaze, predviđaju ishode, rješavaju probleme itd. (Jukić Matić, 2013), a matematički način razmišljanja i matematička znanja primjenjivi su u (mnogim) raznim drugim znanostima i znanstvenim disciplinama (Ministarstvo znanosti i

obrazovanja, 2019c). Iz raznolikih definicija matematike mogu se izvesti ključne karakteristike matematike: istraživanje apstrahiranih pravilnosti iz svijeta koji nas okružuje, logičko i argumentirano zaključivanje, univerzalni matematički jezik (Jukić Matić, 2013). Navedene karakteristike impliciraju da se nastava matematike zahtijeva razvoj sposobnosti argumentacije i zaključivanja, što ima izravne implikacije na davanje povratne informacije.

Radi specifičnosti matematike i matematičkog obrazovanja, moglo bi se reći da se isto odvija i u nastavi matematike. Ipak, Romano (2013, prema Horvat, 2019) upozorava da je potrebno razlikovati znanstvenu od školske matematike radi socijalnog konteksta nastave, a što između ostalog utječe i na različitu epistemiologiju. Metodika nastave matematike proučava odgoj i obrazovanje u nastavi matematike, odnosno odgojno-obrazovne procese koji se ostvaruju na osnovi i uz matematičke sadržaje (Markovac, 2001). Metodiku nastave matematike karakterizira visok stupanj interdisciplinarnosti (Markovac, 2001), tj. povezanosti sa psihologijom, sociologijom, pedagogijom i dr. jer proučava ciljeve i zadatke nastave matematike (a onda i ishode učenja), oblike rada i nastavne metode u nastavi matematike, postupke uvođenja matematičkih koncepata i procedura te metodičko oblikovanje i interpretaciju istih, ali i praćenje i vrednovanje učeničkog napretka, identificiranje neuspjeha u nastavi matematike (refleksiju) te reagiranje kako bi se oni suzbili i dr. (Kadum i Kadum, 2019). I sama didaktika kao šire teorijsko uporište metodike nastave matematike različito se definira. Tako se didaktika određuje kao teorija (umijeće) poučavanja (Kiper i Mischeke, 2008), ali i kao teorija kurikuluma ili nastavne komunikacije (Cindrić i sur., 2010) ili područje analize i planiranja procesa učenja i poučavanja te kao prostor kritičkog promišljanja odgojno-obrazovne prakse (Klafki, 1992). Obzirom na to, Jukić Matić (2013) ističe tri glavna područja istraživanja u metodici nastave matematike: razvoj i implementacija kurikuluma, metode poučavanja i učenja matematike te vrednovanje postignuća (rezultata učenja i poučavanja), dok Palekčić (2007) izdvaja proučavanje transformiranja kurikulumskog sadržaja u obrazovne te okvir rada nastavnika (kada, što i zašto).

Budući da je središnji pojam metodike nastave matematike nastava kao svrhoviti, dvosmjerni, planski i racionalno organizirani radni proces u kojem se vrši prenošenje i usvajanje sintetiziranog znanja i iskustva s ciljem osposobljavanja za samostalno i uspješno snalaženje u životu (Jukić Matić, 2013), obzirom na predmet proučavanja metodika nastave matematike je pedagogijska disciplina. S druge strane, obzirom na način proučavanja predmeta je interdisciplinarna (bavi se proučavanjem učenja i poučavanja matematičkih sadržaja), ali isto

tako je i autonomna budući da spoznaje ostvaruje u okviru vlastite znanstvene predmetnosti (Markovac, 2001). Iako postoje brojna grananja metodike nastave matematike, uobičajena je podjela ona obzirom na razinu obrazovanja pri čemu se posebnost ostvaruje kroz različitost matematičkih koncepata te stupanj razvoja učenika određene dobi (Kadum i Kadum, 2019). Za ovaj rad od posebnog je značaja metodika nastave matematike u srednjoj školi, a područje istraživanja u okviru metodike nastave matematike je vrednovanje postignuća.

U ovom radu pojam suvremene nastave matematike koristi se u užem, operativnom značenju koje podrazumijeva nastavu usmjerenu na učenika, aktivno i suradničko učenje, primjenu raznolikih nastavnih metoda, tehnika i oblika rada (Previšić, 2007), razvoj kompetencija, formativno vrednovanje i individualni pristup u radu s učenicima s diferenciranim potrebama, interesima, znanjima itd. (Gazibara, 2018, Karajić i sur., 2019), korištenje suvremenih tehnologija, nastavnika koji potiče, ohrabruje, savjetuje, koji je refleksivni praktičar, a u skladu s konstruktivističkim i socijalno-konstruktivističkim teorijskim polazištima (Previšić, 2003; Karajić i sur., 2019). U suvremenoj nastavi važna je i afektivna domena, tj. socio-pedagoška dimenzija nastave, a takvo određenje razlikuje se od tradicionalne nastave, koja je dominantno usmjerena na prijenos znanja i reprodukciju sadržaja te sumativno vrednovanje.

2.1.1. Kurikulumski i kompetencijski pristup u nastavi

Suvremena nastava počiva na kurikulumskom pristupu što znači da se nastava planira i organizira prema kurikulumu koji je „skup planiranih i implicitnih odrednica koje usmjeravaju odgojni i obrazovni proces prema zadatcima i sadržajima koji su dosljedno izvedeni iz cilja te upućuju na organizacijske oblike i načine rada, postupke provjere uspješnosti u zavisnosti od mnogobrojnih procesnih faktora i okolnosti“ (Previšić, 2007). U izgradnji suvremenog kurikuluma (i hrvatskog) prevladava kompetencijski pristup u kojem se pomiče fokus s onoga što bi učenik trebao znati (sadržaj) na razvoj učeničkih kompetencija (što će učenik biti sposoban nakon učenja) (Komar, 2026). Postoji mnogo definicija i određenja pojma kompetencije (ovisno o kulturi, jezičnoj posebnosti, znanstvenoj disciplini), a u ovom radu opredjeljuje se za Weinertovu definiciju, prema kojoj su kompetencije „kognitivne sposobnosti i vještine kojima pojedinci raspolažu ili ih mogu naučiti kako bi riješili određene probleme, kao i s tim povezane motivacijske, voljne i društvene spremnosti i sposobnosti, kako bi se rješenja problema mogla uspješno i odgovorno koristiti u promjenjivim situacijama” (Weinert, 2001, prema Palekčić, 2005, str. 211). Operacionalizaciju kompetencija predstavljaju odgojno-obrazovni ishodi (Bašić, 2007). Odgojno-obrazovni ishodi učenja, jasni su i nedvosmisleni

iskazi očekivanih znanja, vještina, sposobnosti i stavova koje učenici trebaju steći po završetku određenoga programa, odgojno-obrazovnoga ciklusa ili stupnja obrazovanja (NOK, 2010), a čije je glavno obilježje mjerljivost (Bašić, 2007; Komar, 2026).

Neki autori (npr. Bašić, 2007; Previšić, 2007) navode da je takav *outcome-based* pristup ekonomsko-funkcionalistički, odnosno da je riječ o pragmatičnom shvaćanju kurikuluma te ciljeva odgoja i obrazovanja, koji polaze od zahtjeva svijeta rada i tržišta. Ova kritika upućuje na potencijalno ograničenje kompetencijskog pristupa. Usmjeravanjem vrednovanja isključivo na manifestno, tj. mjerljive i kurikulumski zadane obrazovne ishode sve ostale *unutarnje* aktivnosti kao što su: stavovi i vrijednosti poput urednosti, ulaganja truda, suradnje, radne navike, pozitivan stav prema matematici, samopouzdanje i sl., koji se ne mogu mjeriti, ne postavljaju se kao ishod niti se vrednuju (Komar, 2026) u nastavi matematike. Komar (2026; Terhart, 2001) navodi da se tu nužno dolazi do opasnosti da sve aktivnosti koje se ne vrednuje ostaju izostavljene iz nastavnog procesa. Isto tako, Previšić (2007) navodi da se u takvoj metodologiji izgradnje kurikuluma nedovoljno „mari“ za odgoj i socijalizaciju, a da navedeni pristup može dovesti do toga da se (pre)veliki fokus stavi na realizaciju kurikulumski zadanih obrazovnih ishoda. Kyriacou (2001, str. 161) navodi da ocjenjivanje koje „kurikulum nudi“ mogu usmjeravati na uspjeh nauštrb kvalitete. Drugim riječima, može dovoditi do *teaching to test effect-a* zanemarujući afektivnu (odgojnu) i socijalnu komponentu te ciljeve nastave matematike koji se ne vrednuju sumativno (brojčano). Naglasak na mjerljivosti implicira potrebu za komplementarnim oblicima vrednovanja poput formativnog praćenja i povratne informacije. Komar (2026) navodi da je za praćenje unutarnjeg razvoja i obrazovanja odgovor pedagoško praćenje, a ne evaluacija. (Učinkovita) povratna informacija u tom smislu može imati značajnu ulogu kao potencijalni most između standardizacije i individualizacije.

Može se reći da je hrvatski kurikulum mješoviti tip kurikuluma (prema Previšiću (2007)) budući da se njime preporuča stavljanje učenika u središte odgojno-obrazovnog procesa kao aktivnog sudionika, uvažavanje individualnih razlika pri poučavanju kako bi svaki učenik mogao ostvariti napredak te daje autonomija nastavnicima u pogledu izbora metoda, oblika rada i sadržaja. Ipak, kurikulumski zadani ishodi osnova su za planiranje i provedbu nastave (Bašić, 2007; Jurčić, 2012) te istovremeno predstavljaju i kriterij za vrednovanje učeničkih postignuća na kraju određenog odgojno-obrazovnog razdoblja, posebno na prosječno razini koja je detaljno razrađena u predmetnom kurikulumu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Ujednačavanjem ishoda učenja, standarda postignuća, elemenata vrednovanja, postavljanjem

kriterijskog vrednovanja i vrednovanjem isključivo obrazovnih ishoda, odmiče se od individualizacije, zanemaruju i ne uvažavaju specifičnosti razreda i individualne potrebe učenika (Horvat, 2019). Predmetnim kurikulumom definirana su tri elementa vrednovanja: usvojenost znanja i vještina, matematička komunikacija i rješavanje problema (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Navedeno je da su oni „odraz ciljeva predmeta“, da se vrednuju u postotcima, a čiji je omjer definiran obzirom na obrazovno razdoblje (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Iz navedene razdiobe: „do 5. razreda u omjeru 40:30:30, a u narednim razredima u omjeru 30:30:40“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c) očito je da bi oni trebali činiti 100% ocjene iz nastavnog predmeta matematike.

Bašić (2007) navodi da takav pristup dovodi do reduciranja razvoja cjelovite osobnosti, tj. obrazovnosti učenika, a Palekčić (2007) smatra da je suprotstavljen suvremenom obrazovanju koje postavlja zahtjev za individualizacijom te lišen pedagoške intencije.

Ovo pitanje od iznimne je važnosti u kontekstu primjene učinkovitih povratnih informacija čije je jedno od glavnih obilježja individualni pristup i razina davanja (Hattie i Timperley, 2007). Horvat (2019) navodi da se vrednovanje učenika ne bi smjelo voditi državnim standardima već se mora voditi pedagoško-psihološki legitimnim standardima koji su prilagođeni učeniku od strane nastavnika koji poznaje učenika u njegovim specifičnostima. Vrednovanje prema zadanim standardima postignuća, tj. očekivanim razinama usvojenosti ishoda koji su znatno viši ili niži u odnosu na učenika mogu predstavljati problem za mjerenje učeničkih postignuća, tj. opasnost od prikazivanja stagnirajućih učeničkih postignuća. I to neovisno o tome radi li se o premalom učeničkom napretku da bi se kao značajan mogao izmjeriti (efekt poda) ili se radi o učeniku koji postiže visoke rezultate i čiji se daljnji napredak ne mjeri (efektu stropa). U provedbi navedenog kriterijskog vrednovanja koji se temelji isključivo na kurikulumski zadanim obrazovnim ishodima i elementima vrednovanja može doći do toga da se rezultatima poučavanja pripišu različite okolnosti i čimbenici koje nisu realne, nisu posljedica poučavanja i pedagoškog djelovanja (Ćatić, 2012). To se može očitovati u situacijama gdje standardizirani kriteriji ne uzimaju u obzir individualni napredak učenika, čime se smanjuje valjanost procjene učeničkih postignuća. Zbog toga, trebalo bi razmotriti koje su to najobjektivnije, ali i najpreciznije metode vrednovanja, mjerni instrumenti nastavnog procesa i elementi vrednovanja u nastavi matematike prema mjerljivim pokazateljima učenja i poučavanja (Horvat, 2019).

2.1.2. Kurikulum nastavnog predmeta matematika

Hrvatski predmetni kurikulum za nastavni predmet matematiku obuhvaća sljedeće sastavnice:

- opis predmeta i svrhu
- ciljeve učenja i poučavanja
- opis strukture, tj. matematičke procese i domene
- odgojno-obrazovne ishode s preporukama za njihovo ostvarivanje, sadržaje i razine usvojenosti koji su organizirani po razredima i domenama
- povezanost s drugim predmetima i međutemama
- principe učenja i poučavanje predmeta
- vrednovanje ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Temeljna pitanja teorija nastave matematike polaze od određivanja ciljeva i zadataka nastave matematike. Ciljevi nastave opisuju općenite očekivane rezultate procesa poučavanja (Sorić i sur., 2018), odnosno to su općenite i sažete formulacije didaktičkih intencija (Bognar i Matijević 2005), a zadatci nastave su operacionalizirani ciljevi (Bognar, Matijević, 2005; Kadum i Kadum, 2019). Ciljevi i zadatci se, dakle, odnose na namjere (aktivnosti) nastavnika. Ostvarenje odgoja i obrazovanja, tj. usvajanje temeljenih kompetencija, kao konačnog rezultata opći je cilj svake nastave, a realizira se kroz tri zadaće: materijalne/kognitivne, funkcionalne/psihomotorne i odgojne/afektivne (Bognar i Matijević, 2005; Poljak, 1985).
Matematička kompetencija zajedno s kompetencijama u prirodoslovlju, tehnologiji i inženjerstvu navedena je kao jedna od osam ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje (EC 2006/962). Prema NOK-u (2011, str. 17) matematička kompetencija odnosi se na „osposobljenost učenika za razvijanje i primjenu matematičkoga mišljenja u rješavanju problema u nizu različitih svakodnevnih situacija“.

U Republici Hrvatskoj opis predmeta, svrha i cilj učenja i poučavanja te ishodi učenja nastavnog predmeta matematike definirani su predmetnim kurikulumom (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019):

„Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa:

– primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu

– samostalno i u suradničkome okružju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji

– rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije

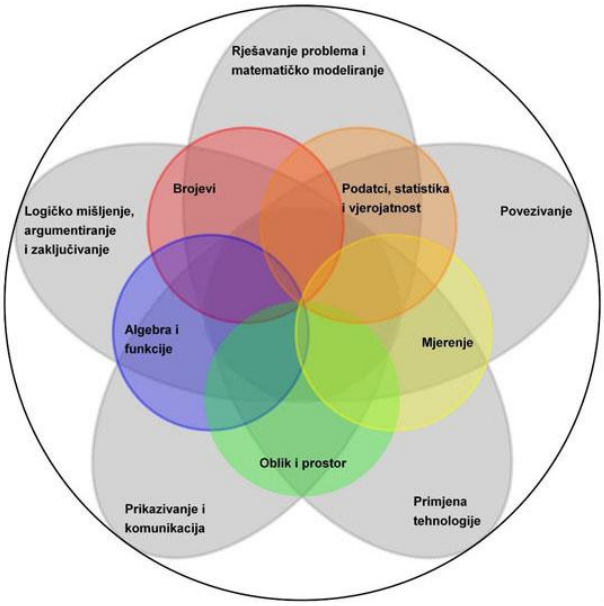
– razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito

– prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva.“

Prema Jukić Matić (2013) svrha nastave matematike je izgradnja pojmovnog aparata te spoznavanje i učenje postupaka koji pojedincu omogućavaju uključivanje u sustav matematičkih ideja, a posljedično i svijet u kojem živimo.

Poučavanje matematike je strukturirano (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019), a uspješno svladavanje novih sadržaja i usvajanje ishoda učenja u matematici podrazumijeva postupnost u prihvaćaju i usvajanju (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c), logičko-deduktivno povezivanje sadržaja te kontinuitet i kumulaciju znanja, kao glavne odrednice školske matematike (Horvat, 2019), čiji je preduvjet razvijenost radnih navika (Vizek Vidović i sur., 2003). Matematički pojmovi koji se obrađuju usklađeni su s kognitivnim razvojem, sposobnostima i društvenom sredinom učenika (Jukić Matić, 2013). Fey (2006, prema Horvat, 2019) smatra da je prilikom realizacije ciljeva i zadaće nastave matematike važno imati u vidu kontekst suvremenog društva i njegovih potreba te da školska matematika ne bi trebala slijepo slijediti dominantno materijalnu zadaću nastave nego se prilagoditi društvenim trendovima. Upravo su odgojna zadaća nastave matematike, tj. socijalne i afektivne dimenzije nastave matematike u tradicionalnoj nastavi bile zanemarene. No, sve češće u fokus istraživanja dolazi odgojna i pedagoška vrijednost nastave matematike kao i utjecaji stavova i emocija (Horvat, 2019) na uspješnost u matematici, ali i utjecaj vrednovanja na stavove i emocije prema matematici (npr. Arambašić i sur., 2005), na koje se uvelike može utjecati primjenom primjerenih strategija poučavanja i planiranjem (pripremom) nastavnog procesa (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Više o principima i teorijama učenja i poučavanja nastavnog predmeta, bit će u narednom poglavlju 2.1.6.

Predmetni kurikulum iz matematike u Hrvatskoj je dvodimenzionalan, tj. ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena. Matematički procesi prožimaju sve domene, a njihova povezanost vidljiva je u ishodima nastavnog predmeta, a slikoviti prikaz dan je na slici 1. Matematički procesi ostvaruju se kroz ishode, zastupljeni su u svim domenama i organizirani u pet skupina: prikazivanje i komunikacija; povezivanje; logičko mišljenje argumentiranje i zaključivanje; rješavanje problema i matematičko modeliranje; primjena tehnologije. Srodni matematički koncepti grupirani su u domene Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost.



Slika 1. Grafički prikaz povezanosti matematičkih procesa i domena u kurikulum za nastavni predmet matematiku (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c)

Iako su domenama u hrvatskom predmetnom kurikulumu iz matematike povezani srodni koncepti, njihova nedjeljivost očituje se u tome što je često usvojenost koncepata u jednoj domeni pretpostavka usvajanja koncepata iz drugih domena, a što dodatno naglašava kao zaokruženu, logičnu i sustavnu cjelinu kojoj na isti način treba pristupati u učenju i poučavanju.

Najveći dio kurikuluma zauzimaju ishodi zajedno s razradom po razini usvojenosti, razredu, obrazovnom programu i domenama te preporukama za ostvarivanje ishoda. Budući da su u kurikulumu ishodi organizirani po domenama, koje nisu disjunktni skupovi, te obzirom na to da se koncepti u domenama nadograđuju tijekom obrazovanja u skladu s razvojnim mogućnostima učenika (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c) u kurikulumu se pojavljuje isti ishod u različitim domenama i godinama učenja. Između ostalog, zbog toga moguće je jedan ishod učenja vrednovati u različitim elementima vrednovanja.

Mišurac-Zorica (2016) navodi da je u kurikulumu i dalje najveća pozornost posvećena nastavnim sadržajima, a bitno manje matematičkim procesima, pozitivnim stavovima i vrijednostima matematike koji su istaknuti kao ciljevi učenja i poučavanja matematike.

Kao što je već rečeno, važnost i vrijednost (učenja i poučavanja) matematike proizlazi i iz primjenjivosti i povezanosti matematičke kompetencije s drugim nastavnim predmetima (strukama), međupredmetnim temama i stvarnim životnim situacijama. Stoga, predmetnim kurikulumom sugerira se povezivanje s drugim predmetima i međupredmetnim temama te se ističe dobrobit i cilj toga. Usvajanje i razvoj vještina matematičke komunikacije doprinosi kreativnom izražavanju vlastitih ideja te razvoju jezično-komunikacijskih vještina općenito te medijskoj pismenosti, dok primjerice razvoj spacijalnih sposobnosti (primjerice učenjem stereometrije) pridonosi razvoju učeničke koordinacija i sposobnosti umjetničkog izražavanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Više o vrednovanju u nastavi matematike bit će u poglavlju 2.2.

2.1.3.Specifičnosti (srednjoškolske) nastave matematike

2.1.3.1.Načela u nastavi matematike

Nastavni sat mora biti osmišljen u skladu sa načelima (empirijskim normama odgojno-obrazovne prakse) osnovnoškolske i srednjoškolske nastave matematike. Valja napomenuti da postoje brojne klasifikacije, ali se one uglavnom odnose na: znanstvenost, objektivnost i praktičnu primjenu, motivaciju (svjesna aktivnost, interes), nastavne odgojnosti, postojanosti (trajnosti) znanja, zornost, problemnost nastave, primjerenost, racionalizaciju i ekonomičnost nastave, individualizaciju diferencijaciju te postupnost i sustavnost (Đurđević, 1999; Kurnik, 2002; Kadum i Kadum, 2019). Prema načelu znanstvenosti u nastavi se mogu iskazivati samo znanstvene istine, ukoliko matematičke spoznaje ne ulaze u zonu približnog razvoja učenika, tada se govori da će se navedeno učiti ili obrazložiti kasnije, a ne uči se pogrešno (Kadum i Kadum, 2019). Prema načelu primjerenosti i individualizacije općenito zahtjevi trebaju biti postavljeni u zoni približnog razvoja prosječnog učenika. Kada se učenicima postavljaju previsoki zahtjevi, može doći do demotivacije, a u slučaju preniskih zahtjeva ne potiče se misaona aktivnost i ne dolazi do intelektualnog razvoja učenika (Kadum i Kadum, 2019), tek zahtjevi koji su nešto viši od gornje granice učenikovim trenutnih mogućnosti dovode do razvoja sposobnosti, radoznalosti, potiču na istraživanje i mišljenje (Kadum-Bošnjak, 2013). Ispravno određivanje zone približnog razvoja (precizno procjenjivanje što učenici znaju i mogu te što bi mogao biti idući ne prelagani, a ujedno i „dohvatljiv“ cilj u određenom trenutku

razvoja) ima izrazito visoku veličinu učinka na učenička postignuća, d=1,29 (Hattie, 2017). Iako su kurikulumom (u RH) propisane prosječne razine ishoda koje se očekuju realizirati u pojedinom odgojno-obrazovnom razdoblju (razredu), ovo načelo veći značaj ima u kontekstu individualizacije i uvažavanja konkretnih i specifičnih mogućnosti pojedinog učenika. Stoga, preduvjet za to je formativno vrednovanje i praćenje učeničkog rada te povratne informacije koje nastavnik prikuplja i o kojima refleksivno promišlja. Nakon toga, veliku važnost kako bi se premostio jaz između trenutne izvedbe učenika i onoga što se treba usvojiti, ima davanje učinkovitih povratnih informacija učenicima od strane nastavnika. Uz mnoge druge karakteristike koje povratnu informaciju čine učinkovitom, ona također mora biti u zoni približnog razvoja učenika te individualna kako bi se uvažile mogućnosti i interesi svakog učenika. Načelo svjesne aktivnosti podrazumijeva matematičko mišljenje, a uvelike ovisi o izboru oblika, načina i metoda rada te izboru samog sadržaja, tj. zadatka, učeničkom razumijevanju i interesu za rješavanjem istog (Kadum i Kadum, 2019). Ono je isto tako u vezi i sa davanjem, ali i sa prihvaćanjem (učinkovitih) povratnih informacija. Važno je promišljati načine, oblike i metode davanja (učinkovitih) povratnih informacija, ali utjecaj na napredak i razvoj ovisi i o učeničkom svjesnom prihvaćanju ili odbacivanju, koje je u relaciji s načelom svjesne aktivnosti i samoj konstrukciji povratne informacije. Načelo postupnosti i sustavnosti objašnjeno je Diesterwegovim pravilima:

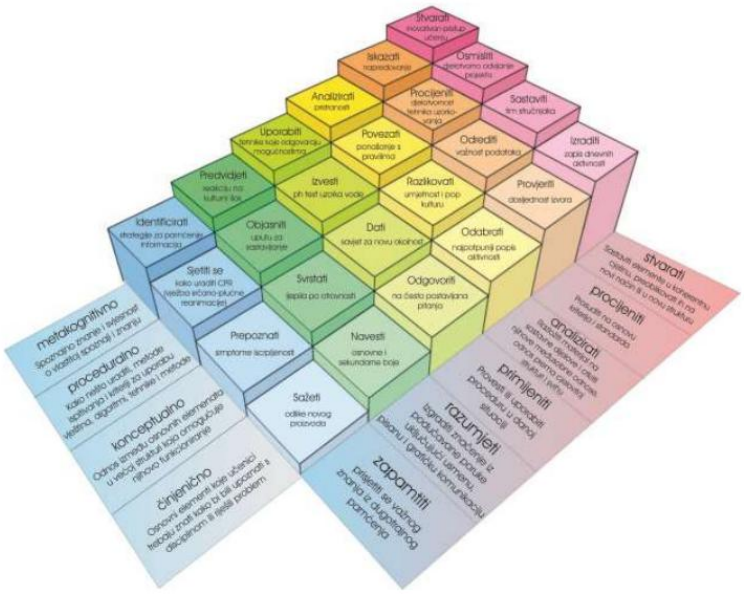
- od bližeg k daljem
- od jednostavnog ka složenom
- od lakšeg k težem
- od poznatog k nepoznatom
- od konkretnog k apstraktnom (Kadum i Kadum, 2019).

Navedena pravila svojevrsni su putokaz i za kreiranje učinkovitih povratnih informacija, pri čemu je ponovo istaknuto da je bitno pratiti zonu približnog razvoja učenika te uzimati u obzir trenutnu razinu znanja učenika kako bi se pomogao razvoj, tj. zatvaranje rupe između trenutne izvedbe i željenog cilja. Načelo diferencijacije u nastavi omogućava individualni razvoj učenika uz uvažavanje društvenog konteksta u kojem se odvija nastava , a diferencijacija se odnosi na tematsko-intencionalnu diferencijaciju (cilj, sadržaj, tempo rada,…), didaktičko-medijalnu i socijalnu diferencijaciju (metode, oblike, resurse rada,…), diferencijaciju akcijskih formi rada (rad s učenicima s posebnim potrebama) (Kadum i Kadum, 2019). Načelo trajnosti znanja kao jedan od ciljeva nastave, a trajnost znanja ovisi o tome kako je ono stečeno te koliko je i na koji

način uvježbavano, primjenjivano, ponavljano (Kadum i Kadum, 2019). Sustavno uvježbavanje uvelike utječe na trajnost matematičkog znanja (Kadum i Kadum, 2019). Načelo objektivne realnosti uvjetovano je djetetovom spoznajom o kvantitativnim odnosima u realnosti, a oni se aktualiziraju didaktičkim materijalima i tekstualnim zadatcima (Markovac, 2001, prema Kadum i Kadum, 2019). Vrlo slično tomu je načelo primjenjivosti ili praktične primjene znanja. U strukturiranju nastave nastojanja su da se u uvodnom motivacijskom dijelu ukaže na stvarne primjere iz prakse s ciljem pobuđivanja interesa za teorijsku obradu problema i učenje, a prilikom čega se i ukazuje na primjenjivost, značaj i uloga matematike u stvarnom životu (Kadum i Kadum, 2019). U vezi s time, ali i načelom primjenjivosti je i načelo zornosti. Prema Kadum-Bošnjak i Soldo (2013, prema Kadum i Kadum, 2019) nastava se treba izvoditi promatranjem, spoznavanjem, pamćenjem i rasuđivanjem na način da se učenicima omogući da osjetilnim putem izravno percipiraju objektivnu stvarnost koja se primjenjuje u nastavi. Zorni prikaz osim što omogućava potvrdu smisla rada učenika, omogućava metodom indukcije predodžbu apstraktnih matematičkih objekata koji nemaju konkretnu interpretaciju u stvarnosti (Kadum i Kadum, 2019). Posljednje, ali ne manje bitno načelo u nastavi matematike je načelo racionalizacije i ekonomičnosti nastave. Ono se odnosi na ostvarivanje optimalnih rezultata sa što manjim utroškom vremena, resursa itd. Navedeno podrazumijeva i optimalan i racionalan izbor zadataka, sadržaja, nastavnih načela, metoda, oblika rada itd. (Kadum i Kadum, 2019). Sva ova načela su podjednako važna i usko povezana, što znači da se ostvarivanjem jednog načela ponekad može ispuniti i neko drugo načelo (Kurnik, 2002).

2.1.3.2. Vrste matematičkog znanja

U nastavi matematike znanje se odnosi na usvojene definicije, pojmove, procedure i modele koje učenik može primijeniti u radu (Horvat, 2019). Poznavanje dimenzija/vrsta matematičkog znanja u relaciji je s učinkovitim davanjem učinkovitih povratnih informacija u nastavi matematike. Uobičajena klasifikacija matematičkog znanja je konceptualno i proceduralno (npr. Glavaš i sur., 2019; Hiebert i Lefever, 1986; Rittle-Johnson i Schneider, 2015; Star, 2000). Anderson i Krathwohl (2001) donijeli su dvodimenzionalnu strukturu kognitivnog znanja koja se sastoji od 4 dimenzije znanja (činjenično, konceptualno, proceduralno, metakognitivno) i 6 hijerarhijskih razina kognitivnih procesa (pamćenje, razumijevanje, primjena, analiza, vrednovanje, stvaranje). Svaka od navedenih vrsta znanja može se ostvariti na različitim razinama kognitivne složenosti, a vizualni prikaz modela može se vidjeti na slici 2.



Slika 2. Dimenzije kognitivnog znanja prema Anderson i Krathwohl (2001) (Naletilić, 2015)

Činjenično (deklarativno) znanje odnosi se na usvojene činjenice i generalizacije (Horvat, 2019), a u matematici bi se primjerice odnosilo na poznavanje matematičkog jezika, a naziva se još i znanje *„know what"*. Primjerice, u nastavi matematike to bi uključivalo npr. iskazivanje definicije opsega, reproduciranje formule za opseg kruga, prepoznavanje i poznavanje matematičkog simbola ¶ (*„pi"*) i sl. i ono je temelj za usvajanje ostalih dimenzija znanja. Ukoliko učenik ima poteškoća s ovom najnižom razinom znanja, tada Hattie i Timperley (2007) navode da se ne daju povratne informacije nego se ponavlja uputa, daje dodatno objašnjenje ili ponovo izravno poučava.

Proceduralno znanje *„know how"* predstavlja znanje o različitim postupcima, procedurama, metodama, pravilima i algoritmima koji se primjenjuju kako bi se postigao neki cilj (riješio zadatak) (Rittle-Johnson i sur., 2001). Proceduralno znanje odnosi se na poznavanje niza koraka u rješavanju matematičkih zadataka, a usvajaju se rješavanjem većeg broja različitih zadataka (Horvat, 2019). Ovisno o uvježbanosti proceduralno znanje može se automatizirati do razine minimalne svjesne aktivnosti, što može negativno djelovati na stupanj fleksibilnosti (Johnson, 2003). Ono ima razine usvojenosti od „tehničkog učenja" napamet bez razumijevanja zašto se nešto radi (Kadum i Kadum, 2019) i vezanja uz specifične vrste problema na kojima je znanje usvojeno (bez mogućnosti transfera znanja) (Rittle-Johnson i sur., 2001; Rittle-Johnson i sur., 2015) do viših razina znanja. Uslijed pogrešaka često dovodi do netočnih i nemogućih rezultata, npr. *na izletu je bilo 25.3 učenika*. U tim slučajevima ono isključuje znanje o primjeni različitih

postupaka u odgovarajućim uvjetima, tj. proceduralnu fleksibilnost (Star, 2005). Proceduralno znanje omogućuje brzo i učinkovito rješavanje problema (Hiebert i Lefevre, 1986).
U nastavi matematike ono se odnosi npr. na izvođenje koraka u rješavanju bikvadratne jednadžbe, primjenu pravila za derivacije funkcije, primjenu pravila za zbrajanje razlomaka i sl.
Konceptualno znanje ili *„know that“* odnosi se na sposobnost uspostavljanja (mentalnih) odnosa između osnovnih elemenata unutar veće strukture, a koje im omogućuje zajedničko funkcioniranje (Rittle-Johnson i Schneider, 2013). Za konceptualno su znanje informacije jednako važne kao i veze između informacija (Rittle-Johnson i Schneider, 2015). Ipak, ono nije vezano uz specifičan sadržaj. Ova vrsta znanja pohranjuje se u obliku relacijskih reprezentacija kao što su shema i semantičke mreže (Hiebert i LeFevre, 1986), a do njega se dolazi refleksivnim učenjem (Rittle-Johnson i Schneider, 2015). Većina matematičkih koncepata je visoke razine apstrakcije i uključuje duboko razumijevanje (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c), tj. sposobnosti logičkog mišljenja, povezivanja, objašnjavanja, generaliziranja, primjenu i strukturiranje informacije te poznavanje međusobnih odnosa unutar između činjenica, definicija, svojstava, pravila, klasifikacija, teorija, modela i sl.
Konkretno, u nastavi matematike ono bi uključivalo npr. razlikovanje pojmova funkcije i jednadžbe, poznavanje odnosa između osnovnih računskih operacija te poznavanje različitog prikaza brojeva.

Proceduralno znanje podrazumijeva primjenu algoritama ili procedura unutar različitih oblika reprezentacije, dok konceptualno znanje podrazumijeva sposobnost „snalaženja“ u mreži pojmova, pravila, algoritama, procedura itd. (Glavaš i sur., 2019). Može se reći da je konceptualno znanje „znanje o pojmovima i principima“, a proceduralno znanje je „znanje o postupcima“ (Star, 2000). Često se proceduralno znanje smatra manje zahtjevnim, manje kvalitetnim i površnim, no Star (2000) ističe da i konceptualno i proceduralno znanje imaju različite razine znanja, tj. mogu biti duboki ili površni. Rezultati istraživanja (Trupčević i Glasnović Gracin, 2014) pokazuju kako u suvremenoj nastavi matematike dominira poučavanje i vrednovanje zadataka zatvorenog tipa, poznavanje postupaka i algoritama kako nešto učiniti, tj. proceduralnog znanja. Rittle-Johnson i suradnici (2001) utvrdili su postojanje pozitivne korelacije između konceptualnog i proceduralnog znanja, a ističu da je stjecanje jedne vrste znanja preduvjet za stjecanje one druge, pri čemu redoslijed stjecanja ovisi o području koje se poučava, tj. domeni. No, da bi se unaprijedila matematička kompetencija i znanje, vrlo je važno jednako razvijati i konceptualno i proceduralno znanje (Rittle-Johnson i Schneider, 2013).

Metakognitivno znanje ili *„know when and why“* odnosi se općenito na znanje o spoznaji, a uključuje i svijest i znanje o vlastitoj spoznaji (Pintrich 2002, prema Labak 2022). Ono uključuje svijest o vlastitom učenju i strategijama te sposobnosti samoevaluacije vlastitog procesa učenja.

U kontekstu nastave matematike ono uključuje znanje o strategijama, ali i zahtjevima zadatka i kontekstu. Ono se odnosi na učenje, ali i za rješavanje različitih problema i korištenje odgovarajuće strategije u danoj situaciji, npr. metoda unatrag, skiciranje, pokušaj i pogreška itd.). Nadalje, svijest i znanje o vlastitim sposobnostima je znanje o vlastiti jakim i slabim stranama, područjima i sl., npr. svijest o tome da učenik ima poteškoća u geometriji, ali postiže dobre rezultate u kombinatorici. Konkretno, ono se odnosi i na to zna li učenik kada i zašto treba provjeriti određeno rješenje, procijeniti učinkovitost odabrane metode i sukladno procjeni odabir drugačijeg pristupa rješavanju, ali i na planiranje, praćenje i vrednovanje vlastitog rada i napretka u učenju matematike. Iako je u suvremenoj nastavi matematike naglasak na razvoju uspostavi veza između koncepata, razvoju logičkog i matematičkog mišljenja i zaključivanja, složenim i zahtjevnim sposobnostima poput rješavanja problema i sl., važno je za reći da svemu tome mora prethoditi pravilno usvojeno činjenično znanje i osnovne vještine računanja poput mentalnog računanja, procjene i sl. (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019).

Tablica 1 Usporedba vrsta znanja u matematici

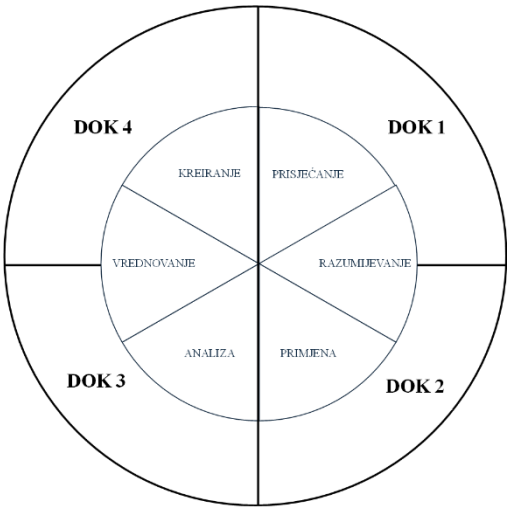
Vrsta znanja		Opis	Primjer
Činjenično	Know what	poznavanje osnovnih činjenica, pojmova, definicija i formula	Učenik može iskazati definiciju pravca.
Konceptualno	Know That	razumijevanje odnosa među pojmovima, principima i strukturama	Učenik može kategorizirati i diferencirati pojmove: točka, pravac, dužina, ravnina.
Proceduralno	Know How	primjena metode, algoritama i pravila	Učenik poznaje postupak crtanja pravca u koordinatnom sustavu.
Metakognitivno	Know when & why	znati kada i zašto primijeniti određeno znanje ili strategiju; praćenje i vrednovanje vlastitog razmišljanja	Učenik nakon što izračuna nagib, ucrta točke i nacrta pravac, shvaća da pravac ne prolazi kroz zadane točke pa provjerava je li pogriješio u izračunu nagiba, ucrtavanju i sl.

Sve dimenzije znanja mogu biti različite kognitivne složenost, tj. mogu joj se odrediti razine (Star, 2000). U ovom radu radi analize mjernih instrumenata koristit će se Webbova taksonomija dubina znanja (nadalje: DOK) potrebnih za izvršavanje zadataka (Webb, 2002). DOK pruža okvir za procjenu zastupljenosti zadataka različite složenosti (Masharipova, 2024). Može se reći da se Bloomova taksonomija iz 1956. i revidirana Bloomova taksonomija koju su donijeli Anderson i Krathohl (2001) koristi za isticanje razine kognitivnih procesa (razinu razmišljanja) za izvršenje zadatka, a da je Webbova taksonomija prikladnija kada se želi istaknuti kontekst, odnosno složenost zadatka (koliko duboko učenik mora znati da bi riješio određeni zadatak) (Masharipova, 2024).

Prema Webbu (2002) postoje četiri razine dubine znanja:

- DOK 1 – Prisjećanje i reprodukcija – zadatci na ovoj razini zahtijevaju dohvaćanje ili reprodukciju relevantnog znanja (činjenica, definicija, postupaka itd.)
- DOK 2 – Vještine i koncepti - zadatci na ovoj razini zahtijevaju od učenika primjenu informacija i složeniju mentalnu obradu (primjenu postupaka, konstruiranje značenja,…)
- DOK 3 – Strateško razmišljenje (kratkoročno) – zadatci na ovoj razini uključuju planiranje, zaključivanje, analiziranje, rješavanje problema
- DOK 4 – Prošireno (složeno) razmišljanje – na ovoj se razini očekuje dugotrajan i složen angažman s problemom ili konceptom, uz donošenje prosudbi, integriranje ideja i razmišljanja više razine

Masharipova (2024) uspostavlja odnos između Webbova DOK modela i revidirane Bloomove taksonomije, prikazujući njihovu međusobnu povezanost kao što je prikazano na slici 3.



Slika 3. Prikaz odnosa dubina znanja prema Webbu i revidirane Bloomove taksonomije

2.1.3.3.Teorije i značajke nastave matematike

Brojna su istraživanja koja se bave najefikasnijim načinom strukturiranja i realizacije nastave matematike. Neka od njih donose značajke učinkovite nastave matematike, neke su teorije proizašle iz određenih modela i teorija poučavanja, dok su druge teorije nastale iz specifičnih potreba zadovoljenja određenog cilja/načela nastave matematike. U ovom radu iste služe samo kao primjer za dublje razumijevanje posebnosti nastave matematike te samo predstavljaju samo okvir teorija i modela koji su nastavnicima na raspolaganju u složenoj nastavnoj praksi. Dio teorija proizašlih iz didaktičkih modela i pristupa njih bit će predstavljen u ovom dijelu, dok će se pregled temeljnih teorija učenja i poučavanja nastave matematike koje čine polazišne teorije u ovome radu dati u potpoglavlju Učenje i poučavanje matematike.

Obzirom na to da su istraživanja pokazala da je negativan stav prema matematici (Putney i Cass, 1998) dijelom zbog nemogućnosti povezivanja matematike s realnim svijetom, tj. nedostatnim uočavanjem primjenjivosti onoga što se uči iz matematike na stvarni svijet (Fan i sur., 2005; Lambić i Lipkovski, 2011), sve češća su nastojanja izbora sadržaja koji bi bio u vezi s realnošću te koji će matematiku prikazati kao humanu aktivnost (Romano, 2009, prema Horvat, 2019). Teorija realističkog matematičkog obrazovanja (dalje: RME), koja je slična PISA okviru matematičkog obrazovanja, obuhvaća pet bitnih karakteristika (Treffers, 1978, prema Horvat, 2019):

- stvarne životne situacije kao polazne točke učenja i poučavanja
- korištenje modela kako bi se matematičke apstrakcije povezale s realnim svijetom
- aktivnost učenika te omogućavanje višestrukih perspektiva, poticanje različitih načina razmišljanja koje je rezultat njihovog bavljenja matematikom

- visoka razina interaktivnosti između učenika i nastavnika
- uspostavljanje korelacija vertikalno (prevođenje stvarnog problema u matematički) i horizontalno (organiziranje i povezivanje znanja unutar matematike) te s drugim predmetima i svakodnevnim životom

Načela primjenjivosti, sistematičnosti i postupnosti te načelo problemnosti u nastavi matematike u ovoj teoriji dolaze do izražaja. Jukić Matić sa suradnicima (2017) također ističe matematičko rješavanje problema kao jedno od ključnih značajki suvremene nastave matematike, a nastavu u kojoj dominira načelo problemnosti naziva se problemskom nastavom (Kurnik, 2002) te je u njoj najčešće prisutna metoda apstrakcije. U kontekstu ovog rada RME je važna jer predstavlja pristup u kojem nastavnik kontinuirano prati učenikovo razmišljanje i daje povratnu informaciju koja nije samo evaluacija, nego alat koji podržava učenje, razvoj refleksije, povezivanje koncepata te razvoj matematičkog mišljenja.

Prema kibernetičko-informacijskoj teoriji o učenju i poučavanju dominira vođenje uz usmjeravanje i kontinuirano ispravljanje (Horvat, 2019). Prema ovoj teoriji središnju ulogu ima postavljanje, planiranje i ostvarivanje ciljeva nastave, ishoda učenja koje se postavlja na temelju poznavanja polazne situacije učenika. Terhart (2001) je opisao kibernetički regulacijski krug koji se sastoji od identifikacije poželjnog ponašanja koje zapravo predstavlja ishod učenja, utvrđivanja polazišnih uvjeta i pretpostavki učenja, planiranja koraka učenja uz osiguravanje raznovrsnih kurikularnih resursa i metoda te kontrole učenja (vrednovanjem) uz refleksiju radi daljnjeg planiranja i prilagodbe učenja i poučavanja. Putem kontinuirane povratne informacije usmjerava se i prilagođava proces učenja i poučavanja kako bi se ostvarili ishodi učenja.

Prema kritičkoj teoriji nastavne komunikacije (Gudjons i sur., 1992, prema Horvat, 2019) nastavni sat shvaća se kao komunikacijski proces, a nastavu karakterizira komunikacijsko djelovanje i verbalne nastavne metode poput: heurističkog razgovora, dijalog, postavljanje pitanja i zahtijeva visoku razinu interakcije. U ovoj teoriji velika se važnost pridaje ravnopravnom sudjelovanju učenika u nastavnoj komunikaciji i to na relaciji učenik-nastavnik, kao i na relaciji učenik-učenik. Vođenje smislene razredne rasprave dominira kao metoda rada u okviru ove teorije, a posebno promiče vještinu matematičke komunikacije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). „Učenici slušaju jedni druge, izražavaju se matematičkim jezikom, postavljaju pitanja, usmjeravaju se na bitne stvari i nude argumente te time razvijaju vještinu komuniciranja koja omogućuje razumijevanje, razmjenjivanje ideja, strategija i rješenja.“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). U ovoj teoriji povratna informacija

ostvaruje se kroz dijalog, raspravu i argumentiranje između učenika i nastavnika koji su pretpostavlja za ostvarenje napretka i razvoj matematičke komunikacije.

Za provedbu rasprave potrebno je planirati predviđanje učeničkih odgovora, praćenje odgovora, izbor učenika i redoslijeda dijeljenja učeničkih odgovora i njihovo povezivanje. Kroz razrednu raspravu nastavnik lako dobiva povratnu informaciju od učenika, uočava učeničke pogreške i miskoncepcije te u skladu s time može pravovremeno reagirati i dati povratne informacije. Vođenje smislene rasprave jedna je od značajki učinkovite nastave matematike (Stein i sur., 2008, prema Mužar Horvat, 2022).

Nastavni predmet matematika, obzirom na tradicionalnu nastavu dominantno je deduktivna, dok se u suvremenoj nastavi matematike može identificirati nastojanje uključivanja induktivnog načina zaključivanja (heuristike) te spiralnog kurikuluma (Horvat, 2019). Spiralni kurikulum uz dominaciju dedukcije u nastavnoj praksi predstavlja postupnu nadogradnju znanja (u skladu s razvojnim mogućnostima učenika) cijelom vertikalom učenja, prilikom čega nova znanja proizlaze iz prethodno usvojenih, kumulativnim stjecanjem znanja i vještina (Romano, 2009) radi potrebe izgradnje sustavnog i cjelovitog matematičkog znanja, pri čemu se uvažavaju i zahtjevi cjelokupnog sustava odgoja i obrazovanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Konkretno, u primarnom matematičkom obrazovanju zastupljeniji su koncepti i pojmovi iz domene brojeva i oblika i prostora, dok se s vremenom povećava broj složenijih koncepata (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Kurnik (2008) navodi da je težište suvremene nastave matematike razvijanje umijeća učeničkog samostalnog i stvaralačkog proučavanja matematike, pri čemu se preduvjeti za ostvarivanje istog ostvaruju u velikoj mjeri pravilnim i primjerenim izbornom nastavnih zadataka. To bi bili zadatci koji su otvorenog tipa, zadatci u kojima je naglasak na procesu rješavanja problema i raspravi (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Takvi zadatci podrazumijevaju aktiviranje različitih matematičkih procesa (predviđanje, promišljanje, zaključivanje), kreativnost i samostalnost (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Hiebert i Grouws (2007) izdvajaju samo dvije značajke kvalitetne nastave matematike, a to su: razumijevanje temeljnih matematičkih pojmova (koje se očituje) kroz strukturiranu i smisleno povezanu raspravu o matematičkim idejama te aktivno uključivanje učenika u rad s važnim matematičkim idejama. TIMSS rezultati (Klieme i sur., 2001, prema Kunter i Voss, 2013) ističu pak tri bitne dimenzije kvalitetne nastave matematike:

- stupanj kognitivne zahtjevnosti koji se od učenika zahtijeva različitim zadatcima i raspravom

- stupanj potpore koji je pružen učenicima u učenju, a koji se očituje primjenom različitih metoda formativnog vrednovanja, praćenjem učeničkog procesa učenja, davanjem individualnih povratnih informacija i upute koje su prilagodljive
- učinkovito upravljanje razredom i vremenom.

Shellard i Moyer (2002) također nude tri ključne sastavnice učinkovite nastave matematike: pojmovno razumijevanje, razvoj proceduralnog znanja te rješavanje problemskih zadataka. Osim toga, smatraju da se navedeno može razvijati kada je nastava matematike visokokvalitetna i počiva na predmetnom (nacionalom) kurikulumu, kada se koriste prikladni matematički alati koji podržavaju ciljeve učenja, kada je nastava diferencirana u odnosu na učeničke individualne potrebe i razine znanja, kada nastavnici pružaju individualne povratne informacije, ali i vrše refleksiju vlastitog rada, kada je prisutna suradnja s roditeljima te kada se nastavnici stručno usavršavaju. Anthony i Walshaw (2009) izdvajaju deset učinkovitih pedagoških postupaka u poučavanju matematike za koja su istraživanja pokazala da angažiraju učenike i vode do ostvarenja ishoda učenja i poučavanja. Načela počivaju, između ostalog, na uvjerenjima da pedagogija matematike priznaje da svaki učenik može biti uspješan u matematici, da se temelji na uvažavaju socio-kulutralnih razlika, usmjerena je na ostvarivanje ishoda koji uključuju konceptualno i proceduralno znanje, stratešku kompetenciju i adaptivno razmišljanje te doprinosi holističkom razvoju učenika za aktivno i uspješno sudjelovanje u svijetu (Anthony i Walshaw, 2009). To su:

- etika skrbi - stvaranje podržavajuće zajednice sa visokim (izazovnim), ali realnim i ostvarivim zahtjevima uz poštivanje individualnih razlika
- organiziranje učenja – uključivanje diferenciranih socijalnih oblika rada (samostalni rad, rad u paru, grupni i timski rad, razredne rasprave)
- izgradnja znanja na temelju učeničkih razmišljanja – nastava se prilagođava učeničkom predznanja i interesima, a pogreške su prilika za daljnje učenje i dobrodošle su
- vrijedni matematički zadatci – izbor zadataka igra važnu ulogu; korištenje zadataka koji će potaknuti dublje razmišljanje i istraživanje u matematici, samostalno bavljenje matematikom, a ne samo korištenje zadataka u kojima se traži točan i konačan odgovor
- povezivanje - vertikalno, horizontalno i sa stvarnim životom
- vrednovanje za učenje – korištenje različitih metoda i tehnika vrednovanja; pitanja, povratna informacija i samoprocjena pritom su ključni alati

- matematička komunikacija – poticanja razvoja ove kompetencije (objašnjavanja, argumentacije, razmjena ideja itd.)
- matematički jezik – ovladavanje matematičkim jezikom (primjena i povezivanje stručnih termina i izraza)
- alati i reprezentacije – korištenje različitih prikaza, digitalnih alata i modela pomaže u razvoj matematičke komunikacije, ali i usvajanju matematičkog znanja
- znanje učitelja – učinkovita nastava pored poznavanja materije matematike, tj. stručnog znanja zahtijeva i visoki razinu pedagoškog znanja, a nastavnici se neprekidno trebaju stručno usavršavati i profesionalno razvijati (Anthony i Walshaw, 2009).

Hattie (2017) donosi značajke *vidljivog učenja* za nastavu matematike u osnovnoj i srednjoj školi. Hattie (2017) smatra da izbor diferenciranih zadataka, suradničko učenje, matematička rasprava, problemska nastava, izravna metoda poučavanja, kao i sve druge metode ili pristupi nisu učinkovite same po sebi i da pitanje nije u tome što od navedenog koristiti nego kada i u kojim (individualnim) situacijama. Hattie (2017) smatra da je ključno planirati i dizajnirati jasne ciljeve učenja koji su poravnati s kriterijima učenja, pratiti učenika u kojoj fazi učenja nalazi (površinsko, dubinsko, transfer faza) te sukladno tome birati određenu strategiju poučavanja. U svemu tome važno je da i nastavnici i učenici znaju u svakoj fazi učenja gdje se nalaze, kamo trebaju ići i kako izgleda kada tamo stignu, a što se odvija putem učinkovitih povratnih informacija. U fazi površinskog učenja učenici kroz dizajnirana iskustva istražuju nove koncepte, povezuju ih s proceduralnim vještinama i vokabularom te oblikuju početno konceptualno znanje. U fazi dubinskog učenja učenici rješavaju zadatke visoke kognitivne razine, sudjeluju u dubokim raspravama, povezuju koncepte, kreiraju matematičke generalizacije te primjenjuju i uvježbavaju proceduralne vještine do razine automatizacije. Transfer znanja je krajnji cilj, a podrazumijeva prijenos stečenih znanja i vještina na nove situacije, učenici samostalno razmišljaju o složenijim matematičkim problemima te planiraju, istražuju i razvijaju svoja znanja.

Jukić Matić i suradnici (2020) također ističu da kvaliteta nastave u prvom redu ovisi o osposobljenim nastavnicima i njihovim kompetencijama (stručnim i pedagoškim) za realizaciju iste, a utvrdili su da su značajke učinkovite nastave matematike kulturalno ovisne. Tako se u zapadnim zemljama poput SAD-a, Australije i Njemačke može uočiti pragmatičniji pristup, dok u istočnim zemljama poput Kine i Hong Konga do izražaja više dolazi formalistički pristup (Mužar Horvat, 2022). U tablici 2 može se vidjeti što je u fokusu nastave u pojedinoj europskoj

zemlji (čije su tradicije ukorijenjene i u hrvatskoj nastavi matematike ili imaju utjecaja u suvremenoj hrvatskoj nastavi matematike), prema mišljenju nastavnika. Iz prikazane tablice može se iščitati fokus nastave u pojedinim državama, kao i teorijske osnove učenja i poučavanja koje stoje u pozadini.

Tablica 2 Karakteristike nastave matematike i teorije učenja po državama

Država	Fokus	Izvor (prema Jukić Matić i sur., 2020)	Teorija učenja i poučavanja
Njemačka	upamćivanje osnovnih procedura (npr. računanje postotka ili postupka za rješavanje jednadžbe)	Kaiser, Vollstedt, 2007	Biheviorizam, kognitivizam
	razumijevanje i sposobnost izvođenja formula		
Engleska	primjenjivost, tj. povezivanje sa stvarnim životom (učenika)	Miao, Reynolds, 2018	Konstruktivizam, socio-konstruktivizam
	diferencija zadataka i prilagodba prema individualnim sposobnostima učenika		
Francuska	važnost zaključivanja i kognitivnog modeliranja	Pepin, 1999.; Kaiser, Vollstedt, 2007	Konstruktivizam
	vidljivo korištenje definicija, teorema, formula kako bi teorijski aspekt bio uočljiv		
	proceduralno znanje		
	mogućnost samostalnog otkrivanja koncepata		
Švedska	visoka razina individualizacije (interakcija)	Hemmi, Ryve, 2014	Socio-kulturalizam
	prilagodba učenicima i njihovim interesima i potrebama, svakodnevnoj matematici		
	praćenje učeničkog rada i napretka uz pružanje visokog stupnja podrške nastavnika		
Finska	ponavljajuće aktivnosti poput mentalne aritmetike i domaće zadaće na dnevnoj bazi	Hemmi, Ryve, 2014	Socio-kognitivizam, kognitivizam
	jasno artikuliranje ciljeva sata, precizno davanje uputa		
	dobro osmišljeno planiranje sata i proaktivno vođenje razreda		

	formativno vrednovanje, uzimanje u obzir razlike među učenicima		
SAD	Povezivanje i primjena sa stvarnim životom	Cai i Wang, 2010	Konstruktivizam, socio-konstruktivizam
	Učenički angažman; manje priče nastavnika, a više slušanja učenika		
	vođenje učenika u istraživanju i stvaraju vlastitog znanja		
Rusija	učenici u središtu nastave i aktivni stvaratelji vlastitog znanja	Kardanova i sur., 2014	Socio-kulturalizam
Singapur	pažljiv izbor zadataka koji se razlikuju u složenosti (načelo postupnosti)	Kaur, 2009	Konstruktivizam, socio-kognitivizam
	uloga nastavnika - vođenje i supervizija učenika		
	sažimanje ključnih dijelova teme		
	temeljito praćenje individualnog rada		

Autori navode da su različite organizacije i institucije specifične za pojedine zemlje (npr. SAD (NCTM, 2014), Singapur (MOE, 2019), Ujedinjeno Kraljevstvo (NCETM, 2007)) izradile dokumente s obilježjima učinkovite nastave matematike, no iako ti dokumenti ne navode iste značajke, mogu se razaznati zajedničke ideje, temeljene na teorijskim pretpostavkama te rezultatima istraživanja (Jukić Matić i sur., 2020). Stoga, autorice donose sintezu značajki učinkovite nastave matematike:

- postavljanje jasnih matematičkih ciljeva koji vode učenje
- uvažavanje učeničkog predznanja, potreba i iskustava
- izbor zadataka koji potiču vještine zaključivanje i rješavanje problema
- korištenje različitih matematičkih prikaza i reprezentacija
  vođenje smislenih matematičkih rasprava
- *suočavanje* učenika s uobičajenim miskoncepcijama i pogreškama
- prilagodba poučavanja različitim učeničkim potrebama (diferencijacija)
- izgradnja proceduralnog znanja iz konceptualnog
- poticanje suradnje među učenicima

- korištenje tehnologije.

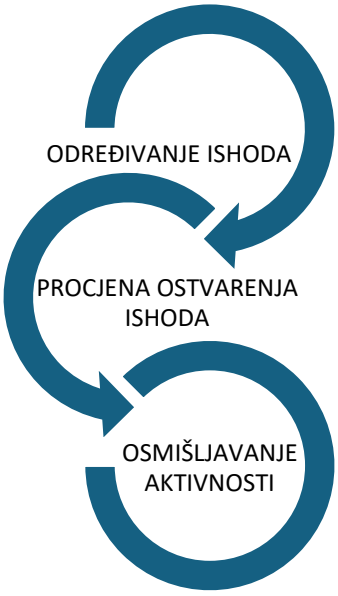
2.1.4. Nastavni sat matematike

2.1.4.1.Planiranje i kurikulumski krug

Nastava je po svojoj definiciji planska, organizirana djelatnost zbog čega zahtijeva pripremu za odvijanje odgojno-obrazovnog procesa u uvjetima u kojima su stvorene didaktičko-spoznajno-psihološke pretpostavke za učenje te osigurani organizacijski, materijalno-tehnički i drugi uvjeti za rad (Lavrnja, 1998). Nastava je svrsishodno pedagoško zbivanje koje je određeno pedagoškim intencijama, nastavnim temama (predmetima, sadržajima, ishodima), nastavnim metodama koje pomažu realizaciju pedagoških namjera i ostvarivanju nastavnih tema te nastavni mediji (nastavna sredstva, pomagala) koji posreduju u tome (Schulz, 1994). Nastava je sustavno organizirana zajednička aktivnost nastavnika i učenika na ostvarenju zadatka odgoja i obrazovanja (Bognar i Matijević, 2005). Planiranje i organizacija su dakle njezin neizostavni dio.

Planiranje nastave može se opisati kao složeni proces pripremanja izvedbe nastave koji odgovara na pitanje kako ostvariti zadane ishode učenja. Pri tome se postavljaju i pitanja što (pedagoški ciljevi), kada i kako poučavati (izbor aktivnosti, redoslijed, predviđeno vrijeme, sadržaj, nastavna sredstva i pomagala) te kako vrednovati (provjeriti ostvarenost ciljeva i ishoda učenja) (Kyriacou, 2001; Vizek Vidović i sur., 2003), uvažavajući procese i kontekst učenja te osobitosti učenika, vodeći računa o njihovoj motivaciji i socijalnim odnosima u razredu (Vizek Vidović i sur., 2003; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a). Planiranje je duže vrijeme u fokusu istraživača jer je jedan od čimbenika kvalitetne nastave, a suvremene teorije planiranja nastave izdvajaju sljedeće dimenzija koje je važno uzeti u obzir pri planiranju: antropogene pretpostavke (informacije o predznanju, interesu, motivaciji itd. učenika), socijalno-kulturalne

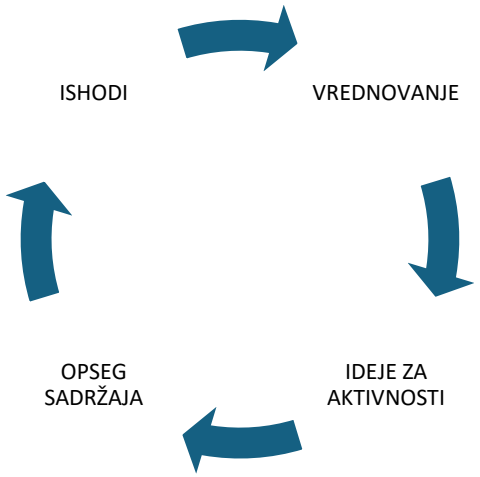
pretpostavke, pedagoške intencije, tematski slijed i poželjne medije (Schulz, 1994). U suvremenoj nastavi prevladavaju ciklički modeli planiranja nastave kojima se naglašava refleksivnost nastave i kontinuirani (iterativni) proces vrednovanja ostvarenosti ishoda učenja (Jurčić, 2014; Trowsdale, McKay, 2023; Wisdom, 2001). Neki autori navode da se time omogućuje fleksibilniji pristup planiranju koji nastavniku omogućuje samostalno određivanje redoslijeda planiranja, odnosno započinjanje s bilo kojim elementom cikličkog kruga (npr. Walker, 1992; Print, 1993). Jedan od poznatijih pristupa je „dizajn unatrag" (*backwards design)* koji su predložili Wiggins i McTighe (2005), prikazan na slici 4. U navedenom dizajnu može se uočiti povezanost kompetencijskog pristupa (outcome-based) i kurikuluma (Trowsdale, McKay, 2023). Prvo je potrebno identificirati željene ciljeve i ishode učenja (*Što učenici trebaju postići?)*, zatim odrediti vrednovanje, tj. načine, oblike i kriterije vrednovanja (*Koji su to dokazi da su učenici ostvarili ishode?)*, a na kraju dolazi planiranje nastavnih aktivnosti (*Koje su to*



Slika 4. Grafički prikaz cikličkog modela Wiggins i McTighe (2005)

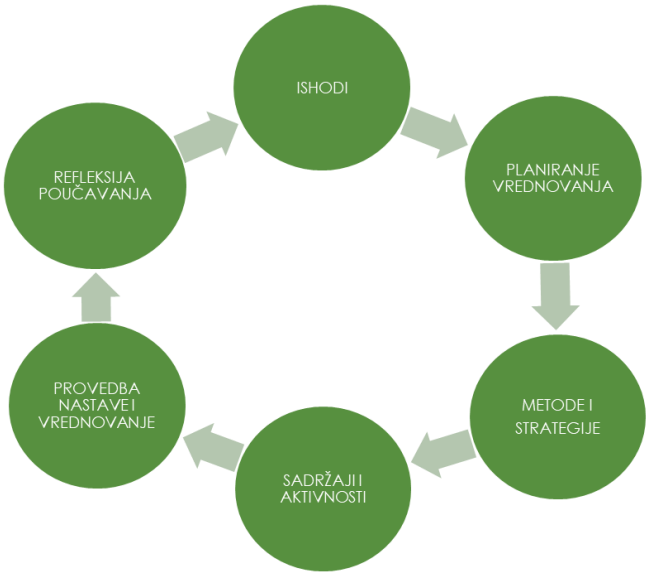
aktivnosti i zadatci koji omogućuju ostvarenje zadanih ishoda?) (Wiggins, McTighe, 2005).

Bennett, Agostinho i Lockyer (2017) također se zalažu za ovakav pristup ističući dinamičnost procesa planiranja i dizajna koje se događa prije, tijekom i nakon nastave. Navedeni autori proširuju prethodni model, pozicionirajući u njemu i opseg sadržaja (vidi sliku 5).



Slika 5. Grafički prikaz pristupa planiranju prema Bennet i suradnici (2017)

Detaljnije razrađen tijek planiranja aktivnosti (metoda, strategija, oblika rada, izbor sadržaja itd.) dan je prikazom kurikulumskog kruga na 6. slici (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Jurčić (2014) navodi da kurikulumski krug daje okvir za cjelovito pedagoško promišljanje o nastavnom procesu.



Slika 6. Grafički prikaz kurikulumskog kruga (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019)

Karakteristike kurikulumskog pristupa poučavanju su sljedeće:

- pedocentrizam
- aktivno učenje
- razvoj samostalnog i samopouzdanog učenika koji je spreman na cjeloživotno učenje
- vrednovanje koje se odvija tijekom procesa učenja i poučavanja

- u planiranju se polazi od odgojno – obrazovnih ishoda definiranih predmetnim kurikulumom
- uspostavljanje korelacije sa ishodima drugih predmeta te očekivanjima međupredmetnih tema (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a).

Prema tome, planiranje nastave kreće jasnom vizijom o ciljevima poučavanja, odnosno odabirom SMART ishoda učenja iz predmetnog kurikuluma, očekivanja međupredmetnih tema koje je moguće integrirati te mogućom uspostavom korelacije s drugim predmetima (Anderson, 2002; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a; Vizek Vidović i sur., 2003). Predmetne ishode iz kurikuluma potrebno je operacionalizirati u ishode na razini nastavne teme, a potom na razini aktivnosti (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021b). Operacionalizacija ishoda polazište je u izboru pristupa, metoda i tehnika vrednovanja ostvarenosti odgojno – obrazovnih ishoda (Vizek Vidović i sur., 2003) s ciljem ostvarenja kurikulumskog (konstruktivnog) poravnanja, tj. osiguravanja usklađivanja ishoda, vrednovanja i aktivnosti (Biggs i Tang, 2011) te zadovoljavanja učeničkih potreba, interesa i posebnosti nastavnih uvjeta (Jurčić, 2014; Kyriacou, 2001). Time se osigurava da se vrednovanjem ispituje je li učenje dovelo do željenih provjera u znanju, vještinama i uvjerenjima (Biggs i Tang, 2007) i značajka je učinkovite nastave matematike (Sullivan, 2011).

Konkretno, ako je planirani ishod *student će moći sastaviti ispit znanja*, onda se moraju koristiti one metode poučavanja koje će studente naučiti kako to učiniti, npr. slušanje predavanja, praćenje vježbi s demonstracijom koraka u izradi ispita znanja, individualni rad na sastavljanju zadataka ili rad u skupini koja radi na izboru zadataka za konstrukciju ispita jer će im omogućiti da to uvježbaju, a za provjeru ostvarenosti ishoda se treba koristiti zadatak u kojem se očekuje izrada ispit znanja iz Matematike za određene ishode učenja. Dakle, da bi postojalo konstruktivno poravnanje, poravnanje se mora odnositi na sve parove relacijske trojke: ishod – metoda poučavanja – vrednovanje i ukoliko bilo koja od ovih relacija ishod – metoda, ishod – vrednovanje ili metoda – vrednovanje nije poravnata, konstruktivno poravnanje nije zadovoljeno. U tom slučaju ne može se dobiti ni potvrda da je upravo poučavanje dovelo do željenih promjena u znanju, vještinama i uvjerenjima (Biggs, 2001). Uz to, potrebno je učenicima jasno artikulirati ishode učenja, ali i načini, kriteriji i elementi vrednovanja (Hattie, 2017). Stoll i Fink (2000, str. 169) ističu da „ako učenici znaju što će se učiti – ako su upoznati sa standardima uspješnosti koji određuju rezultat – tada imaju puno više mogućnosti za učenje“. Ishodi učenja i kriteriji vrednovanja moraju biti dobro definirani, učenici moraju imati razvijeno duboko razumijevanje o tome što trebaju usvojiti, povezati zadatke i aktivnosti s ishodima

učenja, znati kada je određeni ishod ostvaren te ukoliko nije, koliko su blizu ostvarenju toga (Hattie, 2012). Time se osigurava okruženje u kojem učenik aktivno sudjeluje u nastavi u smislu preuzimanja odgovornosti za vlastito učenje, samoreguliranja učenja, samovrednovanja i procjene samoučinkovitosti, no i traženja povratih informacija kada je to potrebno (Hattie, 2012). Isto tako, ono je preduvjet učinkovitosti povratne informacije pri davanju, kako bi se mogla dati na odgovarajućoj razini i u skladu s učeničkom izvedbom.

Nakon toga slijedi planiranje vrednovanja, odnosno kako će se zadani ishodi pratiti, mjeriti i evaluirati (Kyriacou, 2001). Vrednovanje predstavlja važan dio kurikulumskog kruga procesa planiranja poučavanja (vidi slika 1), a prema nekim autorima ono je polazna i završna točka tog procesa (Mrkonjić, Vlahović, 2008). Više o vrednovanju dano je u sljedećem poglavlju.

Ovisno o odabranim ishodima te vrednovanju, biraju se strategije, metode i oblici rada koji će učenicima omogućiti aktivno i angažirano učenje učenika (Hattie, 2012; Kyriacou, 2001; Trowsdale, McKay, 2023) te odgovarajuće aktivnosti, nastavni sadržaj, sredstva i pomagala, koje su u skladu s različitim čimbenicima poput učeničkog predznanja, opremljenosti učionice, primjerenosti medija i sl. (Cindrić i sur., 2010). Izabrani nastavni sadržaj treba omogućiti:

- postupnost u obradi (treba voditi računa o predznanju učenika)
- smisleno učenje (koherentnost gradiva, povezivanje u smislenu cjelinu)
- iskustveno učenje i učenje putem otkrivanja
- uravnoteženost gradiva (između količine informacija i razine obrade)
- relevantnost gradiva (voditi računa o interesima učenika, ali i vrijednosti i značenje gradiva za učenike)
- uspostavu korelacije sa gradivom drugih predmeta (u svrhu integracije i/ili transfera znanja) (Vizek Vidović i sur., 2003).

Prema Kyriacou (2001) ključno je odrediti primjerene, ali dovoljno izazovne aktivnosti i zadatke za učenike (u zoni približnog razvoja) (Kyriacou, 2001), dok Vizek Vidović i suradnici (2003) važnim smatraju i vođenje učeničkom motivacijom, interesima te socijalnim odnosima između učenika u razredu. Ovo je iznimno važno u kontekstu prepoznavanja prilika i kreiranja učinkovitih povratnih informacija. Posebno, važno je voditi računa i o učenicima s posebnim potrebama (Kyriacou, 2001).

Potom slijedi provođenje nastave, tj. izvedba svih aktivnosti i vrednovanja.

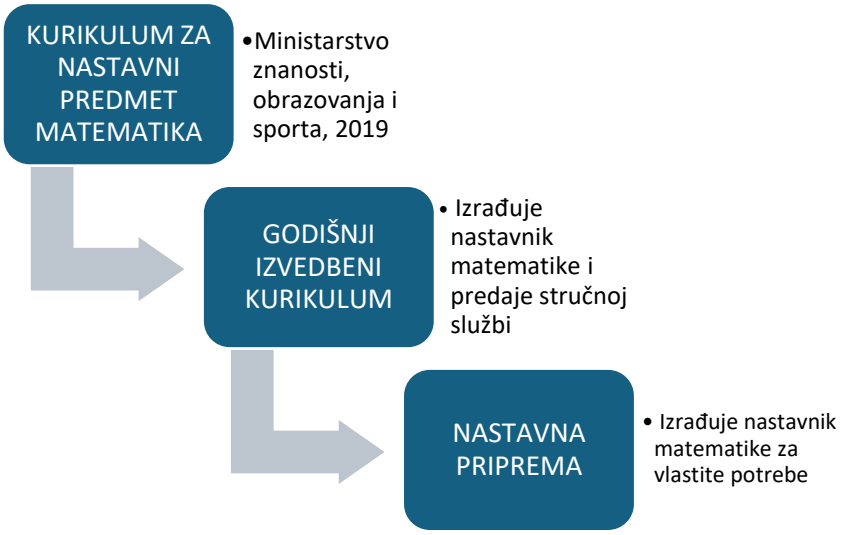
Vrednovanje uključuje i refleksiju i samorefleksiju na uspješnost poučavanja jer planirani, izvedeni i usvojeni kurikulum, kao i kurikulum koji se vrednuje su različiti konstrukti

(Macdonald, 2001). Planirani kurikulum predstavlja ono što je službeno propisano uz odgovor na pitanje *Što želimo da se uči i kako?*. Izvedeni kurikulum predstavlja ono što se stvarno događa u učionici, nastavnikovu interpretaciju i realizaciju plana (čemu nastavnik daje veću važnost, što preskače i sl.). Usvojeni kurikulum obuhvaća ono što su učenici usvojili, a ne mora se u potpunosti poklapati ni s planiranim ni s izvedenim (Keeley i Tobey, 2011; William, 2012). Konačno i kurikulum koji se vrednuje je konstrukt koji predstavlja reprezentativan uzorak ishoda učenja, odnosno onoga što se poučavalo. Nastavnik tijekom poučavanja praćenjem i vrednovanjem uspoređuje planirani, izvedeni i usvojeni kurikulum, tj. ostvaruju li se i u kojoj mjeri zadani ciljevi, odnosno ishodi, a sukladno refleksiji o odabranom vrednovanju, strategijama poučavanja te aktivnostima za učenike donosi odluke o potrebnim izmjenama plana poučavanja (Black i William, 1998; Frey i Fisher, 2011). Dakle, vrednovanje pokazuje koliki je jaz između onoga što je planiran, onoga što je poučavano i naučenoga (Keeley i Tobey, 2011). U svemu tome, iznimno je bitno da učenici budu upoznati s načinima, postupcima, elementima i kriterijima vrednovanja kako bi i sami mogli preuzeti odgovornost za vlastito učenje, odnosno zatražiti i prihvatiti povratnu informaciju (Locke i Latham, 1990).

Osim navedenog, planiranje nastave osigurava strukturiranost i organiziranost odgojno-obrazovnog procesa, emocionalnu sigurnost nastavnika te je temelj za refleksiju i samoprocjenu učinka učenja i poučavanja (Kyriacou, 2001). Winkel (1986, prema Kiper i Mischke, 2001) također navodi važnost (samo)evaluacije učenja (od strane učenika) te poučavanja u smislu nastavničke samorefleksije. Nastavnik bi se trebao reflektirati na vlastitu djelatnost i je li ostvario zadane ciljeve poučavanja, jesu li učenici realizirali postavljene ishode te ukoliko se to nije dogodilo pitati se zašto, treba li nešto revidirati te kako sve sudionike odgojno-obrazovnog procesa informirati o tome (Winkel, 1986, prema Kiper i Mischke, 2001). Dakle, nastavnik se reflektira na vlastiti rad kako bi mogao planirati buduće poučavanje, unaprijedio vlastiti rad te kritički razmišlja o tome kako bi mogao unaprijediti vlastitu praksu (Hattie, 2012; Kyriacou, 2001; Meyer, 2005; Vrcelj i sur., 2023).

Planiranje nastave provodi se u skladu s važećim službenim zakonskim aktima i dokumentima resornog ministarstva. Temelje za donošenje nacionalnih predmetnih kurikuluma predstavljaju Nacionalni okvirni kurikulum (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, 2011), Strategija obrazovanja, znanosti i tehnologije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2014) te Okvir nacionalnog kurikuluma (Hrvatski sabor, 2017). Proces planiranja odvija se na godišnjoj,

tjednoj i dnevnoj razini. Odnos odgovarajućih dokumenata temeljem kojih se planira nastava prikazan je na slici 7.



Slika 7. Odnos dokumenata temeljem kojih se planira nastava u RH

Kurikularnom reformom „Škola za život“ iz 2019. godine u Hrvatskoj se umjesto nastavnih planova i programa izrađuju godišnji izvedbeni kurikulumi (dalje: GIK). GIK je fleksibilan dokument kojim se evidentira planiranje nastavnika i kojim se omogućava ostvarivanje svih ishoda predmetnog kurikuluma uključujući i odgovarajuća očekivanja međupredmetnih tema (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021b). Iako ne postoji zadani obrazac, izgled ili propisani način kako se radi i izgleda GIK, on mora sadržavati popis nastavnih tema te propisane ishode i očekivanja koja se navedenim temama ostvaruju, okvirni broj sati za potrebnih za realizaciju pojedine teme te vremenski slijed ostvarivanja po mjesecima (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021b). Ukoliko nastavnik želi može dodati i druge pojedinosti u GIK kao što su metode i oblike rada, projekte, metode i načine vrednovanja, korelacije s drugim predmetima i sl. (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021b).

2.1.4.2. Artikulacija nastavnog sata

Temelje u smislu planiranja i određivanja unutarnje strukture nastavnog sata, odnosno ideje artikulacije sata, postavio je Herbart, a nakon njega i Ziller, u 18. stoljeću. Pod artikulacijom nastavnog sata podrazumijevaju se postupci koji se tiču organizacije i strukturiranja jednog nastavnog sata kao najmanje i osnovne vremenske organizacijske jedinice (Kadum i Kadum, 2019). Pri izvedbi nastavnog sata trebale bi se moći uočiti etape nastavnog sata i prepoznati tip nastavnog sata (Kyriacou, 2001).

Herbart i Ziller smatrali su da se mogu definirati formalne stupnjeve nastave (općevažeće forme nastave), tj. da se svaki nastavni sat može raščlaniti na manje metodičke jedinice koje ispunjavanju nastavni sat (Bognar i Matijević, 2005). Prema Herbartu nastava je imala četverodjelnu strukturu (jasnoća, asocijacija, sustav, metoda), a Ziller je detaljno razradio pet formalnih stupnjeva nastave (analiza, sinteza, asocijacija, sustav, metoda) (Bognar i Matijević, 2005). Pranjić (2005) navodi da se formalni stupnjevi nastave doživljavaju kao praktična pomoć u planiranju nastave zbog čega smatra da su se vjerojatno zadržali do danas.

Iako danas postoje različiti modeli artikulacije nastave, npr. 5E model (istraživački model), projektna nastava, problemska nastava i sl., u nastavi matematike najzastupljeniji je trodjelni model prema kojem se strukturiraju sljedeće etape nastavnog sata, tj. njegov uvodni, glavni i završni dio (Kadum, Kadum, 2019).

Uvodni dio sata služi za sadržajnu, emocionalnu te tehničku pripremu za rad (Kadum, 2019). Nastavnik mentalno priprema učenike (Kyriacou, 2011) i jasno su iskazani ishodi učenja i ciljevi poučavanja te povezani s kriterijima vrednovanja (Hattie, 2012). Najprije se provode tehničke pripreme za rad nastavnika i učenika poput upisivanja nastavnog sata u dnevnik rada, odsutnih učenika te se pripremaju nastavna pomagala i sredstva za rad (Jukić Matić, 2013). U uvodnom dijelu sata važno je aktivirati potrebna učenička predznanja, ispitati njihova iskustva učenja (stavove i emocije) vezana za određene teme, motivirati ih za učenje i aktivno sudjelovanje te naglasiti očekivanje ishode učenja (Đurđević, 1999; Keeley i Tobey, 2011), a što je moguće ostvariti nekom od tehnika vrednovanja za učenje poput: Frayer model, ulazne kartice, konceptualni crteži, popisivanje terminologije, popis ishoda učenja i sl. (Keeley i Tobey, 2011). Više o navedenim tehnikama navedeno je u potpoglavlju 2.4.6. U pravilu, na kraju slijedi najava glavnog dijela sata te dogovor oko aktivnosti koje slijede kako bi se usmjerila učenička pažnja na planirane aktivnosti i ishode koje treba ostvariti (Kadum i Kadum, 2019). Prvi, uvodni dio sata ne bi trebao trajati duže od 10 minuta, a njegov završetak može se prepoznati pisanjem naslova na ploču (isticanjem naslova) (Jukić Matić, 2013).

Glavni dio sata posvećen je realizaciji postavljenih ciljeva poučavanja, odnosno ostvarivanju ishoda učenja kroz jednu ili nekoliko aktivnosti (Jukić Matić, 2013), a u kojima učenik ima aktivnu ulogu. I u tom dijelu sata nakon aktivnosti poželjna je provedba aktivnosti vrednovanja za ili kao učenje, bilo da je riječ o kratkoj provjeri usvojenosti određenih koncepata, procedura, vještina itd. prije prelaska na sljedeću aktivnost (npr. tehnikom semafora ili palac gore-palac dolje) ili (samo)procjene usvojenosti ishoda nakon aktivnosti ususstavljivanja/ uvježbavanja

(npr. tehnikom liste (samo)procjene, aktivnosti uvijek-poneka-nikad itd.). Metodičke preporuke idu u smjeru da ne bi trebao trajati duže od 30 minuta (Kurnik, 2007).

Artikulacija glavnog dijela sata ovisi o nastavnom tipu. U nastavi matematike nastavna tipologija donosi se obzirom na cilj poučavanja, a to su: sat obrade, sat vježbanja i ponavljanja, sat usustavljivanja znanja, sat provjere znanja te kombinirani sat (Kurnik, 2007) o kojima će više biti rečeno u sljedećem potpoglavlju.

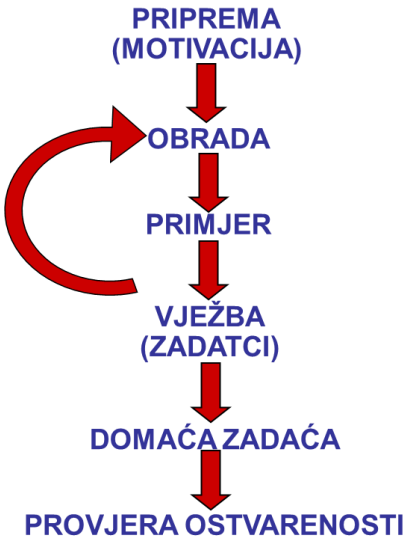
Konačno, završni dio sata služi za refleksiju, usustavljivanje naučenog te provjeru i procjenu razine usvojenosti zadanih ishoda. Navedeno se također realizira nekom od tehnika vrednovanja za/kao učenje (npr. izlazne kartice itd.), a u nastavi matematike se najčešće u ovom dijelu zadaje domaća zadaća (uz davanje uputa i eventualnih potrebnih pojašnjenja), kao i zadavanje dodatnih zadataka za one koji to žele. Predviđeno trajanje završnog dijela sata je 5 do 10 minuta (Kurnik, 2007).

2.1.4.3.Nastavna tipologija

Sat obrade podrazumijeva stjecanje novih znanja, sposobnosti i vještina (Kadum i Kadum, 2019). Ovisno o dobi učenike se upoznaje s novim pojmovima, pravilima, definicijama, teoremima i dokazima, algoritmima (načelo primjerenosti). Tako se primjerice teoreme u osnovnoj školi ne dokazuju teoremi nego samo grafički interpretira (načelo zornosti), dok se u srednjoj školi dokazuju samo *osnovni* teoremi (načela postupnosti i primjerenosti) (Kadum i Kadum, 2019).

Za razliku od ostalih nastavnih tipova sat obrade slijedi strukturu nastavnog procesa prema Poljaku (1988): pripremanje, obrada nasatvnog sadržaja, vježbanje, ponavljanje i provjeravanje, uz karakterističnu artikulaciju glavnog dijela sata koji se može vidjeti na slici 8. (Kurnik, 2007). Nakon uvodnog dijela ističu se glavne ideje i problemi te se ukazuje na povezanost s ranije usvojenim sadržajima (Kadum i Kadum, 2019). Graduiranje znanja ostvaruje se spiralno, tj. istovremenim proširivanjem i produbljivanjem, a u skladu s učeničkim predznanjem i mogućnostima (Poljak, 1991). Potom nastavnik najčešće metodom demonstracije rješava određeni primjer, navodi i obrazlaže odnose među konceptima te kognitivno modelira rješavanje zadatka. Iako je u suvremenoj nastavi matematike učenik u središtu nastavnog procesa, istraživanja ipak pokazuju da je bitno razlikovati kada je efikasnije koristiti nastavu usmjerenu na učenika, a kada na nastavnika (Jukić Matić i sur., 2020). Isto tako, Jaworski (1999) upozorava da se ta paradigma ne smije uzimati *preusko* jer se na taj način dolazi do „apsurdnih stavova“ poput onoga da nastavnik ne bi smio objašnjavati u nastavi jer

se ono smatra tradicionalnom nastavom, tj. „prenošenjem znanja“. Tako se u nastavi matematike preporuča korištenje metode izravnog poučavanja pri obradi, a posebno u nižim razredima (Gersten i sur., 2009, prema Jukić Matić i sur., 2020). Nakon rješavanja oglednog primjera (ili više njih) učenicima se zadaju zadatci za vježbu (neovisno o obliku rada: samostalno, u paru, skupini itd.). Posebno je važno da se na svakom satu obrade planiraju i aktivnosti vježbanja. Uputno je predvidjeti različite vrste aktivnosti radi prilagodbe učenicima različitih sposobnosti, stilova učenja, brzine rada i drugih individualnih karakteristika (Jukić Matić, 2013). Također, iako se nastava pomno planira u odnosu na učeničke sposbnosti, predznanja, razredne potrebe, ponekad je teško predvidjeti dinamiku rada zbog čega je uvijek potrebno predvidjeti zadatke za zalihost. Uvriježeno je da u satu obrade uvodni dio traje 5-10 minuta, obrada 10-15 minuta, vježba 15-20 minuta te završni dio 5-10 minuta (Jukić Matić, 2013).



Slika 8. Shematski prikaz dijagrama tijeka nastavnog sata obrade (Jukić Matić, 2013)

Sat vježbanja i ponavljanja za cilj imaju utvrđivanje gradiva, ostvarivanje trajnosti znanja, produbljivanje i proširivanje znanja (primjena znanja na različite zadatke i probleme) i detekciju područja s kojima učenici imaju poteškoća te davanje povratne informacije u skladu s istima. Sat vježbanja i sat ponavljanja imaju isti cilj, ali se razlikuju u tome što sat vježbe gotovo uvijek dolazi nakon sata obrade (pogotovo u nižim razredima nastave matematike), dok se satovi ponavljanja rade na kraju određene nastavne teme. Sat vježbanja najzastupljeniji je tip nastave u nastavi matematike. Istraživanje Bennett i suradnika (1984, prema Vizek Vidović i sur., 2003) pokazala su da se u nastavi matematike 60% vremena potroši na aktivnosti uvježbavanje. Pavleković (2008) navodi da je općenito u cjelokupnoj nastavi matematike znatno manji broj

sati obrade, a što se posebno očituje u nižim razredima nastave matematike gdje prevladava broj sati vježbanja u odnosu na broj sati obrade. Autori navedeno dovode u relaciju s koncepcijom suvremene nastave matematike u kojoj je veći dio vremena predviđen za samostalan rad učenika vježbanjem (Horvat, 2019; Kurnik, 2008; Mužar Horvat, 2022). Navedeno donekle proizlazi i iz kurikulumski zadanih obrazovnih ishoda (i vrsta znanja koja su njima dominantno pretpostavljene), prema kojima je nastava matematike izrazito usmjerena na rješavanje zadataka. Satovi vježbanja omogućuju više vremena za davanje učinkovitih i individualiziranih povratnih informacija učenicima.

Sat usustavljivanja (ili sistematizacije) odvija se neposredno nakon obrade jedne ili više nastavnih tema koje će se provjeriti pisanom provjerom znanja. Na tom satu učenici, ali i nastavnik dobivaju vrijednu povratnu informaciju o kvaliteti i uspješnosti učenja i poučavanja te mjestima za poboljšanje (Kurnik, 2007).

Sat provjere znanja, vještina i sposobnosti sat je na kojem se vrednuje ostvarenost ishoda zadanih predmetnim kurikulumom, a rezultira ocjenom te kao takvi moraju biti najavljeni najmanje 14 dana unaprijed (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Poželjno je da se idući nastavni sat nakon evaluacije odradi sat analize pisane provjere, a koji omogućuje pravovremeno davanje povratne informacije.

2.1.4.4. Osmišljavanje/izbor aktivnosti

Kao što je već rečeno u potpoglavlju 2.1.4.1. nakon postavljanja ciljeva i ishoda, donošenja odluka o vrednovanju slijedi osmišljavanje aktivnosti koje omogućuju realizaciju ishoda (Wiggins i McTighe, 2005). Iako se u pedagoškoj literaturi izbor strategija, metoda i oblika rada te sadržaji promatraju integrirano u osmišljavanju aktivnosti (Bennet i sur., 2017; Biggs i Tang, 2011; Kyriacou, 2001; Wiggins i McTighe, 2005), u ovom radu će ih se zasebno razmatrati kako bi se istaknula posebna obilježja svakog od njih u kontekstu nastave matematike.

U izboru odgovarajućih nastavnih aktivnosti za pojedini nastavni sat nastavnici imaju potpunu autonomnost. Odluka ovisi isključivo o nastavnikovom mišljenju o uspješnosti različitih nastavnih strategija, metoda i oblika rada u odnosu na potrebe (interese, predznanja, motivaciju) svojih učenika (Kyriacou, 2001). Dakle, vodi se načelima adekvatnosti, aktivnosti i stvaralaštva, socijalizacije, diferencijacije, individualizacije i personalizacije (Bognar i Matijević, 2005). U literaturi se kao dodatne utjecajne čimbenike na donošenje odluke o izboru aktivnosti navodi vrijeme održavanja nastavnog sata (npr. je li petak poslijepodne ili utorak ujutro) te materijalno-tehničke mogućnosti i sl. (Kyriacou, 2001), odnosno vođenje načelima

adekvatnosti, ekonomičnosti, primjerenosti (Bognar i Matijević, 2005). Obzirom na stupanj omogućavanja stjecanja novih znanja, vještina i sposobnosti integriranja i utvrđivanja znanja Bennett i suradnici (1984, prema Vizek Vidović i sur., 2003) klasificirali su aktivnosti koje:

- povećavaju i uvode nova znanja, vještine i sposobnosti
- restrukturiraju postojeća znanja
- omogućavaju transfer znanja
- utvrđuju i ojačavaju već postojeća znanja
- obnavljaju znanja.

Jednako kao primjerenost i prikladnost aktivnosti u odnosu na zadani cilj poučavanja i ishod učenja, važna je i raznovrsnost korištenih aktivnosti (Kyriacou, 2001).

Raznovrsnost izbora aktivnosti omogućuje poučavanje prema različitim stilovima, teorijama i pristupima, a učenicima omogućuje učenje na različite načine (od kojih im neki nekad više odgovaraju od drugih) te prevenira zasićenje određenom aktivnošću i zadržava pažnju. Raznovrsnost aktivnosti, pružanje raznolikih i bogatih iskustava učenja omogućava usvajanje i razvoj svih koncepata i procesa (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). No, i pri tome treba voditi računa o načelu ekonomičnosti, pogotovo ako je riječ o jednom nastavnom satu, koji ne treba nalikovati na „predstavu“.

Uslijed Covid-19 pandemije u 2020. godini, prelasku na nastavu na daljinu u okviru primarnog i sekundarnog formalnog obrazovanja, dolazi do ekspanzije gotovih (matematičkih) nastavnih materijala od nastavnih priprema, izvora sadržaja, nastavnih listića do online materijala za vrednovanje, što je olakšavalo cijeli proces pripreme i izvedbe nastave. Obzirom na to da je ovo istraživanje provedeno u razdoblju pandemije COVID-19, navedene okolnosti predstavljaju važan kontekst.

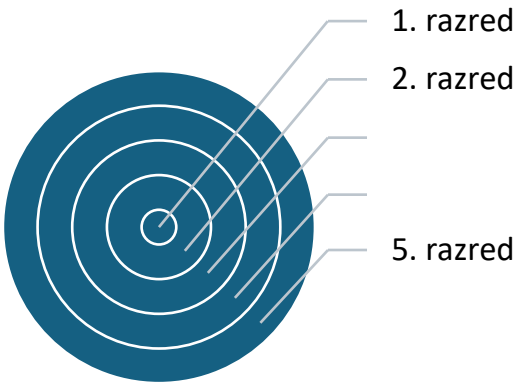
Ipak, Kyriacou (2001) navodi da je posebno važno da nastavnik prije uporabe razmisli o primjerenosti (konstruktivnom poravnanju) i mogućnosti (u odnosu na specifične potrebe svojih učenika) korištenja istog, posebnog u neizmijenjenom obliku, u vlastitoj nastavi.

2.1.4.4.1. Izbor sadržaja

Iako je sadržaj više ili manje određen u okviru (mješovitog) predmetnog kurikuluma (Bognar, Matijević, 2005) u Hrvatskoj, a značajnije više u okviru nastave matematike, ono ipak predstavlja širi okvir na godišnjoj predmetnoj razini te nastavnik i dalje treba planirati i nastavne aktivnosti na razini nastavne jedinice (Kyriacou, 2001). Nastavnik autonomno odlučuje o

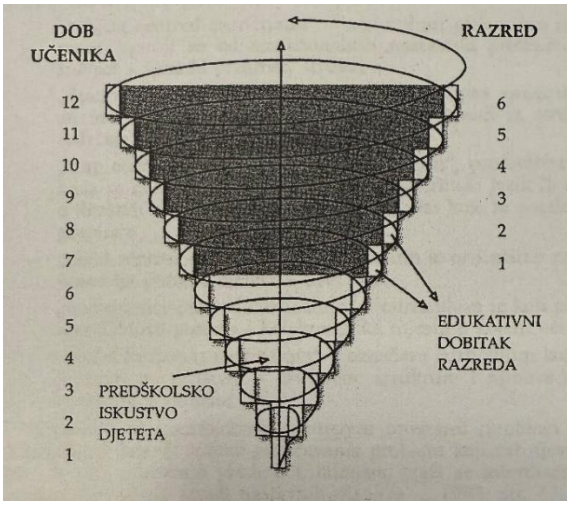
uključivanju/isključivanju izbornog sadržaja, donosi odluke o tome koliko će „važnosti“ pridati kojoj temi, a koja se ogleda u dubini, broju i razini ishoda te posvećenom vremenu (Kyriacou, 2001; MZO 2019). Pri izboru odgovarajućeg sadržaja postavlja se pitanje što se želi poučavati, koji sadržaj najbolje odgovara zadanim ishodima. Osim toga, nastavnik samostalno odlučuje o izvorima informacija te dodatnoj literaturi kojom se koriste učenici Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Pri tome vodi računa o didaktičkom pravilu postupnosti: od bližeg ka daljem i od jednostavnijeg ka složenijem, a navedeno se odvija raspoređivanjem sadržaja u koncentrične krugove ili uzlazno-progresivne spirale (Bognar, Matijević, 2005). Koncentrični krugovi većeg polumjera predstavljaju više razrede, a obuhvaćaju krugove manjeg polumjera, tj. nastavne sadržaje iz nižih razreda (Kadum i Kadum, 2019) (vidi 9. sliku). To znači da se sadržaji kroz razrede ponavljaju te proširuju i produbljuju.



Slika 9. Ilustracija rasporeda sadržaja u obliku koncentričnih krugova

Spiralni način obrade sadržaja pretpostavlja stečeno znanje kao osnovu za proširivanje i produbljivanje spoznaja na višim razinama znanja (Tomić i Osmić, 2006, prema Kadum i Kadum, 2019) (vidi sliku 10.).



Slika 10. Ilustracija rasporeda sadržaja u obliku spiralnog kurikuluma (Matijević, 1983, prema Bognar i Matijević, 2005, str. 181)

Sukcesivan ili konsekutivan raspored obrade sadržaja podrazumijeva postupan i logički slijed uvođenja nastavnih sadržaja, pri čemu se novi sadržaji nadovezuju na prethodno usvojena znanja (Vizek Vidović i sur., 2003). Za razliku od koncentričnog i spiralnog pristupa, gdje se sadržaji vraćaju i produbljuju, sukcesivni pristup naglašava linearan slijed učenja. Takav način organizacije posebno je važan u nastavi matematike i izgradnje koncepata jer usvajanje novih koncepata izravno ovisi o prethodno usvojenim znanjima.

Navedeno slijede i podupiru i načela nastave matematike, a to su:

- postupnost u obradi (učeničko predznanje, interesi i sl.)
- relevantnost
- povezivanje gradiva horizontalno i vertikalno unutar predmeta
- uspostavljanje korelacije sa drugim predmetima
- uspostavljanje ravnoteže između količine sadržaja i razine obrade (dubine i širine)
- stvaranje preduvjeta za aktivno i iskustveno učenje
- osvještavanje skrivenog kurikuluma, tj. mogućih pristranosti i vlastitih svjetonazora koji utječe na izbor sadržaja (Vizek Vidović i sur., 2003)

Stoga, može se zaključiti da adekvatan izbor sadržaja ovisi o nastavničkom umijeću (Kyriacou, 2001). Nastavna umijeća mogu se opisati kao smislene nastavničke aktivnosti (misaone i praktične) koje potiču učenje (Kyriacou, 2001), a o kojima će više biti rečeno u poglavlju 3. To podrazumijeva da nastavnik dobro poznaje predmet, da zna kako graduirati nastavno gradivo, odnosno podijeliti ga na manje sastavne dijelove i kojim redoslijedom obrađivati koju nastavnu

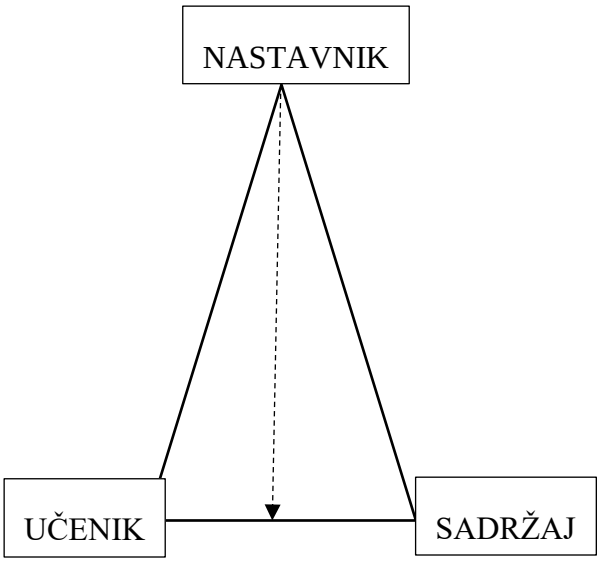
temu uvažavajući učeničke potrebe i olakšavajući učenje (Kyriacou, 2001; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Poznavanjem učeničkog predznanja nastavnik donosi informirane odluke o sadržaju (Campbell, 2008, prema Mužar Horvat, 2022). Iznimno je važno povezati nova znanja s već stečenim, a posebno je korisno ako se uvodi kao nastavak prethodnog (Kyriacou, 2001). Stoga, nastavnik si treba postavljati pitanja „Što je od situacije učenja učeniku novo, važno, zanimljivo, lagano, teško; Zašto se učenici trebaju baviti tom konkretnom situacijom učenja; Koje rezultate učenici trebaju ostvariti na kraju nastavnog sata i sl.“ (Kadum i Kadum, 2019, str. 150). Primjerice, pri uvođenju kvadratnih jednadžbi nastavnik se treba pitati koja znanja su potrebna za usvajanje navedenog gradiva, npr. rješavanje linearnih jednadžbi, osnovne operacije s algebarskim izrazima, ali i jesu li se već susretali s posebnim oblikom kvadratne jednadžbe ($x^2 = a, a \epsilon R$) te kako su ga rješavali itd. Tako bi, primjerice, sat na kojem se uvode kvadratne jednadžbe mogao započeti aktivnošću u kojoj se učenici podsjećaju pojma jednadžbi, kako se rješavaju linearne jednadžbe i sl. čime se provjerava njihova spremnost i aktivira predznanje.

U literaturi se navodi da se pri izboru sadržaja nastavnici – početnici (kojima se smatraju oni do 5 godina radnog staža) najčešće oslanjaju na udžbenik (Kyriacou, 2001) kao glavni prenositelj i autoritet implementiranog kurikuluma (Fan i sur., 2013). Ipak, istraživanja nastave matematike pokazuju da se to ne odnosi isključivo na nastavnike – početnike te da se matematički udžbenik koristi u velikoj mjeri u nastavi (npr. Pepin i Haggarty, 2001; Glasnović Gracin i Jukić Matić, 2016). Isto je pokazalo i veliko istraživanje Glasnović Gracin i Domović (2009) koje je provedeno među nastavnicima matematike u osnovnim školama u Hrvatskoj. Prema rezultatima više od 95% nastavnika navodi da je udžbenik glavni izvor u pripremi i planiranju uvijek ili gotovo uvijek, a preko 80% nastavnika matematike izjasnilo se da gotovo uvijek ili često slijedi strukturu (sadržaj, redoslijed sadržaja i sl.), preporučene metodičke postupke te identične definicije, teoreme, aksiome kakvi su dani u udžbeniku. Osim toga, preko 70% nastavnika kažu da gotovo uvijek ili često koriste sugerirane metodičke postupke za uvođenje novih sadržaja (npr. sadržaj za motivacija ili uvod u temu). Kada je riječ o odabiru primjera zadataka koji se rješavaju za demonstraciju udžbenika tada oko polovice nastavnika koriste iste one koji su dani u udžbeniku, dok se njih preko 90% odlučuje na zadatke iz udžbenika pri izboru zadataka za vježbu, odnosno za domaću zadaću.

Potencijalni razlog zašto udžbenik ima tako veliku ulogu u nastavi matematike može ležati u tome da, budući su u Republici Hrvatskoj udžbenici obvezni u osnovnoj i srednjoj školi, oni

predstavljaju svojevrsni autoritet u izboru sadržaja, izvoru informacija i predloženih metoda (Pepin i Haggarty, 2001), ali treba imati na umu da ono ne ograničava izbor sadržaja, planiranje



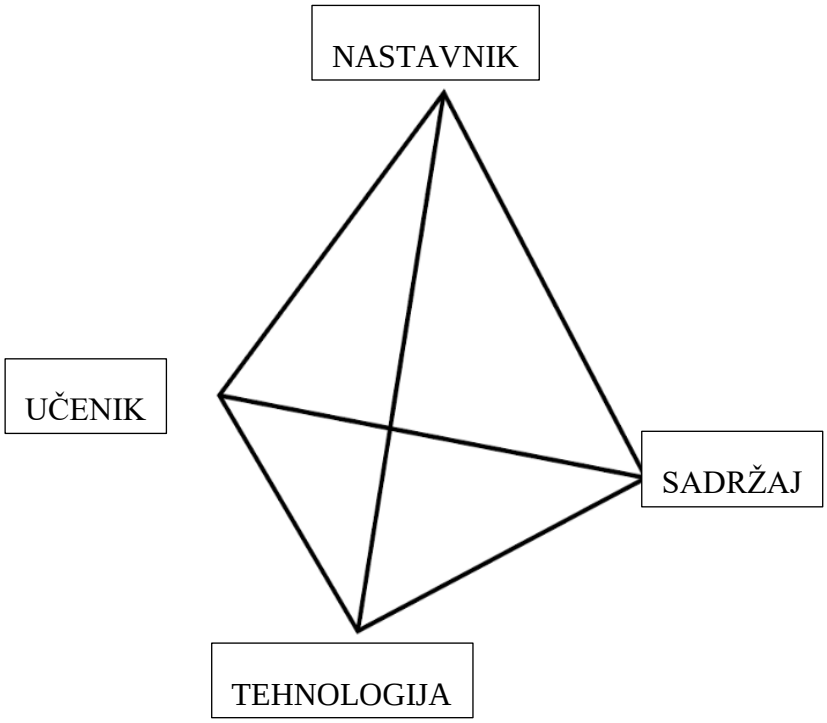
nastavnog procesa ni njegovu realizaciju (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Slika 11. Ilustracija didaktičkog trokuta

Bognar i Matijević (2005) navode da su učenik, nastavnik i nastavni sadržaji tri osnovna faktora nastave čiji se odnos može grafički prikazati didaktičkim trokutom kao na slici 11. U suvremenoj nastavi navedeni sadržaj ne predstavlja gotovo kurikulumski propisano znanje koje nastavnik prenosi nego ga učenik dinamički i otvoreno-procesno pronalazi (Komar, 2026).

Svaki član didaktičkog trokuta jednako je važan (zbog čega je trokut jednakostranični) i povezan je s preostala dva, a povezanost se vizualno prikazuje linijom. Učenik i nastavni sadržaji povezani su kroz učenje i aktivan rad učenika. Sadržaji se ne usvajaju nego imaju „funkciju buđenja interesa učenika“, ako su primjereno odabrani (Komar, 2026, str. 167). U tom smislu nastavnik i sadržaji su povezani jer ih nastavnik didaktički oblikuje, bira i strukturira, odnosno posreduje u odnosu učenika i sadržaja, tj. njegovom buđenju (Komar, 2026). Upravo to je ono što predstavlja isprekidana okomita linija i strelica u sredini trokuta. Učenik i nastavnik povezani su kroz međusoban odnos i interakciju te ulogu nastavnika koji je *pomagač* da se sadržaj otkrije učeniku (Komar, 2026). Prema Andersonu (2003) najznačajnije su interakcije učenik-sadržaj, učenik-učenik, učenik-nastavnik.

Važnost digitalne tehnologije (kao nastavnog sredstva) u suvremenoj nastavi matematike dovodi do potrebe proširenja didaktičkog trokuta na didaktički tetraedar u kojem se digitalna tehnologija smješta kao četvrti vrh didaktičkog tetraedra (Rezat, 2006, prema Glasnović Gracin, 2015; Rezat i Sträser, 2012).



Slika 12. Ilustracija Didaktičkog tetraedra

Nastavnik je odgovoran učiniti učenje i poučavanje cjelovitim, a što se realizira i primjerenom primjenom digitalne tehnologije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Pod pojmom digitalne tehnologije podrazumijevaju se informacijsko-komunikacijske tehnologije (dalje: IKT), kao i svi mrežni elektronički alati, mrežni alati za suradnju, interaktivne ploče, online igre, kalkulatore, aplikacije, multimedije, mobilni uređaji, društveni mediji, računalni oblaci itd. (Sinay i Nahornick, 2016; Loong i Hebert, 2018) kojima se omogućava i ostvaruje nastavni proces. U predmetnom kurikulumu navedeno je da se ona koristi kao sredstvo učenja i poučavanja, a da omogućuje „neslućene perspektive matematičkom obrazovanju učenika“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Digitalna tehnologija kao nastavno sredstvo i pomagalo olakšava ostvarenje načela zornosti u nastavi (Glasnović Gracin, 2015). Istraživanja su pokazala učinkovitost korištenja tehnologije u nastavi matematike (npr., Bakker i sur., 2015; Faber i sur., 2017; Tsuei, 2012), a korištenje tehnologije jedna je od značajki učinkovite nastave matematike (Jukić Matić i sur., 2020). U nastavi matematike (u Hrvatskoj) ona je i neophodna jer je predmetnim kurikulum definirano da matematički procesi obuhvaćaju primjenu tehnologije (za provjeravanje pretpostavki, obradu i razmjenu podataka, modeliranje i rješavanje problema), a primjereno korištenje tehnologije obuhvaćeno je elementom vrednovanja matematičke komunikacije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Nastavnik ima autonomiju u odabiru onih tehnologija za koje smatra da će učenje obogatiti, učiniti izazovnim i poticajnim, omogućiti ostvarenje ishoda učenja (Ministarstvo znanosti i

obrazovanja, 2019c), ali i biti u funkciji vrednovanja. Brojna istraživanja pokazuju da korištenje digitalne tehnologije, ako se koristi na odgovarajući i smišljen način, može poboljšati nastavu (Cullen i sur., 2020), učeničku aktivnost te pozitivan stav prema učenju (Hattie, 2009).

Prema meta-analizi koju je donio Hattie (2017), općenito, implementacija tehnologije u nastavu matematike ima veličinu učinka d=0,33 na učenička postignuća, a različita implementacija tehnologije rezultira i drugačijom veličinom učinka. Tako primjerice, primjena interaktivnih video metoda ima veličinu učinka d=0,57, korištenje mobitela u nastavi ima veličinu učinka d=0,37, dok individualan rad na laptopu ima veličinu učinka d=0,16.

Primjena digitalne tehnologije u nastavu matematike mijenja način na koji uče matematiku, doživljavaju i bave se matematikom, otvara nove način matematičkog komuniciranja, ali i mogućnosti vrednovanja, poput dobivanja povratnih informacija. Hattie i Timperley (2007) navode da je povratna informacija dana pomoću digitalne tehnologije najučinkovitiji oblik davanja (posebno, audio/video i pomoću računala (Wisnievski i sur., 2019)). Uporaba različitih izvora znanja, tj. različitih oblika prikaza matematičkih sadržaja, specijaliziranih matematičkih programa za vizualizaciju, programiranje, modeliranje ili računanje (npr. Geogebra, SketchPad, Matlab, Wolfram), eksperimentiranje i istraživanje podataka, samo su neke od mogućnosti uporabe tehnologije u nastavi matematike (Glasnović Gracin, 2008; Sivakova i sur., 2017). Posebno, Tsuei (2012) ističe mogućnost razvoja metakognitivnih vještina primjenom digitalne tehnologije. Uz navedeno, korištenje tehnologije za davanje povratnih informacija, odnosno u provedbi formativnih metoda vrednovanja kao što su interaktivne igre, ankete ili kvizovi može utjecati na povećanje zainteresiranosti, motivacije i pozitivnog stava prema matematici (hattie, 2009; Sivakova i sur., 2017). Iz navedenog može se zaključiti da je primjena tehnologije u nastavi matematike moguća u svim etapama nastavnog sata (Kostić Kovačević i sur., 2014). Osim toga, odgovarajuća upotreba tehnologije podržava načelo ekonomičnosti u nastavi jer može doprinijeti optimizaciji provođenja određenih procedura, računa i postupaka čime se otvara više vremena za prebacivanje fokusa na razvoj konceptualnog znanja, odnosno rješavanje problema (Glasnović Gracin, 2008). Ipak, pri planiranju uporabe digitalne tehnologije treba uvažiti individualne i opće sposobnosti učenika, uskladiti s razvojnim mogućnostima te socijalnim statusom učenika.

2.1.4.4.2. Izbor matematičkih zadataka

Više autora kao ključnom značajkom za učinkovito poučavanje matematike ističe izbor *vrijednih* matematičkih zadataka. Matematički zadatci su važno sredstvo pri oblikovanju u učeničkog sustava matematičkih znanja, sposobnosti, načina razmišljanja i zaključivanja jer je

najčešća djelatnost učenika u nastavi matematike upravo rješavanje zadataka (Kurnik, 2000). Matematički zadatak može se opisati kao složeni matematički objekt koji se sastoji od pet sastavnica (Kurnik, 2000). To su:

- uvjeti – dani podatci i tražene (nepoznate) veličine, uvjeti i objekti kojima su opisane veze između onog što je dano i onog što se traži)
- cilj - određivanje nepoznate veličine, svojstva, dokazivanje tvrdnje itd.
- teorijska osnova - činjenice koje su u vezi s uvjetima i ciljem zadatka (otkrivaju se analizom, a njihovom primjenom se uspostavljaju novi odnosi i uvjeti zadatka)
- rješavanje – slijedi nakon analize; način na koji se od uvjeta dolazi do cilja
- osvrt – provjera valjanosti rješenja te proširenje i produbljivanje učenja.

Kurnik (2000) radi podjelu zadataka s metodičkog gledišta obzirom na ulogu i etapu sata u kojoj se primjenjuju na: uvodne zadatke, primjere, zadatke za ponavljanje i uvježbavanje, zadatke za domaću zadaću, dodatne zadatke i dopunske zadatke.

Uvodni zadatci služe za uvođenje u određeni teorijski problem, a osnovni cilj je pobuđivanje interesa, motivacije i aktivacije postojećeg znanja (Kurnik, 2000). Oni mogu biti motivacijske prirode u smislu povezivanja s interesima učenika ili stvarnim životom pa se učenicima daje problem iz stvarnog svijeta ili iskustva učenika. Ponekad su to zadatci koji aktiviraju predznanje, a ponekad su to zadatci kojima se učenike dovodi u situaciju da ih ne mogu riješiti (do kraja) kako bi se ukazalo na potrebu uvođenja novih znanja ili vještina (Kurnik, 2000). Riješeni primjeri su najčešće zadatci koji nastavnici koriste za demonstraciju načina rješavanja određenog zadatka.

Zadatci koji služe za ponavljanje i uvježbavanje su zadatci koje nastavnici najčešće koriste iz udžbenika (preko 90%) te se ih učenici samostalno, u paru ili nekom drugom socijalnom obliku rada rješavaju (Glasnović Gracin i Domović, 2009).

Zadatci za domaću zadaću također se najčešće zadaju iz udžbenika (Glasnović Gracin i Domović, 2009), a navedeno se odvija u završnoj evaluacijskoj fazi sata. Jednako kao što se treba dobro promišljati o izboru zadataka koji će se raditi na satu (demonstracijom ili uvježbavanjem), jednako tako je važno pažljivo napraviti izbor zadataka za domaću zadaću koji će biti usklađen s onim što se radilo na satu. Nastavnikova je zadaća osvrnuti se na izabrane zadatke, dati upute i objašnjenja. Ovisno o postavljenom cilju, nastavnik može učenicima pružiti izbor određenog broja zadataka iz danog skupa zadataka za domaću vježbu, samostalan odabir ili samostalno sastavljanje i rješavanje zadataka za domaću zadaću (Kurnik, 2000). U

svakoj od ovih situacija važno je reći da kada se domaća zadaća djelomično ili u potpunosti ne vrednuje, učenici ne dobivaju povratnu informaciju, zadavanje domaće zadaće tada gubi smisao.

Dodatni i dopunski zadatci su zadatci koji se zadaju kako bi se zadovoljile individualne potrebe učenika, odnosno ispunile zadaće diferencirane nastave. Dodatni zadatci su oni koji se zadaju učenicima koji brže od ostatka razreda ostvaruju zadane ishode učenja, a za njih predstavljaju nove izazove. Nastavnik u planiranju nastave znajući potrebe svojih učenika može pretpostaviti potrebu za planiranjem dodatnih zadataka. S druge strane, dopunski zadatci su drugačije naravi i planiraju se za učenike koji imaju poteškoća u usvajanju novog gradiva (Kurnik, 2000). Oni omogućavaju popunjavanje praznina zbog kojih dolazi do poteškoća u realizaciji zadanih ishoda učenja.

Iako se i u matematičkom načelu postupnosti govori da se ide od lakšeg ka težem, treba napomenuti da je težina zadataka vrlo individualna. Težina zadatka iskazuje se kao omjer broja točnih i ukupnih učeničkih odgovora, što znači da je usko povezana s onim tko rješava zadatak (Cohen, 2007). Stoga, matematički zadatci najčešće se kategoriziraju prema razini složenosti kao mjerljivom i objektivnom svojstvu (koliko podzadataka sadrži, koliko različitih matematičkih područja integrira, koliko ishoda provjerava, na kojoj razini i sl.).

Kurnik (2000) ih pak dijeli u dvije skupine: standardne i nestandardne zadatke.

Standardni zadatci su „zadatci kod kojih nema nepoznatih sastavnica: uvjeti su postavljeni jasno i precizno, cilj je očigledan, teorijska osnova se lako uočava i bez dublje analize, a način rješavanja je poznat i teče prirodno i prema očekivanjima“ (Kurnik, 2000, str. 52).

Nestandardni bi zadatci onda bili oni kod kojih je barem jedan od pet sastavnica nepoznata (Kurnik, 2000). U kategoriji nestandardnih zadataka poseban slučaj predstavljaju problemski zadatci. Za Kurnika (2000) to su zadatci kod kojih je nepoznato više od dvije sastavnice, dok su općenitiji opis dali Posamentier i Krulik (2009) navodeći da su to zadatci kod kojih put do odgovora nije odmah poznat (nema poznatu metodu rješavanja, sadrži nepoznate sastavnice, nije očit cilj, otvoreni tip zadatka i sl.).

Na primjer, ako je zadan problem rješavanja kvadratne jednadžbe $x^2 - 7x + 2 = 0$, onda se njezina rješenja vrlo lako mogu izračunati koristeći poznatu proceduru, tj. formulu za rješavanje kvadratne jednadžbe $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Budući da ovo predstavlja zadatak niže razine znanja i povratne informacije koje se daju vezano za neuspješno ili djelomično uspješno rješavanje takvog zadatka usmjeravaju se na nižu razinu, tj. na razinu zadatka ili procesa rješavanja

zadatka. Grouws i Cebulla (1999) govore da se pažljivim izborom nestandardnih zadataka potiče duboko učenje te razvijaju matematičke vještine na najvišim razinama.

Primjer nestandardnog zadatka, a koji pretpostavlja i veću razinu kognitivnog znanja bio bi: *Pokaži da za kvadratnu jednadžbu* $x^2 + ax + 1 - b = 0$*, kojoj su rješenja prirodni brojevi, broj* $a^2 + b^2$ *ne može biti prost*. Ovaj zadatak ima dva parametra a i b, a skup rješenja ograničen je na skup prirodnih brojeva. Stoga, kako bi se riješio ovaj problem, potrebno je znati nešto više od same formule, potrebno je dosjetiti se kako ograničiti rješenje. Osim toga, potrebna su i konceptualna znanja, kao što su Vieteove formule i poznavanje teorije brojeva.

National Council of Teachers of Mathematics (dalje: NCTM) (2014) ističe da ne pružaju svi zadatci jednake mogućnosti za razvoj mišljenja i učenje. Predmetnim kurikulumom sugerira se da se fokus stavi na izbor manjega broja reprezentativnih problemskih zadataka koji će poticati učeničku samostalnost, istraživanje zaključivanje i sl., a ne na količinu riješenih zadataka (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

U literaturi se navodi da izbor zadataka mora biti reprezentativan (Vizek Vidović i sur., 2003), zadatci moraju poticati dublje razmišljanje i istraživanje u matematici (Anthony i Walshaw, 2009; NCTM, 2014), biti odgovarajuće izazovni (Hattie, 2017), promicati matematički način razmišljanja i zaključivanja te rješavanje problema (Jukić Matić i sur., 2020). Prema Jukić Matić i suradnicima (2020) izazovni zadatci su oni koji imaju sljedeća obilježja: omogućuju donošenje odluka, raspravu, dokazivanje, objašnjavanje, ispitivanje pretpostavki, potiču originalnost te odgovaranje na pitanja *Što ako?*.

Hattie (2012) ističe da su učenici spremniji baviti se zadatcima i više posvetiti ako su zadatci izazovniji, a u tom slučaju spremni su i sami zatražiti povratnu informaciju (Hattie i Timperley, 2007). Pri tome posebna se pozornost treba obratiti na definiciju povratne informacije, koja ne smije biti usmjerena na učenika, jer ukoliko je dana na osobnoj razini učenici će nastojati izbjeći neugodnosti i potencijalne rizike povezane s (neuspjehom) rješavanja izazovnih zadataka (Hattie, 2012; Latham i Locke, 2006). Pozitivne emocije, stavovi i iskustva podupiru razvoj samopoštovanja, a ključni su za motivaciju i trud koje će učenici uložiti (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Nakon uspješnog rješavanja određenog zadatka, stjecanja učinkovitog i primjenjivog znanja, učenje ne prestaje. Učenicima treba davati povratne informacije koje se odnose na razinu više, tj. na razinu samoregulacije koja vodi prema razvijanju samopouzdanja i većem ulaganju truda kroz izazovnije ciljeve i zadatke (Hattie, 2012). Odvija se prelazak sa *što znam i što mogu učiniti*, do *što mogu naučiti druge (i sebe) o onome što znam i mogu*.

2.1.4.4.3. Izbor strategija, metoda i socijalnih oblika rada

Budući da se u literaturi često *krivo* koriste pojmovi strategije, metode, tehnike, postupci i oblici rada kao istoznačnice, iako postoji jasna dat će se pojmovna određenja za svaku od njih.

Cindrić, Miljković i Strugar (2010, str. 150) navode da pojam nastavna strategija u pedagogiji obuhvaća „smišljenu kombinaciju metoda i postupaka kojima se potiče učenikova aktivnost te mu se omogućuje upravljanje vlastitim procesom učenja radi ostvarivanja ciljeva odgoja i obrazovanja“. Sukladno tome, Bognar i Matijević (1992, prema Jukić Matić i sur., 2024) navode da se nastavne strategije uključuju različite nastavne metode rada koje se provode pomoću različitih nastavnih tehnika, odnosno postupaka i podrazumijevaju različite oblike socijalnog rada i organizacije rada učenika. Cindrić i suradnici (2010) nastavnim metodama rada označavaju cjelovit sustav osmišljenih postupaka, načina i djelovanja tijekom nastave, a u svrhu ostvarenja cilja i povezuju aktivnosti subjekata nastavnog procesa (Cindrić i sur., 2010). Nastavne tehnike ili postupci predstavljaju konkretne, operativne načine provedbe nastavnih metoda u neposrednoj nastavnoj situaciji. Dok nastavne metode označavaju općenitiji način rada, npr. metoda razgovora, tehnike se odnose na pojedinačne korake i postupke unutar tih metoda, poput sokratski dijalog. Na taj način tehnike predstavljaju konkretnu realizaciju metode.

U pedagoškoj literaturi tako se mogu naći brojne klasifikacije navedenih pojmova obzirom na različite kriterije kojima se vode pri definiranju/razvrstavanju. Neki od tih kriterija su: oblik rada, sadržaj, cilj poučavanja i ishodi učenja, etape nastavnog procesa, teorije poučavanja, stupanj aktivnosti subjekata nastavnog procesa, prostorna organizacija i razina uključenosti tehnologije i sl. (npr. Cindrić i sur., 2010; Pickering i sur., 2006; Bognar i Matijević, 2005).

2.1.4.4.3.1. Izbor nastavnih strategija

Više autora koristi se klasifikacijom u kojoj se nastavne strategije razlikuju obzirom na ulogu ili stupanj aktivnosti i neposredne uključenosti nastavnika, odnosno učenika u učenju/poučavanju (Mijatović, 2000; Kyriacou, 2001; Petričević, 2004; Vuk, 2009).

Mijatović (2000, prema Cindrić i sur., 2010) donosi dvije temeljne nastavne strategije, a koje predstavljaju dvije krajnosti.

U prvoj strategiji je nastavnik nositelj cjelokupne aktivnosti, izlaže, izravnim izlaganjem učenicima prenosi strukturirane informacije ili demonstrira korake rješavanja zadataka, tj. prenosi nastavne sadržaje, koristi se frontalnim oblikom rada, a učenik je pasivan (Mijatović, 2000, prema Cindrić i sur., 2010). U okviru navedene strategije dominira metoda izravnog poučavanja, a za koju Vizek Vidović i suradnici (2003) navode da je najzastupljenija u školama.

Ausubel (1968, prema Vizek Vidović i sur., 2003) smatra da je to zbog njezine vremenske ekonomičnosti, kada se treba obraditi velik broj nastavnog sadržaja u malo vremena. Osim toga najčešće se koristi u predmetima (i za sadržaje) za koje nema lako dostupnih kurikularnih resursa (Vizek Vidović i sur., 2003), kao što je situacija sa određenim predmetima u strukovnim školama. Ausubel (1991, prema Vizek Vidović i sur., 2003) navodi da sustavno izlaganje i povezivanje sadržaja, a koje nastavnik strukturira i priređuje učenicima uvažavajući njihova predznanja, ilustrirajući apstraktne pojmove, koristeći primjere itd., pospješuje proces asimilacije i akomodacije (Vizek Vidović i sur., 2003). Prema navedenom, može se zaključiti da ova strategija slijedi deduktivni pristup, odnosno odgovara kognitivističkoj teoriji učenja i poučavanja.

Zbog toga je planiranje nastave temeljem ciljeva poučavanja i željenih ishoda učenja ključno za ovu strategiju (Kyriacou, 2001). Poučavanje u okviru ove strategije odvija se po sljedećim koracima (prilagođeno prema Arends, 1991, prema Vizek Vidović i sur., 2003):

1. jasno artikuliranje ciljeva poučavanja i ishoda učenja – pobuđivanje interesa i motivacije za učenje, usmjeravane pažnje, priprema učenika za učenje
2. obrada – sustavno izlaganje ili demonstriranje i modeliranje
3. vođeno uvježbavanje – utvrđivanje gradiva putem samostalnog rješavanja zadataka koje nastavnik izabere, a uz praćenje izvedbe
4. vrednovanje – provjera ostvarenosti ishoda te omogućavanje proširivanje znanja, transfera naučenog samostalnim radom (zadavanje domaće zadaće i sl.)

Brojni se autori slažu da je prvi korak najvažniji, a Hattie (2017) je pokazao da nastavne metode i tehnike koje su povezane s isticanjem namjera učenja poput isticanja i postavljanja ishoda učenja (d=0,48; d=0,68) povećavaju potencijal ostvarenja učeničkih postignuća. Osim toga, ono doprinosi uspostavi pozitivnog stava prema učenju ($d \in [0{,}35,\ 0{,}56]$, motivaciji (d=0,44) i spremnosti za učenje koja proizlazi iz nastavničkog entuzijazma (d=0,56) i pozitivnom razrednom ozračju ($d \in [0{,}44,\ 0{,}53]$). U fazi obrade karakterističan je frontalni oblik rada te nastavne tehnike predavanja i modeliranja ili demonstracije (nastavnika). Pri izlaganju vrlo je važno sustavno povezivanje s ishodima učenja, povezivanje sa predznanjima ili prethodnim iskustvima, oprimjeravanje, postavljanje pitanja kako bi se aktiviralo učenike, zadržala njihova pažnja, ali i provjerilo je li došlo do miskoncepcija te u konačnici sažimanje izloženog (Kyriacou, 2001; Vizek Vidović i sur., 2003). Pritom je važno koristiti greške kao resurs za učenje (Hattie, 2012), postavljati raznovrsna i brojna pitanja uz davanje dovoljno vremena za

odgovaranje (Rowe, 1974) te ih ravnomjerno postavljati svim učenicima u razredu, a ne samo onima koji se dobrovoljni javljaju (Kyriacou, 2001; Vizek Vidović i sur., 2003). Tehnika demonstracije izravnim poučavanjem glavni je način pri poučavanju stjecanja proceduralnog znanja u nastavi matematike. Pritom je najvažniji aspekt kognitivno modeliranje i analiza zadatka (d=1,29), tj. objašnjavanje kako se planira izvedba zadatka, kako se pristupa zadatku, kako ga se analizira na manje dijelove i svladava dio po dio, a potom sintetizira (Vizek Vidović i sur., 2003).

U dijelu sata u kojem se predviđa samostalni učenički rad u smislu uvježbavanja pomno izabranih zadataka od strane nastavnika (različitog tipa, razine zahtjevnosti), za koji je ostavljeno dovoljno vremena, ključno je davanje učinkovitih povratnih informacija (Vizek Vidović i sur., 2003).

Provjera ostvarenosti ishoda započinje već pri kraju prethodne etape sata, tj. sažimanjem onog što je trebalo usvojiti, a zatim i (samo)procjenom razine postignuća, napretka i postavljanja novih koraka za ostvarenje zadanih ishoda, tj. cilja. Konačno, u skladu s time učenicima je potrebno omogućiti prostor za napredak, bilo da je u vidu popunjavanja rupa u znanju, potreba za dodatnim uvježbavanjem i automatizacijom procesa, ili da je riječ o transferu znanja na probleme iz stvarnog života, uočavanje iznimki, prijenos znanja u druga područja ili uspostavljanje generalizacija (Vizek Vidović i sur., 2003). Navedeno se potiče u obliku samostalne aktivnosti kod kuće.

Strategija samoučenja je strategija s najvećim stupnjem učeničke aktivnosti (Petričević, 2004) i obuhvaća metode poučavanja u obliku samostalnog učenja reguliranog/potpomognutog učinkovitim povratnim informacijama je (Vizek Vidović i sur., 2003).

Ova strategija razvila se iz zahtjeva suvremenog života u kojem dolazi do progresivnog razvoja novih znanja, vještina, a posljedično i poslova. Prema nekim procjenama čak 65 % današnjih osnovnoškolaca radit će na poslovima koji trenutno ne postoje, što direktno uvjetuje nužnost i potrebu razvoja onih znanja i vještina koje će im omogućiti uspješno učenje tijekom cijeloga života, a pri čemu se smatra da će kompetencija rješavanja problema biti jedna od ključnih (Sorić i sur., 2018; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Upravo zbog toga dolazi do potreba razvoja kompetencija koje će osposobiti učenike za cjeloživotno učenje, primjerice kompetencije „učiti kako učiti“, sposobnost rješavanja problema i sposobnosti samoreguliranog učenja kako bi mogli uspješno odgovoriti zahtjevima suvremenog svijeta.

Prema istraživanju koje je proveo Hattie (2017) upravo strategije koje su usmjerene na razvoj metakognitivnih vještina, odnosno razvoj samoregulacije imaju visoke veličine učinka na

učenička postignuća, između 0,42 i 0,86, pri čemu primjerice samoučinkovitost koja se njima razvija ima veličinu učinka 0,92. Istraživanja su pokazala da te vještine nisu dovoljno razvijene, čak ni u studenata, a da su nastavnici skloni uvjerenju da se te vještine stječu spontano ili izvan škole (Dweck, 2000, prema Vizek Vidović i sur., 2003).

Da bi učenici mogli samostalno učiti trebaju se razvijati vještine praćenja procesa poučavanja (npr. svrhovitog slušanja, pravljenje bilježaka, povezivanje i usporedba s postojećim znanjem itd.), vještine samostalnog učenja (vještine organiziranja i elaboracije udžbeničkih tekstova kao osnovnog nastavnog sredstva, vještine rješavanja problema u matematici i dr. znanostima, vještine pisanja slobodnih sastavaka, vještine pohranjivanja informacija u dugoročno pamćenje, vještine kritičkog mišljenja, metakognitivne vještine itd.), vještine pokazivanja i uporabe znanja itd. (Vizek Vidović i sur., 2003; Cottrell, 2019).

Uz prethodno navedene dvije strategije Petričević (2004) opisuje još i strategiju koja se temelji na aktivnom učenju te kombinirane strategije.

U strategiji koja se temelji na aktivnom učenju, učenik je glavni subjekt i samostalno uči koristeći se nastavnim sredstvima te uz potporu nastavnika (Mijatović, 2000, prema Cindrić i sur., 2010). U ovoj se strategiji koristi metodama aktivnog učenja, metoda poučavanja vođenim otkrivanjem (heuristički pristup) i raspravom (Vizek Vidović i sur., 2003) te u najvećoj mjeri odgovara socijalno-konstruktivističkoj teoriji čija su obilježja: interaktivni i iskustveni pristup, učenje otkrivanjem, partnerski i suradnički odnos između nastavnika i učenika, ali i između učenika, tj. grupni i timski oblik rada (Vizek Vidović i sur., 2003). Nastavne metode koje uključuje ova strategija su: heuristički razgovor, simulacije, oluja ideja, kritička rasprava, projektna nastava itd. (Petričević, 2004), a više o njima bit će u sljedećem potpoglavlju 2.1.4.4.3.2. Suprotno od izravnog poučavanja, ova strategija počiva na induktivnom pristupu. Ovakav pristup zahtijeva posjedovanje različitih vještina nastavnika, ali i učenika. Nastavnici moraju biti vješti u osmišljavanju i postavljanju relevantnih, otvorenih, usmjerujućih i poticajnih pitanja u odnosu na zadanu temu, davanju učinkovitih povratnih informacija, razvijene vještine vođenja kroz proces otkrivanja uz navođenje učenika na donošenje vlastitih zaključaka, odnosno sposobnosti strukturiranja i graduiranja nastavnih situacija itd. (Kurnik, 2006). Uz to, nastavnici trebaju posjedovati znanja o tome kako se dolazi do spoznaja u matematici, imati iskustva u primjeni odgovarajuće znanstvene metodologije i znanja kako ju prilagoditi za nastavne potrebe te posjedovati visoku razinu komunikacijskih vještina (Vizek Vidović i sur., 2003).

Prilikom rasprave nastavnik procjenjuje (i provjerava) je li razumio što učenik želi reći; usmjerava pažnju na ono što je važno u odnosu na zadani problem, temu, ishod; navodi učenika na proširivanje i nastavljanje misli ili sam to radi; uočava pogreške te u skladu s prosudbom o tome može li se sam korigirati ili je potrebno nešto ponovo objasniti daje povratnu informaciju i predlaže buduće korake; obavještava o postignuću i motivira za daljnji (Vizek Vidović i sur., 2003). S druge strane, učenici moraju biti pripremljeni i osposobljeni za takav način učenja, pogotovo ako nisu naviknuti na takav način rada od početka obrazovanja. Učenici bi trebali imati razvijene vještine kao što su: vještina postavljanja pitanja, kritičkog mišljenja i analitičko-logički način razmišljanja, razvijene metakognitivne vještine, otpornost prema greškama i neuspjehu.

2.1.4.4.3.2. Izbor nastavnih metoda

Različite nastavne metode rada omogućuju različite oblike prijenosa informacija i ostvarivanja komunikacije između nastavnika i učenika. Jedan od relevantnih pristupa klasifikaciji nastavnih metoda rada temelji se na komunikacijsko-informacijskom kriteriju, koji polazi od načina prijenosa informacija i dominantnog komunikacijskog kanala u nastavi (Cindrić, Miljković, Strugar, 2010). Ovakva podjela omogućuje jasnije razlikovanje metoda prema njihovoj ulozi u posredovanju nastavnih sadržaja. U skladu s tim, u nastavku je dana klasifikacija nastavnih metoda rada uz nekoliko odgovarajućih tehnika rada.

- Verbalna metoda
    - metode usmenog izlaganja
        - predavanje, pripovijedanje, obrazlaganje, objašnjavanje, izvješćivanje, posredno izlaganje, storytelling
    - metoda razgovora
        - slobodni razgovor, rasprava (polemika, debata), katehetički razgovor, sokratski dijalog, heuristički razgovor, „oluja ideja“, *think-pair-share*
    - metoda čitanja i rada na tekstu
    - metoda pisanja
        - vezani pisani radovi, poluvezani pisani radovi, samostalni pisani radovi, refleksivni dnevnik
- Vizualna metoda
    - metode demonstracije (pojave, predmeta, procesa, pokusa) - izravno, pomoću medija

    - metoda crtanja
        - strip, sketchnoting, crtanje na temelju promatranja, shematsko crtanje
    - metoda izrade (i interpretiranja) umnih/kognitivnih/konceptualnih mapa
- Metoda praktičnih radova (prakseološka metoda)
    - laboratorijski rad
        - izvođenje pokusa prema uputama, planiranje pokusa, mjerenje i obrada podataka
    - projektni zadatci
        - izrada proizvoda
    - terenski rad
        - bilježenje, promatranje, prikupljanje uzoraka, vođenje dnevnika
    - istraživački rad
        - anketiranje, intervjuiranje, ispitivanje, analiza podataka, interpretacija rezultata
    - simulacije
        - igranje uloga, studije slučaja, simulacije stvarnih situacija
    - radionice i praktične vježbe
- Metoda učenja prema modelu (uzoru)
    - oponašanje (imitacija)
    - modeliranje
    - verbalno (kognitivno) modeliranje
    - identifikacija
    - mentoriranje

S tim u vezi treba naglasiti da se određene prethodno navedene nastavne metode rada odnose i na djelovanje nastavnika, ali određuju i aktivnosti učenika kao ravnopravnih sudionika u nastavnom procesu. Izbor metode poučavanja u određenom nastavnom kontekstu i njezina učinkovitost u prvom redu ovise o ciljevima poučavanja, predmetu poučavanja, vrsti sadržaja, učeničkim mogućnostima i osobinama, nastavničkom umijeću i sl. (Terhart, 2001; Virtanen i Nevgi, 2010), a izbor se vrši i sukladno načelu ekonomičnosti i racionalnosti (Cindrić i sur., 2010).

Isto tako, primjena različitih metoda rada daje različit okvir interakcijskih, interpersonalnih i interkomunikacijskih odnosa između nastavnih subjekata, tj. nastavnika i učenika, učenika s drugim učenicima (Kadum i Kadum, 2019), a u suvremenoj (digitalnoj) nastavi i s

tehnologijom. Dakle, različite metode rada posreduju i oblikuju način ostvarivanja odnosa u nastavi. Izbor određene metode rada „diktira“ kako se odvija komunikacija i suradnja (putem kojeg medija, u kojem omjeru) između nastavnika i učenika, kao i među samim učenicima (Kadum i Kadum, 2019), a u suvremenoj nastavi i između učenika i tehnologije. Primjerice, kada nastavnik izabere nastavnu metodu usmenog izlaganja u nastavi se može očekivati pretežno jednosmjerna i nastavnička komunikacija, dok nastavne metode razgovora poput rasprave pretpostavljaju intenzivniju interakciju i suradnju između nastavnika i učenika, dvosmjernu komunikaciju i veću zastupljenost govora učenika.

Zbog toga, može se reći da svaka nastavna metoda rada određuje dinamiku nastavnog procesa, odnosno tempo rada, raspodjelu aktivnosti i mogućnosti praćenja napredovanja učenika. Može se reći da izbor određene nastavne metode izravno utječe na način (medij) te potencijalnu učinkovitost davanja/primanja (učinkovitih) povratnih informacija.

2.1.4.4.3.3. Metode za razvoj matematičkog mišljenja

Posebno, u okviru nastave matematike definiraju se i metode koje čine temelj za razvoj matematičkog mišljenja te logičkog rasuđivanja. Prema načelu znanstvenosti to su: analogija, analiza i sinteza, apstrakcija i konkretizacija, indukcija i dedukcija te generalizacija i specijalizacija (Kurnik, 2009).

Tijekom nastave matematike pored stjecanja matematičkog znanja (kroz sadržaje), razvijaju se vještine matematičkog mišljenja i zaključivanja, čije je glavno obilježje fleksibilnost i integracija (Kadum i Kadum, 2019). Učenici aktivno i intenzivno razmišljaju te povezuju i sistematiziraju svoja matematička znanja. Obzirom na navedenu posebnost nastave matematike, metode za razvoj matematičkog mišljenja koje se koriste u nastavi, u direktnoj su povezanosti s rješavanjem različitih tipova matematičkih zadataka i stjecanja različitih kognitivnih i proceduralnih znanja, zaključuje se da nisu djeljive od povratne informacije. Budući da matematičke metode razmišljanja djelomično uvjetuju oblikovanje povratne informacije, poznavanje i razumijevanje matematičkih metoda od strane nastavnika jedan od preduvjeta za učinkovito davanje povratnih informacija u nastavi matematike.

Analiza i sinteza suprotne su znanstvene metode, ali u kontekstu matematike čine jedinstvenu analitičko-sintetičku metodu i uvijek dolaze u paru. Analiza je metoda „koja se zasniva na raščlanjivanju cjeline na dijelove, proučavanju dijelova i izvođenju zaključaka o cjelini na temelju dobivenih rezultata“ (Kurnik, 1999, str.55). U okviru nastave matematike analiza je još poznata i kao metoda rješavanja unatrag i metoda stvaranja plana za rješavanje zadatka (Kurnik, 1999). U nastavi matematike polazi se od danog zadatka koji se nastoji svesti na jednostavnije

zadatke, raščlanjene dijelove dovesti u vezu s već poznatim zadatcima, znanjima, procedurama. Analiza bi obuhvaćala prva dva koraka (razumijevanje problema, izrada plana rješavanja) prema Polyjinom modelu rješavanja problema (Polya, 1956). Upravo pitanja koja Polya navodi za razumijevanje problema i izradu plana za rješavanje problema analitička su pitanja, ali i primjer poticajnih pitanja, tzv. hinteva u obliku pitanja koja su sastavni dio *feed up* i f*eed forward* petlje povratne informacije koju bi nastavnici trebali davati učenicima obzirom na odgovarajuću razinu znanja.

1. razumijevanje problema
   Što je zadano?, Što se traži?, Možeš li preoblikovati zadani problem vlastitim riječima?, Možeš li grafički (skica, tablica, graf,…) prikazati dani problem?
2. izradu plana za rješavanje
   Kojom metodom se može doći do rješenja?, Je li već ranije rješavan sličan problem?, Kako pojednostaviti problem?, Koji koncepti su povezani s danim problemom?

Može se reći da analiza staje onog trena kada se uspostavi veza između nepoznatog i poznatog. Nakon što se ustanovi veza, tada se raščlanjeni (pojednostavljeni) dijelovi nastoje sastaviti u novu cjelinu te se dolazi do onog „što se tražilo“, tj. rješava se problem (Kurnik, 1999). U kontekstu rješavanja zadatka sinteza podrazumijeva provjeru istinitosti tvrdnje (temeljem poznatih matematičkih pravila), provjeravanje uvjeta zadataka, provjeravanje valjanosti rješenja polaznog problema, povezivanje međurezultata u konačni rezultat i sl. Prema Polyinom modelu (1956) sinteza bi obuhvaćala zadnji korak rješavanja problema, tj. refleksiju na dobiveno rješenje i postupak koji je do toga doveo. U kontekstu povratnih informacija, pitanja koja se postavljaju za *feed back* (ne isključivo) odnose se na sintetičke postupke.

Apstrakcija je metoda matematičkog mišljenja u kojem se izdvaja određeno bitno svojstvo promatranog objekta od ostalih svojstava (Kurnik, 2000b). Izdvajanje općeg bitnog svojstva odvija se metodom generalizacije što upućuje na usku povezanost u ovog misaonog procesa i znanstvene metode bez koje nema ni apstrakcije. Najjednostavniji primjer prijelaza s konkretnog na apstraktno u srednjoškolskoj nastavi matematike su geometrijski likovi. U konkretnoj fazi učenici mjere duljine stranica i crtaju likove pomoću geometrijskog pribora, računaju opseg i površinu preko formula koje koriste duljine stranica, prepoznaju objekte po obliku/izgledu itd. Navedeno se postepeno apstrahira smještanjem objekata u koordinatnu ravninu, npr. kada se duljina dužine više ne mjeri nego računa pomoću algebarske formule za udaljenost dvaju točaka u ravnini, kružnica se ne prepoznaje prema izgledu nego prema općoj

jednadžbi kružnice (npr. $x^2 + y^2 = 1$) i sl. Opozitni par apstrakciji je konkretizacija, koja je u vezi s načelom zornosti. Konkretizacija je metoda matematičkog mišljenja tijekom kojeg se pri promatranju određenog objekta ili pojave usredotočuje samo na jedno izdvojeno obilježje, a ostala se zanemaruju. Iako je nastava matematike uglavnom konkretna, zorni primjeri konkretizacije u nastavi odnose se na uvrštavanje brojeva u poznate formule, usvajanje svojstava računskih operacija za realne brojeve (komutativnost, asocijativnost, distributivnost prema množenju i zbrajanju), usvajanje pravila za dijeljenje prirodnih brojeva, dokazivanje određenih teorema kombiniranjem konkretizacije i drugih metoda (npr. apstrakcije i generalizacije pri izvođenju formule za izračun rješenja kvadratne jednadžbe). Nastava matematike i u osnovnoj i u srednjoj školi je pretežno induktivna i konkretna, a učenici se s prvim apstrakcijama susreću u 7. razredu osnovne škole. Nastavnik do apstrakcija dolazi razmatranjem konkretnih objekata, primjera i posebnih slučajeva induktivnim zaključivanjem i analogijom, nakon čega se dobiveni zaključci nastoje generalizirati (Kurnik, 2007). Taj prijelaz s konkretnog na apstraktno kritično je mjesto u matematici jer je za neke učenike težak, a Mohamed i Waheed (2011) smatraju da u tim momentima dolazi do prelaska s pozitivnog ili neutralnog stava prema matematici u negativan stav. Upravo zbog toga na nastavniku matematike još je veća odgovornost da nastoji u što većoj mjeri približiti taj proces učenicima koji imaju poteškoća (Kurnik, 2007), a što se može postići, između ostalog, davanjem učinkovitih povratnih informacija. Obzirom na primjenjivu prirodu matematike u stvarnom životu i drugim znanostima, za brojne konkretne probleme postoje apstraktni matematički modeli (Kurnik, 2000b). Primjerice, afinom funkcijom iskazuju se brojne pojave u fizici kao što su brzina tijela u ovisnosti o vremenu, linearno rastezanje metalnog štapa pri zagrijavanju, veza između Celzijevih i Fahrenheitovih stupnjeva itd.

Iako je po svojoj prirodi matematika deduktivna i apstraktna znanost, nastava matematike je, kao što je ranije rečeno, induktivna i konkretna. Metoda indukcije je način zaključivanja kojim se iz dvije ili više pojedinačnih tvrdnji izvodi zaključak o općoj tvrdnji, tj. zaključivanje od pojedinačnog ka općem (Kurnik, 2000c). Suprotno tome, dedukcija je postupak kojim se polazeći od opće tvrdnje dolazi do: manje općenite ili pojedinačne tvrdnje koja iz nje proizlazi ili je sadržana u njoj, druge općenite tvrdnje ili se od pojedinačnog dolazi ka općem (Kurnik, 2009). Obje metode provode se matematičkim dokazivanjem, a svaka dedukcija u sebi sadrži indukciju (Kurnik, 2009). U srednjoj školi, rijetko, a najčešće samo u matematičkim gimnazijama, dokazuju se tvrdnje metodom dedukcije i to uglavnom geometrijski teoremi, trigonometrijski identiteti, određene algebarske formule i pravila u teoriji brojeva. Najpoznatiji

primjeri za to su: teoremi o sukladnosti i sličnosti trokuta, teorem o paralelnosti i transverzalama, teorem o simetralama kuta, izvođenje dokaza o formuli za rješavanje kvadratne jednadžbe itd. Pri izvođenju dokaza povratne informacije usmjeravaju se na praćenje logičkog slijeda, podsjećanje na usvojene aksiome, definicije, svojstva i već dokazane teoreme, provjeravanje posebnih slučajeva, samoanalizu dokaza, primjenu i prilagodbu različitim strategijama, objašnjavanje koraka u dokazu itd.

Generalizacija ili poopćavanje prijelaz je razmatranja s danog skupa objekata na razmatranje njegova nadskupa (Kurnik, 2004). Generalizaciji prethodi analogija, a izvodi se induktivnim načinom zaključivanja odbacivanjem ograničenja i zamjenom konstante varijablom (Kurnik, 2000d). Specijalizacija je suprotna metoda zaključivanja od generalizacije, pri čemu se prijelaz razmatranja danog skupa objekata vrši na njegov podskup (Kurnik, 2004). Primjer u nastavi matematike je postupak zamjena varijable konstantnom i uvođenja ograničenja. U nastavi se ne treba inzistirati na pamćenju svih (specijalnih) formula na pamet nego treba ustrajati na tome da se formule izvode iz osnovnih (generaliziraju ili specijaliziraju).

Analogija je metoda zaključivanja u kojem se iz opažanja da se dva objekta podudaraju u određenom broju svojstava donosi zaključak da se podudaraju i u drugim (neopažanim) svojstvima (Kurnik, 2000d). Analogija ne dolazi u paru s nekim drugim načinom matematičkog zaključivanja, ali je sastavni dio gotovo svakog procesa matematičkog mišljenja zajedno s drugim postupcima. Analogijom se može zaključivati o objektima, svojstvima objekata i postupcima (Kurnik, 2000d). Tijekom nastave matematike često se može čuti nastavnika da govori *analogno tome, slično tome, na isti način se dobiva, dokazuje, postupa,…,* a što je važno radi zornog prikaza analogije, budući da pri rješavanju problema, jedna od metoda rješavanja zadataka je uspostavljanje analogije sa srodnim problemima (Kurnik, 2000d). Područje najzornije primjene analogije u nastavi matematike je geometrija, a najpoznatiji primjer je uspostavljanje analogije između geometrijskih likova i tijela (kvadrat – kocka, pravokutnik – kvadar, trokut – piramida, krug – kugla).

2.1.4.4.4. Izbor socijalnih oblika rada

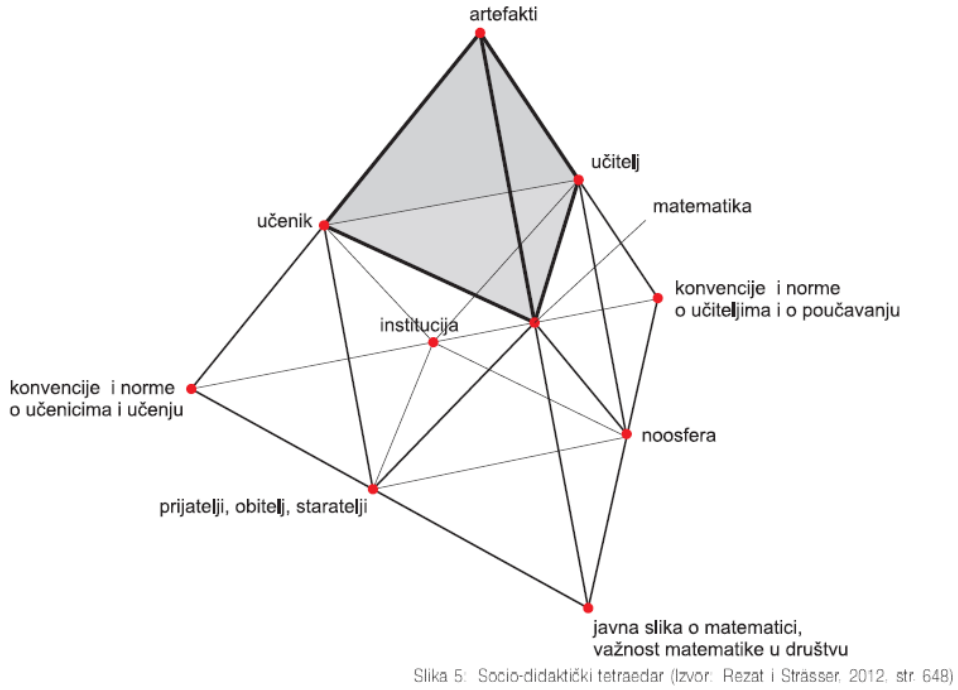
Tijekom nastavnog procesa nastavnik je s učenicima, ali i učenici međusobno u različitim socijalnim oblicima rada (Bognar i Matijević, 2005). Moguće je izdvojiti nekoliko socijalnih oblika aktivnosti učenika: frontalni oblik rada, individualni rad, rad u paru, timski rad i grupni rad učenika. Frontalni oblik rada predstavlja rad nastavnika pred razredom, a najčešće je prisutan prilikom korištenja verbalne, usmene metode izlaganja nastavnika (npr. predavanje) (Bognar i Matijević, 2005). U ovom obliku rada, glavna učenička aktivnost je aktivno slušanje,

komunikacija je dominantno jednosmjerna s povremenim postavljanjem nastavnikovih pitanja radi potvrde razumijevanja i provjere pažnje učenika (Bognar i Matijević, 2005). U preostalim oblicima rada značajnija je samostalna aktivnost učenika. Sukladno tome, mijenja se i nastavnički oblik rada koji djeluje kao pomagač, mentor, facilitator i sl. (Bognar i Matijević, 2005).

Izbor određenog oblika rada ovisi o ciljevima i ishodima učenja, izboru nastavnih strategija i nastavnih metoda rada, ali i o prostorno-tehničkim uvjetima (Bognar i Matijević, 2005). Svaki od oblika pridonosi nekom od ciljeva odgoja i obrazovanja, bilo da se odnose na personalizaciju, tj. zadovoljavanje potreba pojedinca ili za socijalizaciju, odgoja i obrazovanja za život u kolektivu, društvu (Bognar i Matijević, 2005).

2.1.5. Afektivna dimenzija (srednjoškolske) nastave matematike

Glasnović Gracin (2015) smatra da su nastavnicima matematike u nastavničkom poslu u Hrvatskoj najteži dio socio-pedagoški aspekti nastave poput teškoća oko discipline, odgoja, komunikacije s roditeljima, kolegama, odnos države prema obrazovanju, odnos društva prema matematici i sl. koji značajno utječu na uspješnost nastave, a onda i postignuća učenika. Uvažavajući upravo te aspekte, Rezat i Strässer (2012) proširuju didaktički tetraedar i uvode model socio-didaktičkog tetraedra (vidi sliku 13.) koji daje prikaz složenih i međusobno uvjetovanih odnosa između različitih dimenzija i ključnih čimbenika nastavnog procesa, a u kojem svaka stranica i vrh predstavljaju jednu komponentu.



Slika 5: Socio-didaktički tetraedar (Izvor: Rezat i Strässer, 2012, str. 648)

Slika 13. Socio-didaktički tetraedar (Glasnović Gracin, 2015)

Vrh socio-didaktičkog tetraedra (na slici 13. obojeni dio) predstavlja didaktički tetraedar (učenik-nastavnik-sadržaji-tehnologija), a dno tetraedra prikazuje socio-pedagošku dimenziju, tj. afektivnu dimenziju nastave matematike i skriveni kurikulum (Engeström, 1988, prema Glasnović Gracin, 2015). Vizualno, veći donji dio modela dodatno naglašava širinu i važnost tog aspekta, dok se didaktički tetraedar nadovezuje na tu osnovu te se njihovi međusobni odnosi ostvaruju unutar zadanog društvenog okvira. Može se zaključiti da socio-didaktički tetraedar ne prikazuje samo strukturne odnose između pojedinih elemenata, već i hijerarhiju njihove važnosti. Socio-pedagoški aspekt, kao temelj modela, ima presudnu ulogu u oblikovanju nastavnog procesa jer posreduje i usmjerava sve ostale interakcije, određujući pritom način na koji se znanje konstruira, prenosi i vrednuje u određenom obrazovnom i društvenom kontekstu.

Matematika je uz materinski jezik od početka osnovnoškolskog obrazovanja najdominantniji školski predmet, a što se očituje i brojem sati kojem je zastupljen u školskom programu. Osim toga, matematika je jedan od tri obvezna predmeta koji se polažu na državnoj maturi u Hrvatskoj. Stoga ni ne čudi da je nastava matematike često predmet rasprave odgojno-obrazovne zajednice, ali i javno-društvenog interesa pri čemu su neke od mnogobrojnih tema težina predmeta, korisnost i primjenjivost obrađivanog sadržaja, motivacija, uvjerenja i stavovi prema matematici, razina matematičke kompetentnosti učenika itd.

Istraživanja su pokazala postojanje brojnih stereotipa o matematici kao području u kojem su dječaci uspješniji nego djevojčice (Benbow i Stanley, 1980; Brown i Josephs, 1999) te o

postojanju urođene (genetske) sposobnosti za matematiku (Benbow i Stanley, 1980). Navedeno tematizira pedagogijski problem nadarenosti i obrazovnosti (Giesecke, 1991).

U formiranju uvjerenja vezanih za sposobnost matematike veliku ulogu imaju roditeljski stereotipi o matematičkim sposobnostima i očekivanjima uspjeha u matematici (Jacobs, 1991; Turner i sur., 2002), a za koje Eccles i Harold (1993) smatraju da ih roditelji stvaraju na temelju vlastitih sklonosti i osobnih iskustava. Drugim riječima, roditelji koji i sami imaju negativan stav, strah ili su doživjeli neuspjeh u matematici svoje strahove i stavove prenose na djecu.

Postojanje navedenih uvjerenja u negativnoj je korelaciji s motivacijom, odnosno željom za učenjem matematike, a koja utječe na uspješnost u predmetu matematike (Kloostermann, 1996, prema Arambašić i sur., 2005). Preis i Biggs (2001) taj „začarani" krug nazivaju ciklusom matematičke anksioznosti u kojem neugodne emocije i stavovi smanjuju motivaciju i trud u učenju matematike, a što posljedično dovodi do smanjenog postignuća i potkrepljenja negativnih emocija i stavova.

Navedena uvjerenja vrlo vjerojatno potkrepljuju i rezultati raznih istraživanja poput PISA iz 2009. godine prema kojem dječaci u velikom broju zemalja ostvaruju značajno bolje rezultate od djevojčica (Jugović i sur., 2012) iako su istraživanja pokazala da se rodne razlike u uspješnosti iz matematike smanjuju ili neutraliziraju (Jugović i sur., 2012). Također, navedeno se može tumačiti i iz perspektive skrivenog kurikuluma, odnosno implicitnih poruka koje škola prenosi, a koje uključuju i stereotipne rodne uloge.

Ipak, daljnja su istraživanja pokazala da su navedene razlike u uspješnosti rezultat niže vlastite percepcije matematičke kompetentnosti i smanjenih očekivanja vezanih za uspjeh (Arambašić i sur., 2005, Jugović i sur., 2012). Brojni autori podupiru tezu o uzročno-posljedičnom odnosu percepcije samoučinkovitosti u matematici i matematičkih postignuća (ocjena iz matematike), tzv. modela samojačanja (npr. Zimmerman, 2000; Koludrović i sur., 2015). U modelu je riječ o tome da učenici koji imaju izraženiju samoučinkovitost, tj. vjerovanje u vlastitu sposobnost za izvršenje određenog zadatka, oni ostvaruju i veća postignuća u matematici (Koludrović i sur., 2015). Osim toga, oni postavljaju više i zahtjevnije ciljeve, predaniji su te ustrajniji u izvršavanju zadataka pri nailasku na probleme (Koludrović i sur., 2015). Horvat (2019) navodi da to rekurzivno djeluje i na ponašanja nastavnika te da takvi učenici imaju i veću potporu nastavnika u smislu većih očekivanja, više komunikacije i interakcije, kontinuiranog praćenja, kao i učeničku percepciju nastavničkih očekivanja. Isto je utvrdio i Hattie (2017) u svojoj velikoj meta-analizi vidljivih čimbenika na učenička postignuća, pri čemu je učeničko poimanje samoučinkovitosti u samom vrhu ljestvice, s Cohenovom veličinom učinka od 0,92. S druge

strane, visoko postavljena ili pozitivna očekivanja nastavnika također imaju značajnu veličinu učinka, iako manju u odnosu na samoučinkovitost, d=0,43. Stoga, važno je osvijestiti utjecaj emocija, stavova i uvjerenja na rezultate učenja (i poučavanja) matematike (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Koludrović i suradnici (2015) pokazali su visoku razinu povezanosti samoučinkovitosti sa elementima razredno-nastavnog ozračja. Smanjena percepcija samoučinkovitosti može biti posljedica interakcije spomenutih okolnosti, a davanje povratnih informacija može posredovati u tom procesu. Kao rezultat smanjene percepcije samoučinkovitosti često se javlja animozitet prema matematici i negativne akademske emocije (Pekrun, 2006).

Akademske emocije su emocije i emocionalne reakcije vezane uz nastavni proces (učenje, poučavanje i postignuća) (Pekrun, 2006). Emocije koje se najčešće javljaju u nastavi su: dosada, ljutnja, anksioznost, strah, radoznalost, tuga, zabrinutost i sl., dok je za nastavu matematike dominantna emocija strah od matematike ili matematička anksioznost (Pekrun, 2006). Aschraft (2002) navodi da značaj straha može biti toliki da čini razliku u postignućima kod pojedinih učenika. Njihova postignuća ne predstavljaju rezultat sposobnosti i potencijala nego i straha od matematike koji otežava izvršavanje zadataka (Richardson i Suinn, 1972, prema Horvat, 2019). Upravo zbog toga, važno je izbjegavati davanje povratnih informacija koje su na osobnoj razini i fokusirati se na proces izvršenja zadatka, odnosno povećanje razine samopouzdanja, samoučinkovitosti, samoevaluacije, tj. samoreguliranog učenja.

Nadalje, povećana razina anksioznosti, a posebno kod djevojčica, može biti i posljedica maturacije i socijalizacije. Naime, istraživanja su pokazala da su djevojčice rane adolescentske dobi sklonije izraziti osjećaj straha i anksioznosti u odnosu na matematiku (Jugović i sur., 2012), a što, između ostalog, može biti i posljedica nalaza da su djevojčice općenito anksioznije u pubertetu nego dječaci (Feingold, 1994, prema Jugović i sur., 2012).

Osim toga, istraživanja su pokazala da na početku školovanja učenici uglavnom imaju pozitivne ili neutralne stavove prema matematici, a koji vremenom postaju sve negativnija (Ma, 2003; Ma i Kishor, 1997; McLeod i Ortega, 1993) te tako primjerice hrvatski učenici razredne nastave imaju pozitivnije stavove prema matematici od učenika predmetne nastave (Vidić, 2015). Zašto dolazi do toga nije do kraja utvrđeno, ali budući da se ono odvija na prijelazu iz osnovne u srednju školu (oko 7. razreda) (Ma i Kishor, 1997), postoje pretpostavke da je to zbog prijelaza s konkretnog načina razmišljanja na apstraktni.

U prilog tome govore i istraživanja povezana sa željom za učenjem matematike te zanimljivosti, korisnosti i važnosti matematike (Fan i sur., 2005; Lambić i Lipkovski, 2011), pokazuju da na

negativan stav prema matematici utječe nedostatak konkretnih primjera i primjenjivosti naučenog te sadržaj koji karakteriziraju kao nezanimljiv i/ili nedovoljno izazovan. Bez obzira na tendenciju primjene matematike na probleme iz realnog svijeta te uspostavom korelacije sa zahtjevima suvremenog svijeta u nastavi matematike, prisutno je uvjerenje da je suvremena matematika zatvorena, da je sama sebi svrha, odnosno učenici ne vide njezinu primjenu. Prisutnost takvih uvjerenja reflektira se i na nastavu matematike, a najbolje se očituje u pitanjima učenika (ali i roditelja) poput ovoga: *„Kada će to meni trebati u životu?“*.

Ponekad nastavnici u želji za ispunjenjem zahtjeva kurikuluma, ali i nastojanjima za opravdavanjem korisnosti i primjenjivosti sadržaja, koja bitno utječe na motivaciju učenika (Arambašić i sur., 2005), pokušavaju svaki sadržaj primijeniti čak i na mikrorazini (Horvat, 2019). Ipak, takvi pokušaji ponekad djeluju i kontraproduktivno i bivaju kritizirani kada primjeri primjene izgledaju previše hipotetski ili neprimjenjivi u stvarnom životu zbog prekomjernog pojednostavljenja problema.

Horvat (2019) navodi da ne postoji svako znanje da bi bilo primjenjivo, nego je ono nekad potrebno kao jedna od stepenica za nešto što će tek biti primjenjivo. Zapravo, uglavnom su matematički sadržaji i postupci koji se obrađuju na razini osnovnoškolske i srednjoškolske nastave tog tipa, tj. služe postizanju opće matematičke pismenosti te razvoju matematičko-logičkog načina razmišljanja koje je primjenjivo u svim aspektima života (EC 2006/962; MZO, 2019). U takvim slučajevima učeničke demotivacije radi nemogućnosti primjene svakog sadržaja i uviđanja korisnosti usvajanja određenih matematičkih odgojno-obrazovnih ishoda, odnosno sagledanja šire slike, do izražaja trebaju doći pedagoške kompetencije nastavnika. Naime, učenje i poučavanje matematike uz materijalnu zadaću (obrazovnu) i funkcionalnu ima i odgojni aspekt, tj. zadaću a koji je i naveden kroz ciljeve i ishode učenja i poučavanja matematike u predmetnom kurikulumu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Primjerice, *inzistiranje* na tome da učenici automatiziraju određene vještine poput mentalnog računanja s većim brojevima, pisanog množenja višeznamenkastih brojeva unatoč postojanju širokodostupnih (džepnih) računala ili ustrajanju na dokazivanju trigonometrijskih tvrdnji primjenom trigonometrijskih identiteta ponekad se može činiti bespotrebnim, odnosno samo sebi svrha i potkrepljivati uvjerenje o zatvorenosti matematike kao znanosti i nastavnog predmeta.

No, s druge strane, treba uvažiti odgojne i općeobrazovne vrijednosti, odnosno prenosive i *meke* vještine (Cottrell, 2021) izvan okvira nastave matematike koje se na te načine stječu poput: upornosti, ustrajnosti, pedantnosti, preciznosti i posvećenosti detaljima, sustavnosti i

organiziranosti, strpljivosti, koncentraciji, marljivosti, sposobnosti kritičke analize i praćenja uputa, snalažljivost, a što su primjerice zadatci moralnog odgoja (Nikolić, 1967, prema Kadum i Kadum, 2019). Osim toga, inzistiranje na preglednosti, preciznosti, urednosti, jasnoći, kao i razvijanje smisla za simetriju i harmoniju doprinosi estetskom odgoju učenika (Nikolić, 1967, prema Kadum i Kadum, 2019). Nadalje, nastavom matematike stječu se i vještine poput povećanja učinkovitosti, iznošenje argumenata, planiranja i donošenje odluka, razvijanje konvergentnog i divergentnog mišljenja itd. (Cottrell, 2021). Komar (2026) navodi da se pedagoški proces ne treba orijentirati isključivo na specifično, mjerljivo, fiksirano nego i na procesno i dijalektički izražen cilj.

Veliku ulogu u inhibiciji tog uvjerenja ima nastavnik i njegov pristup istome. Gotovo ni u jednom nastavnom predmetu, osim u matematici nije prisutna jednodimenzionalna percepcija znanja i vještina, pri čemu je direktna primjena usvojenih ishoda (i sadržaja) jedina dimenzija (Horvat, 2019). Primjerice, rijetko će se naići na primjedbu zašto učenici pod nastavom tjelesne i zdravstvene kulture izvode načine gibanja poput provlačenja, valjanja i višenja ili zašto u izvannastavnim i izvanškolskim aktivnostima poput nogometa djeca tijekom određenih treninga izvode vježbe podizanja trupa i sklekova kada se te vježbe ne mogu direktno primijeniti tijekom nogometne utakmice. Dakle, ono čemu se treba težiti u nastavi matematike je isticanje stvarne primjenjivosti matematike, a koja se u velikoj mjeri očituje u pedagoškim aspektima i pedagoškoj zadaći učenja i poučavanja matematike te razvoju logičkog i apstraktnog razmišljanja (Horvat, 2019). Bez obzira na navedeno, istraživanja pokazuju da učenici svejedno smatraju da je matematika vrlo važna i/ili korisna (Eccles i sur., 1993; Jugović i sur., 2012; Lambić i Lipkovski, 2012).

Prethodno sve navedeno rezultiralo je općeprihvaćenom percepcijom matematike kao teškom predmetom, koji nije za svakoga te istaknutom ili bolje rečeno izdvojenom pozicijom matematike u odnosu na ostale nastavne predmete (Horvat, 2019).

Pojedini autori (Boaler i Greeno, 2000; Muis, 2004) tvrde da metoda poučavanja (npr. izravna nastava vs. nastava utemeljena na raspravi, bihevioristička vs. konstruktivistička) utječe na uvjerenja o uspjehu u nastavi matematike. Muis (2004) smatra da nastavničke prakse koje se vežu za inzistiranje na točnom, brzom i preciznom rješavanju zadataka i pamćenje pravila kao izoliranim učeničkim iskustvima (bihevioristički pristup) doprinose uvjerenju da uspjeh u matematici zahtijeva urođenu sposobnost i da je napredak u matematičkom znanju i razumijevanju nepromjenjiv. S druge strane, metode koje su više bazirane na konstruktivističkim principima doprinose uvjerenju da matematički način razmišljanja nije

urođen i pasivno prenesen od strane nastavnika (Muis, 2004). To svakako ne ide u prilog već ustaljenom poimanju matematike kao hladne, apstraktne, krute, rigidne i nehumane znanosti (Andrews i sur., 2014, prema Horvat, 2019).

S obzirom na važnost i položaj koji matematika zauzima u (hrvatskom) obrazovnom sustavu, upravo zato, posebna pažnja mora se posvetiti ne samo kognitivnim, već i afektivnim, odgojnim i socio-emocionalnim aspektima nastave matematike.

Uloga nastavnika od presudne je važnosti za razvoj samopouzdanja i pozitivnog stava učenika prema matematici (Sherman i Christian, 1999) koji su zadani kao jedan od ciljeva učenja i poučavanja matematike (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). To se ostvaruje kroz stvaranje ugodnog razrednog ozračja i odnosa s učenicima, poticanje dobrih međuučeničkih odnosa, demokratski stil vođenja razreda i poučavanja, razvijanje samopoštovanja i samoučinkovitosti kod učenika (Horvat, 2019). Isto tako vođenje humanističkim pedocentrističkim pristupom koji se očituje kroz uvažavanje emocija, stavova, interesa, stvaranje poticajne i podupiruće okoline u kojoj svatko može naučiti matematiku i biti uspješan u matematici; pomno izabrane metode rada; artikuliranje uloge i važnosti matematike te osmišljavanje aktivnosti koje to pokazuju; prenošenje vlastitog pozitivnog stava prema matematici i učinkovite povratne informacije usmjerene na učenje, proces učenja i razvoj samoreguliranog učenja.

Percepcija, emocije, uvriježena mišljenja i predrasude, emocije te status predmeta u društvu vezane za nastavu matematike zato treba imati na umu prilikom planiranja poučavanja i izvedbi nastave matematike, budući da ona u velikoj mjeri ovise o ulozi i postupcima nastavnika.

2.1.6. Učenje i poučavanje u nastavi matematike

U ovom poglavlju bit će dan pregled teorijskih pristupa učenja i poučavanja djece srednjoškolske dobi uokvirenih u kontekst učinkovitih povratnih informacija. Obzirom na složenost konstrukta, čimbenika koji utječu na davanje (i primanje) učinkovitih povratnih informacija u nastavi (složeni kontekstualni uvjeti odgojno-obrazovnog procesa) te varijabilnom učinku kojeg obzirom na to povratna informacija ima (Gielen i sur., 2010), nije moguće poći od jedne teorije. Njihov izbor temelji se na kriteriju relevantnosti za razumijevanje uloge i učinkovitosti povratne informacije u različitim teorijskim pristupima učenju i poučavanju.

Osim toga, u skladu s tezama kritičkog racionalizma od kojeg se u ovom radu polazi, potrebno je iz različitih aspekata i perspektiva (de)konstruirati, ispitati te prikazati problem utjecaja davanja (učinkovitih) povratnih informacija od strane nastavnika učenicima, koji je pedagoški

alat u poučavanju matematike. U tom smislu, kritički racionalizam podrazumijeva prokušavanje postojećih teorija te kritičko preispitivanja različitih pristupa i njihovih ograničenja. Budući da su definicije, vrste i modeli povratnih informacija teorijski utemeljeni i vezani uz različite temeljne teorije učenja i poučavanja, njihovo razumijevanje pretpostavlja analizu tih teorijskih okvira. U skladu s time, u radu se razmatra više teorijskih perspektiva kako bi se objasnile razlike u konceptualizaciji i primjeni povratnih informacija.

Izuzev bihevioralne teorije, teorije nisu nužno uvijek u koliziji, a većim dijelom se i nadovezuju jedna na drugu (Jukić, 2013), posebno u kontekstu proučavanja povratnih informacija (Thurlings i sur., 2013). U sklopu svakog prikaza teorijskog pristupa od kojeg se polazi bit će dano kako svaka od teorije gleda na procese koji se vežu uz poučavanje matematike te kako se svaka od teorija učenja i poučavanja reflektira na karakteristike (učinkovite) povratne informacije.

2.1.6.1.Biološka teorija

Razdoblje srednjoškolskog obrazovanja (u Hrvatskoj) uglavnom se poklapa s razvojnim razdobljem srednje adolescencije, tj. životnim razdobljem između 15. i 18. godine života. Adolescencija je razvojno razdoblje koje karakteriziraju intenzivne tjelesne, emocionalne, socijalne, psihološke i osobne promjene, a nalazi se između puberteta i odrasle dobi (Kuzman, 2009). Nastavničko poznavanje i razumijevanje razvoja djece u ovoj dobi važno je za uspješno poučavanje učenika (Vizek Vidović i sur., 2003). Pubertet započinje fiziološkim promjenama, a kod djevojčica se uglavnom javlja nešto ranije nego kod dječaka, uglavnom je to razdoblje od oko 11. do 13. godine života (Kuzman, 2009; Vizek Vidović i sur., 2003).

Biološka teorija promatra, između ostalog, razvoj adolescenata u smislu bioloških procesa koji se odvijaju u tijelu (Meece, Daniels, 2008). Za ovaj rad je važna biološka teorija jer su istraživanja pokazala da tjelesne promjene koje se događaju u adolescentskom razdoblju mogu imati za posljedicu promjenu ponašanja kod dječaka i djevojčica, a uzorak učenika s kojima se provodi ovo istraživanje odgovara upravo adolescentskoj populaciji.

U organizmu se odvijaju biološke promjene unutar mozga (poput razvoja prefrontalnog korteksa) koje pomažu u obradi informacija i donošenju odluka (Dahl, 2004) te doprinose pomaku od konkretnog ka apstraktnom i analognom razmišljanju (Blakemore i Choudhury, 2006).

Osim razvoja kognitivnih vještina, u najvećoj mjeri dolazi do promjene u socijalnim odnosima kada sve veću ulogu u životu adolescenata imaju vršnjaci, dolazi do povećanja bliskosti među prijateljima koji postaju primarni izvor podrške (Vizek Vidović i sur., 2003). U tom kontekstu,

važno je da nastavnici potiču dobre međuvršnjačke odnose te u većoj mjeri koriste suradničko učenje (Vizek Vidović i sur., 2003).

Navedene promjene (npr. prekidanje intenzivnog odnosa s obitelji, ali zadržavanja toplog odnosa), stvaranje slike o sebi, izgradnja stavova o svijetu, prilagođavanje novim emocijama, nesigurnost itd. utječu na emocionalni razvoj adolescenata koji Erikson (1968) naziva krizom identiteta.

Uz to, Vizek Vidović i suradnici (2003) navode da su kasno dozreli dječaci često nesigurniji, ratoborniji i s manje samopouzdanja, dok npr. raniji razvoj kod djevojčica može izazvati sramežljivost i povlačenje. U vidu treba imati i činjenicu da se u ovom razdoblju događa i prelazak učenika u srednju školu, a koji je dodatni potencijalni izvor nesigurnosti i stresa (Kozjak Mikić i sur., 2012). Stresne situacije mogu izazivati kognitivne smetnje (poteškoće s koncentracijom i pažnjom), a što za posljedicu može imati ometeno učenje (Kozjak Mikić i sur., 2012). Osim toga, istraživanja su pokazala da se stresne situacije najčešće odnose na: prilagođavanje na novu socijalnu okolinu, tj. položaj u vršnjačkoj skupini, povećanu zahtjevnost gradiva, vrednovanje školskih postignuća, odnose s nastavnicima itd. (Allan i sur., 2005).

Nadalje, na umu treba imati i rodne stereotipe, tj. uvriježena mišljenja, koja su i danas prisutna, o tome da dječaci ostvaruju bolja postignuća u matematičkom području, odnosno da je matematika teža djevojkama nego muškarcima (Smith, White, 2002, prema Horvat, 2019), iako recentna suvremena istraživanja to ne potvrđuju nego navode da razlike proizlaze iz uvjerenja u vlastite sposobnosti i atribucija (ne)uspješnosti temeljem spomenutih stereotipa (Sigel i Lisi, 2002, prema Horvat, 2019).

Stoga, pri davanju povratnih informacija adolescentima, a što je dio vrednovanja, treba voditi računa o složenosti razvoja adolescenata (Kuzman, 2009) te kako im, uvažavajući navedene specifičnosti, pristupiti da bi povratna informacija bila učinkovita. Povratna informacija treba biti što češće biti dana na individualnoj razini jer je između ostalog učinkovitost usko vezana uz pojedinca (ovisi o njegovom predznanju (Hattie, 2019) i sl.). Hoće li pohvala dana uz povratnu informaciju imati pozitivan, neutralan ili negativan utjecaj ovisi upravo i o dobi učenika te kulturološkim značajkama (De Luque i Sommer, 2000). Zbog toga ne čudi da se brojni autori pozivaju na neutralnost povratne informacije, tj. izostavljanje pohvala koje mogu proizvesti kontraefekt (Meyer, 1979; Hattie i Timperley, 2007).

Isto tako, valja napomenuti da je adolescencija kulturološki konstrukt koji se razlikuje između društava i kultura (Brooks, 2016) te se ni ta dimenzija pri poučavanju, a time i davanju povratnih

informacija ne smije zanemariti i može biti uzrok varijabilnosti učinaka davanja povratnih informacija.

Biološka teorija vrlo je korisna u razumijevanju navedenih aspekata, a koji utječu na učinkovitost dane povratne informacije, iako ne obuhvaća utjecaj drugih bitnih čimbenika.

2.1.6.2.Bihevioristička teorija

Predmet istraživanja biheviorističke znanosti o odgoju je vidljiva manifestacija ponašanja koje se objašnjava općevažećim iskazima (König i Zedler, 1998). Cilj ove teorije spoznaja je uzajamnih veza, tj. oblikovanje tehnoloških naputaka (König i Zedler, 1998) budući da počiva na ideji da okolina utječe na razvojne promjene u ponašanju (Day Jr, 1998). U pedagoškoj praksi su se učvrstila dva glavna primjera primjene načela biheviorističke teorije: pedagoška modifikacija ponašanja i uvježbavanje ponašanja (König i Zedler, 1998).

Pedagoška modifikacija ponašanja počiva na principima učenja klasičnim i operantnim uvjetovanjem. Učenje klasičnim uvjetovanjem odvija se na način da se neutralni podražaj, koji bez učenja ne dovodi do reakcije, zadaje zajedno s bezuvjetnim podražajem, koji bez učenja dovodi do reakcije, kako bi se ostvarila bezuvjetna reakcija (Vizek Vidović i sur., 2003). Nakon što učenje završi događa se automatska (učenjem uvjetovana) reakcija na neutralne podražaje (Vizek Vidović i sur., 2003). U školskim situacijama klasično uvjetovanje najčešće se koristi za regulaciju emocionalnih reakcija, posebno onih vezanih uz postupke vrednovanja.

Teorija klasičnog uvjetovanja govori da ukoliko se neutralni podražaj zada određeni broj puta bez uparivanja s bezuvjetnim podražajem da će se uvjetovana reakcija teže usvojiti (Vizek Vidović i sur., 2003). Ova teza ističe potrebu i korisnost formativnog vrednovanja, tj. davanja povratnih informacija učenicima tijekom poučavanja jer ukoliko učenici dobiju informaciju o tome što su dobro napravili, na čemu još trebaju poraditi i kako da to ostvare, a bez brojčanog ocjenjivanja, manja je vjerojatnost da će kasnije manje ocjene prouzročiti ispitnu anksioznost ili nisko samopoštovanje (Rust i sur, 2005; Vizek Vidović i sur., 2003).

Isto tako, klasičnim uvjetovanjem mogu se ugasiti određena ponašanja ili reakcije ukoliko se uvjetovani podražaj zada veći broj puta na način da nakon njega ne slijedi bezuvjetni podražaj (Vizek Vidović i sur., 2003).

Operantno uvjetovano učenje, temeljeno na radu Thorndikea i Skinnera, je učenje na posljedicama putem potkrepljenja koje za cilj imaju povećanje vjerojatnosti pojavljivanja određenog ponašanja i/ili kazni kojima je cilj smanjiti ciljana ponašanja (Vizek Vidović i sur., 2003). U školi se nastavnici najčešće koriste sljedećim sekundarnim potkrepljenjima:

socijalnim (pohvala, razgovor, pažnja i sl.), simboličkim (ocjene) i potkrepljivačkim aktivnostima (slobodno vrijeme, provođenje omiljene aktivnosti, igre itd.).

Potkrepljenja mogu biti pozitivna (povećavaju učestalost ponašanja jer rezultiraju ugodnim posljedicama) i negativna (povećavaju učestalost ponašanja jer uklanjaju ili smanjuju neugodni podražaj), a kazne se mogu zadavati uskraćivanjem ugodnih posljedica ili zadavanjem neugodnih podražaja (Vizek Vidović i sur., 2003).

Iako je uvježbavanje ponašanja postupak koji je svoj najveći zamah imao 70-ih godina 20. stoljeća i danas je aktualan, posebno u području obrazovanja odraslih i stručnog usavršavanja (König i Zedler, 1998). Cilj uvježbavanja ponašanja je izmjena ponašanja polaznika te usvajanje novih obrazaca ponašanja, npr. uvježbavanje nastavnika kako da daju učinkovitu povratnu informaciju učenicima, uvježbavanje samovrednovanja učenika i sl. König i Zedler (1998) navode da se uvježbavanje ponašanja provodi u nekoliko dobro definiranih i pripremljenih koraka: utvrđivanje i operacionalizacija cilja učenja, provedba predtestiranja, provedba jedinice uvježbavanja i provjera uspjeha učenja. O ovome će više riječi biti u potpoglavlju o postupku provedbe istraživanja jer se na temelju ove teorije uvježbavalo davanje učinkovitih povratnih informacija s nastavnicima koje su bile sudionice istraživanja.

Asocijacionističke teorije poučavanja matematike počivaju na bihevioristočkoj teoriji, a karakteristične su za tradicionalnu nastavu matematike. Učenike se poučava klasičnim i/ili operantnim uvjetovanjem te koristeći se metodom potkrepljivanja točnih odgovora i oblikovanjem ponašanja u okviru programiranih materijala (Klinger, 2010; Putarek, 2018).

Za učenje je ključno uvježbavanje postupaka/pravila/algoritama i ponavljanje informacija/numeričkih činjenica, tzv. *drill and practice* (Putarek, 2018; Vizek Vidović i sur., 2003). Za učenje je neophodna vježba koja je učinkovitija što su brže i jasnije dane povratne informacije (Good i Borphy, 1995). Učenje je *dokazano* kada se primjenjuje primjereni algoritam i dobiju točna rješenja, a koja su uvježbana učenjem na temelju riješenih primjera (Klinger, 2010). Uloga nastavnika je da kontrolira sve što učenik radi i treba raditi (Vizek Vidović i sur., 2003).

Postoji vrlo jasna hijerarhija znanja, na dnu su učenici koji znaju vrlo malo ili ništa, zatim nastavnici, nastavnici nastavnika, stručnjaci kreatori obrazovne politike (kurikuluma itd.) te na koncu istraživači, dok su „autoriteti znanja“ u učionici nastavnik i udžbenik (Richardson, 1996). Nastavnik ima ulogu prenositelja znanja učenicima, on demonstrira izvođenje postupaka korak po korak, koje učenici trebaju automatizirati (Putarek, 2018), nije poželjno da učenik radi na svoj način, matematika se izjednačava sa zadatcima (Jukić Matić, 2013), usmjerenost je na

proceduralno znanje i razvoj vještina brzog, preciznog i točnog računanja, a u kojem greške nisu poželjne nego su anomalije (Cobb, 1988; Resnick, 1983; Schönfeld, 2008).

U okviru ove teorije, ističe se usvajanje proceduralnog znanja koje je dominantno nad konceptualnim (Vizek Vidović i sur., 2003).

Good i Borphy (1995) istaknuli su neke od zakonitosti učenja prema bihevioristočkoj teoriji pri čemu smatraju da učenje ne ovisi samo o broju ponavljanja. Autori navode da su jednokratna dugotrajnija učenja pogodna za usvajanje jednostavnijih vještina, a kraće i višekratno učenje je prikladnije za usvajanje složenih znanja i vještina.

U literaturi se navodi da je pri učenju u potpunosti novih ponašanja učinkovitije potkrepljivati svaki točan odgovor i to trenutno (Vizek Vidović i sur., 2003), no da je za stabilizaciju usvojenog ponašanja učinkovitije povremeno potkrepljivati (König i Zedler, 1998). Predlaže se učestalije potkrepljivanje na početku učenja, a nakon usvajanja određene tehnike postupno smanjivanje i ponovno aktiviranje pri „svladavanju sljedeće prepreke“, tj. rješavanju težih zadataka kako potkrepljenja ne bi izgubila svoju vrijednost (Vizek Vidović i sur., 2003). Iako se u suvremenoj nastavi nastavnici (matematike) zalažu za napuštanje ovakvog pristupa poučavanju, još uvijek je dijelom vidljiv takav pristup poučavanju (Klinger, 2010), npr. pri učenju tablice množenja napamet, računskih operacija s razlomcima, formula za zbroj/razliku binoma ili kod postupka rješavanja jednadžbi.

Na temelju istraživanja koje je proveo Hattie (2017) o čimbenicima koji utječu na učenička akademska postignuća, ovaj pristup, tj. metoda poučavanja koja naglašava kriterije uspješnosti i temelji se na učenju na riješenim primjerima ima pozitivan, ali relativno mali utjecaj na učenička postignuća s veličinom učinka 0.37.

U okviru biheviorističke teorije aktivnost davanja povratnih informacija klasificira se kao metoda potkrepljivanja koja se koristi za ostvarivanje ishoda učenja (Hattie i Gan, 2011, prema Brooks, 2016), a učeničko poznavanje ishoda učenja vrlo je bitno. Kao što se za potkrepljivanje predlaže postepeno smanjivanje sukladno povećanju učenikovog znanja i razumijevanja, isto se predlaže i za davanje povratnih informacija učenicima. Za učenike koji su na početnoj razini znanja ili imaju slabije predznanje, sugerira se davanje uputa i trenutna povratna informacija dok se za one na višoj razini znanja, preporuča odgoda (Hattie i Timperley, 2007). Uz to, kao i potkrepljivanje svakog točnog odgovora, tako i davanje povratne informacije za svaki zadatak zahtijeva puno vremena te može prouzrokovati očekivanja da nakon svakog zadatka dobiju povratnu informaciju i prestanu je sami tražiti.

Bihevioristi često ističu korištenje pohvale nastavnika za učenikov točan odgovor kao pozitivno potkrepljenje, a neki autori pohvalu smatraju neizostavnim dijelom povratne informacije ili vrstom povratnih informacija (npr. Tunstall i Gipps, 1996). Ipak, istraživanja su ipak pokazala da takve povratne informacije imaju nizak ili gotovo nikakav utjecaj na učenička postignuća (Butler, 1988; Wilkinson, 1998). Čak štoviše, Kluger i DeNisi (1998) su pokazali kako povratna informacija sa pohvalom ima manji utjecaj od one koja je lišena pohvale. Nadalje, navodi se da pohvala može proizvesti i kontraefekt i izazvati negativan utjecaj na ono kako učenici vide svoje sposobnosti, ovisno je li dana na individualnoj ili grupnoj razini (Meyer i sur., 1979).

Kao i u okviru biološke teorije, tako se i unutar biheviorističke teorije sugerira formuliranje neutralnih povratnih informacija jer su istraživanja pokazala da povratne informacije koje su u obliku ekstrinzičnih nagrada (poput pohvale) mogu imati negativne učinke na ishode učenja (Dweck, 2007).

Prema biheviorizmu, u aktivnosti davanja povratnih informacija dominantniji je proces davanja povratne informacije od procesa primanja povratne informacije (Brooks, 2016). Samim davanjem povratne informacije učenicima od strane nastavnika očekuje se da će doći do ishoda jer se smatra da se učenje odvija pasivno, na podražaj iz okoline (Romberg, 1993). Ipak, istraživanja su pokazala da se utjecaj povratne informacije razlikuje ovisno o tome hoće li učenici povratnu informaciju prihvatiti, odbiti ili pak promijeniti (Kulhavy, 1977). Pokazalo se da isti podražaji ne vode različite pojedince do istog ponašanja (Romberg, 1993), stoga treba pažljivo primjenjivati potkrepljenja, odnosno kazne (Vizek Vidović i sur., 2003).

Na to, hoće li učenici povratnu informaciju prihvatiti, može utjecati i nastavnik npr. davanjem povratne informacije na individualnoj, a ne grupnoj razini, kada učenik može pomisliti da se upućena povratna informacija ne odnosi na njega (Nadler, 1979). Pretpostavka uspješnog davanja, odnosno primanja povratnih informacija između ostalog je i pozitivan odnos prema nastavniku, ali i pozitivno razredno ozračje u kojem su pogreške dobrodošle i iz kojih se uči, odnosno koje su temelj za napredak prema uspjehu (Hattie i Gan, 2011; Hattie, 2012; William, 2012). Pri prelasku iz tradicionalne nastave matematike (koja počiva na temeljima biheviorističke teorije i u kojoj pogreške nisu dobrodošle) u suvremenu nastavu, vrlo uspješnima za učenje novih emocionalnih reakcija, može biti upravo bihevioristička metoda gašenja. Tako bi suzdržavanje od traženja pomoći ili povratne informacije, strah od aktivnog sudjelovanja u nastavi u vidu iznošenja vlastitog mišljenja ili davanja odgovora na postavljeno pitanje, moglo biti ugašeno ukoliko nakon nekoliko uzastopnih neuspjelih pokušaja učenik ne doživi neugodne posljedice. Budući da je osim davanja povratnih informacija vrlo bitno da

učenici i prime danu povratnu informaciju, potrebno je uvidjeti na koji način nastavnik može osigurati povoljne uvjete za primanje povratne informacije učenicima kroz neke druge teorijske pristupe.

Thurlings i suradnici (2013) napravili su sustavni pregled literature o karakteristikama povratnih informacijama iz perspektiva različitih teorija učenja i poučavanja. Pri tome, iznijeli su zaključke da bi povratna informacija trebala biti korektivna, specifična i dana trenutačno. Ipak, vidljiva su odstupanja u tome na što se misli kada se kaže da je povratna informacija korektivna. Dok određeni autori smatraju da bi povratna informacija trebala nalikovati na uputu i govoriti konkretno što treba učiniti kako bi se došlo do cilja uz davanje točnih rješenja (Goodman i sur., 2008; Werts i sur., 1995), drugi smatraju da je učinkovitije navođenje na odgovor (Ferreira i sur., 2007).

2.1.6.3. Kognitivistička teorija

Za razliku od biheviorističke teorije, kognitivizam uzima u obzir misaone procese koji se odvijaju tijekom učenja i poučavanja te na pojedinca gleda kao aktivnog sudionika tog procesa jer se aktivno bavi novim informacijama (Siemens, 2005, prema Brooks, 2016).

Jean Piaget smatra se začetnikom teorija kognitivnog razvoja koji je posljedica interakcije maturacije (biološkog sazrijevanja organizma i živčanih struktura) te djelovanja pojedinca (Vizek Vidović i sur., 2003). Kognitivni razvoj podrazumijeva razvoj misaonih procesa kao što su zaključivanje, pamćenje, učenje, rješavanje problema itd. (Vizek Vidović i sur.,, 2003). Jedna od glavnih teza Piagetove teorije je da kognitivni razvoj prethodi učenju, tj. da se smisleno učenje može odvijati samo ako je pojedinac spreman za učenje, obzirom na njegov stupanj kognitivnog razvoja (Vizek Vidović i sur., 2003). Ta spremnost za učenje određena je biološkim činiteljima i na njih se ne može utjecati (Vizek Vidović i sur., 2003).

Prema Piagetu postoje četiri stupnja razvoja: senzomotoričko razdoblje (0-2 godine), predoperacijsko razdoblje (2-7 godina), stupanj konkretnih operacija (7-11 godina) i stupanj formalnih operacija (od 12 godina do odrasle dobi) (Vizek Vidović i sur., 2003). Svaki od tih stupnjeva određen je specifičnim misaonim procesima i predstavlja novi način organizacije, povezivanja i generiranja informacija te novu vrstu znanja (Jukić, 2013; Vizek Vidović i sur., 2003).

Biološki čimbenici i fizičko sazrijevanje omogućavaju povećanu aktivnost pojedinca i njegovo djelovanje na okolinu, što je drugi bitan čimbenik kognitivnog razvoja (Vizek Vidović i sur., 2003). Vlastitim djelovanjem pojedinac aktivno obrađuje informacije te izgrađuje unutarnji misaoni svijet kroz istraživanje pojava u svijetu oko sebe (promatranjem promjena,

utvrđivanjem zakonitosti i sl.), zbog čega se Piagetova teorija kognitivizma često naziva i psihološki konstruktivizam (Jukić, 2013; Vizek Vidović, 2003).

U središtu pozornosti kognitivističkih teorija učenja su misaone aktivnosti kojima se obrađuju informacije, npr.: kako se opažaju podražaji iz okoline, kako se obrađuju informacije u radnom pamćenju i povezuju s prethodnom stečenim znanjem, kako se pohranjuje novostečeno znanje, ali i kako ga se dohvaća iz kratkoročnog/dugoročnog pamćenja (Jukić, 2013; Vizek Vidović i sur., 2003).

Prema Piagetu kognitivna struktura čovjeka sastoji se od određenog broja shema kojima u određenom trenutku raspolaže, a koje predstavljaju „opći potencijal za izvedbu neke vrste ponašanja“ (Vizek Vidović i sur., 2003, str. 48) i koje određuju način reagiranja prema okolini (Vizek Vidović i sur., 2003, Woolfolk i sur., 2015). Opažanjem promjene ponašanja ovisno o dobi pojedinca, Piaget zaključuje da su promjene uvjetovane promjenom kognitivnih struktura (Piaget, 1968, prema Vizek Vidović i sur, 2003). Procesi kojima se sheme mijenjaju ili razvijaju, a u svrhu prilagođavanja pojedinca okolini, mogu biti procesi akomodacije ili asimilacije (Woolfolk i sur., 2015).

Asimilacija podrazumijeva uklapanje novih informacija u postojeće sheme, dok je akomodacija proces kojim se postojeće sheme mijenjaju u skladu s novim informacijama (Arnett, 2014;Vizek Vidović i sur., 2003). Kada se čovjek suoči novim informacijama koje proturječe postojećim shemama, dolazi se do mentalne neravnoteže (Vizek Vidović i sur., 2003), tj. kognitivnog konflikta, a prema Piagetu ljudi po svojoj prirode nastoje održati tu ravnotežu. Proces uspostave ravnoteže misaonih struktura mijenjanjem postojećih ili stvaranjem novih shema naziva se ekvilibracija, koja je glavni motivator intelektualnog razvoja (Vizek Vidović i sur., 2003). Kao konkretan primjer može poslužiti uvođenje skupa kompleksnih brojeva u drugom razredu srednje škole. Pred učenika se postavlja zadatak da riješi (kvadratnu) jednadžbu $x^2 + 1 = 0$. Učenik već ima razvijenu shemu rješavanja (kvadratnih jednadžbi) posebnog oblika $ax^2 + c = 0, a \cdot c \geq 0$ i zna da je rješenje takve jednadžbe $x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$. Pokušava riješiti zadani problem na isti način, prebacivanjem slobodnog člana preko znaka jednakosti, međutim, tu dolazi do *potrebe* korjenovanja negativnog broja, pri čemu učenik govori da zadatak „nema rješenja“. To predstavlja kognitivni konflikt. Nakon toga, skup realnih brojeva se proširuje, uvodi se pojam imaginarnih i kompleksnih brojeva. To predstavlja proces akomodacije u kojem se mijenja postojeća shema te sada u učenikovom sustavu postoji rješenje za sve realne brojeve a i c u jednadžbi $ax^2 + c = 0$.

Učenik kroz prilagodbu vraća kognitivnu ravnotežu, može objasniti i riješiti prethodno „nerješive“ jednadžbe, a njegova je misaona shema stabilnija i bogatija (ekvilibracija). Proces asimilacije predstavljao bi primjer proširivanja zadataka s tipa $x^2 + c = 0$ na zadatke tipa $ax^2 + c = 0$. Učenik dakle koristi istu shemu (metodu rješavanja) na sličan primjer (ali novi) primjer zadatka, nema potrebe za proširivanjem znanja već uklapa isti primjer u već postojeću shemu, proširuje primjenu iste procedure.

Pri poučavanju kognitivisti naglasak stavljaju na proces usvajanja znanja koje se temelji na razumijevanju, na razjašnjavanju pojmova i aktivnom sudjelovanju učenika koji različitim strategijama organiziraju informacije u kognitivne sheme (Putarek, 2018; Vizek Vidović i sur., 2003). Kognitivisti također smatraju da se znanje prenosi, ali se pohranjuje kao unutarnji mentalni konstrukt (Klinger, 2010).

U nastavi matematike kognitivistička teorija najveći je utjecaj imala na učenje rješavanja problemskih zadataka (Klinger, 2010), a jedna od glavnih teza kognitivističke teorije je da se učenika može poučiti strateškom načinu razmišljanja, tj. direktno ga poučiti kako rješavati matematičke problemske zadatke (Vizek Vidović i sur., 2003). Prema Hattievoj meta-analizi (2017) ovakav pristup poučavanju ima vrlo visok utjecaj na učenički akademski uspjeh s veličinom učinka 0.68.

Kao i bihevioristi, smatraju da je uvježbavanje postupaka rješavanja zadataka vrlo bitno i da izvršavanje algoritama treba biti automatizirano jer je ono alat za rješavanje matematičkih problemskih zadataka (Putarek, 2018; Vizek Vidović i sur., 2003). Ipak, smatraju da tomu treba prethoditi usvajanje koncepata te da se rješavanje tih postupaka treba temeljiti na razumijevanju kako bi se moglo primijeniti i u novim situacijama, a ne da bude „mehaničko“ (Putarek, 2018; Vizek Vidović i sur., 2003). Dakle, za kognitiviste je usvajanje konceptualnog znanja dominantno u odnosu na proceduralno.

Neki autori smatraju da je Piagetov pristup najprimjereniji za područje logičko – matematičkog rasuđivanja (Bruner, 1971, prema Vizek Vidović i sur., 2003). Stoga i ne čudi da su se razvile kognitivističke teorije za poučavanje školske matematike, iako se u tradicionalnoj nastavi dominantan pristup poučavanju matematike temeljio na bihevioristočkoj, tj. asocijacionističkim teorijama.

Prema tome, kognitivisti izuzetno bitnim smatraju uvažavanje kognitivnog razvoja djece pri poučavanju (Vizek Vidović i sur., 2003). Stupanj formalnih operacija je stupanj kognitivnog razvoja koji odgovara razdoblju adolescencije, tj. srednjoškolskom obrazovanju u Hrvatskoj. U ovoj fazi kognitivnog razvoja dolazi do značajnog pomaka u razmišljanju od konkretnog ka

apstraktnom (Vizek Vidović i sur., 2003), a što prati i kurikulum. Djeca mogu zamišljati hipotetske situacije, generalizirati i rješavati probleme koji uključuju analogiju te proporcionalno mišljenje u smislu omjera (Vizek Vidović i sur., 2003).

Iz perspektive kognitivističkih teorija proces davanja/primanja povratnih informacija počinje davanjem povratne informacije, koju učenici aktivno obrađuju, a što dovodi do željenog ishoda učenja (Thurlings i sur., 2013). Nastavnici strukturiraju i vode učenike kroz kurikulum dok ga učenici aktivno obrađuju i koriste (Brooks, 2016).

Thurlings i suradnici (2013) analizom su utvrdili da se istraživanja povratnih informacija koja počivaju na kognitivističkoj teoriji uglavnom bave ispitivanjem učinka davanja izravnih i neizravnih korektivnih povratnih informacija (koje obrazlažu počinjene greške, a učenike potiču na ispravljanje tih pogrešaka (Thurligns i sur., 2013)), pri čemu rezultati variraju ovisno o dobi, predznanju učenika i sl. (Baker i Bricker, 2010; Van Beuningen i sur., 2012; Ferreira i sur., 2007). Općenito, rezultati istraživanja upućuju na to da bi povratne informacije trebale biti minimalne i relevantne (Kulhavy i Stock 1989), usmjerene na zadatak (Ashwell, 2000; Kluger i DeNisi, 1996) te specifične, detaljne i jasne (Shute, 2008). Osim toga, smatraju da učinkovitost povratne informacije ne ovisi o načinu na koji je dana (digitalno ili pisano) (Morra i Asis, 2000).

Kritike Piagetove teorije idu u smjeru fiksnog određivanja razvojnih stupnjeva, pri čemu kritičari, između ostalog, navode da se ne uvažavaju međukulturalne razlike u kognitivnom razvoju (Vizek Vidović i sur., 2003; Brown i Desforges, 1977). Osim toga, pokazalo da su u određenim segmentima (npr. stalnost predmeta, logičko rasuđivanje, konverzacija količina) djeca kompetentnija i ranije nego što je Piaget postavio (Vizek Vidović i sur., 2003).

2.1.6.3.1.Socijalno-kognitivistička teorija

Bandura kao utemeljitelj ove teorije, prihvaća postavke biheviorističke teorije, ali i kognitivizma kojeg adaptira (Vizek Vidović i sur., 2003).

Bandura (1978) iznosi model recipročnog determinizma prema kojem djeca utječu na okolinu isto kao i okolina na njih. Djeca su tzv. agenti vlastitog učenja, u određenoj mjeri su proizvod okoline, ali mogu i utjecati na nju pa su samim time i proizvoditelji društvenih običaja (Bandura, 2001). Drugim riječima, učenje je društvena aktivnost jednako kao i kognitivna i ponašajna (Klinger, 2010). Brooks (2016) navodi primjer djelovanja Bandurinog modela u kontekstu povratnih informacija: ako učenik samostalno i aktivno traži povratnu informaciju od nastavnika, tada mu je nastavnik vrlo vjerojatno i daje, a takva njihova interakcija, između ostalog, rezultira stvaranjem (pozitivnog) odnosa između nastavnika i učenika.

Bandurina teorija socijalnog učenja dinamična je teorija, koja podrazumijeva opservacijsko učenje, tj. da se za vrijeme socijalnih interakcija, kognitivnim posredovanjem i opažanjem ponašanja ljudi u skupini i posljedica na to ponašanje, određeni pojedinac može naučiti modificirati vlastito ponašanje (Bandura, 1997, prema Klinger, 2010; Vizek Vidović i sur., 2003). Također, isto vrijedi i za opažanje vlastitog ponašanja (samorefleksivnost). Obzirom na to, Bandura smatra da se u osnovi ljudskog učenja nalazi 5 temeljnih kognitivnih procesa: simbolizacija, vikarijsko učenje, prethodno razmišljanje, samoregulacija i samorefleksivnost (Bandura, 1986, prema Vizek Vidović i sur., 2003).

Socijalno-kognitivistička teorija ima implikacije za ovaj rad jer se smatra da je povratna informacija najučinkovitija ako je dana na razini samoregulacije (Hattie, 2007; Wisniewski i sur., 2019). Nadalje, socijalna interakcija između nastavnika i učenika vrlo je važna za davanje (i prihvaćanje) te učinkovitost povratnih informacija (Cowie, 2005; Hattie i Timperley, 2007) te se u sklopu ovog rada promatra kao parazitarna varijabla na učinkovitost povratnih informacija.

2.1.6.3.2. Socijalno-kulturalna teorija

Glavna teza socijalno – kulturalne teorije je da se kognitivni razvoj treba promatrati u okviru povijesnog, socijalnog, odnosno kulturalnog konteksta pojedinca i da je te utjecaje nemoguće odvojiti od učenja (Meece i Daniels, 2008, prema Brooks, 2016; Vizek Vidović i sur., 2003). Brooks (2016) navodi da je za promatranje utjecaja socijalnih i kulturalnih čimbenika na adolescente korisno promatrati i Bronfenbrennerov (1979) ekološki model pristupa razvoju pojedinca u kontekstu utjecaja njegove okoline, odnosno interakcije s mikro- (npr. vršnjaci, nastavnici, roditelji) i makrosustavima (npr. kulturalna uvjerenja, stavovi, vrijednosti, običaji). Bronfenrenner identificira četiri razine sustava, tj. okolinskih utjecaja koje više ili manje utječu na razvoj čovjeka, a bitnim ističe interakcije struktura unutar i između različitih sustava (Skupnjak, 2012). Ti sustavi se mogu zamisliti kao četiri koncentrične kružnice u čijem je središtu čovjek. Prva kružnica, ona najbliža središtu, predstavlja čovjekov mikrosustav koji je čovjeku najbliži i u kojem neposredno sudjeluje, zatim slijedi mezosustav (koji predstavlja interakciju bilo koja dva mikrosustava npr. odnos roditelja s djetetovim nastavnikom) te egzosustav (npr. radno mjesto roditelja, masovni mediji i sl.) i makrosustav, kao sustavi koji su „udaljeni“ od čovjeka, tj. u njemu ne sudjeluje izravno (Brajša-Žganec, 2003).

Osim toga, istraživanja ukazuju na to da kulturni i obiteljski čimbenici značajno doprinose razlikama u ostvarenim postignućima u matematici (Huntsinger i sur., 1997, prema Horvat, 2019). Uistinu, ukoliko se pogleda Hattieva lista čimbenika (2017) koji utječu na učenička

školska postignuća, značajan pozitivan utjecaj imaju odnos između učenika i nastavnika (0.52), uključenost roditelja (0.5), razredna kohezija (0.44) ili primjerice, veličina škole (0.43). Navedeno ukazuje na potrebu razmatranja različitih društvenih i kulturalnih čimbenika te njihovog utjecaja na nastavu matematike i efikasnost procesa učenja i poučavanja.

Lav Vigotski jedan je od glavnih začetnika socijalno – kulturalne teorije, a prema njemu je ključno svladavanje sustava znakova koji je zajednički pripadnicima određene kulture, a kojeg koriste za međusobno komuniciranje, prosuđivanje ili rješavanje problema za misaoni razvoj (Vizek Vidović i sur., 2003). Ipak, kao i Piaget, Vigotski smatra da se svladavanje tog sustava znakova, tj. učenje simboličkog sustava događa određenim slijedom koji je za svu djecu jednak (Wood, 1995, prema Vizek Vidović i sur., 2003).

Zbog teze da je za kognitivni razvoj bitno socijalno okruženje te da se ono temelji na učenju simboličkog sustava koji djetetu omogućava konstrukciju značenja pojava, Vigotskog se smatra začetnikom i socijalno – konstruktivističke teorije (Vizek Vidović i sur., 2003).

Teorija poučavanja Vigotskog temelji se na poučavanju u području približnog razvoja koje se definira kao područje (jaz) između dvije razine i dva načina funkcioniranja: stvarne razine trenutnih sposobnosti – na kojoj pojedinac samostalno izvodi zadatke i potencijalne razine sposobnosti – na kojoj može izvoditi uz pomoć ili navođenje drugih (Vizek Vidović i sur., 2003; Woolfolk i sur., 2015). Ova teorija ističe važnost individualnog pristupa učenicima i uloge nastavnika. Iako učenici mogu pokazivati jednaku razinu samostalne izvedbe, oni se mogu uvelike razlikovati u veličini područja približnog razvoja (Vizek Vidović i sur., 2003). Drugim riječima, to znači da neka djeca uz manju pomoć mogu brže napredovati, dok drugima ta ista pomoć neće koristiti. Uloga nastavnika koji aktivno pomaže u premošćivanju jaza između trenutne i potencijalne (željene) izvedbe, također je vrlo bitna. Kroz individualni pristup, nastavnik vodi učenika kroz učenje, pri čemu je polazište uvažavanje predznanja i stečenih vještina za buduće učenje (Vizek Vidović i sur., 2003) te obzirom na navedeno izbor optimalne težine zadatka za učenika.

Borphy (1999) navodi da je bitna i spremnost učenika za učenje (ali ne u biološkom smislu kao kod Piageta), nego da zadani zadatak nije izvan područja gornje granice približnog razvoja (odnosno pretežak) jer tada ni uz kakvo vođenje nastavnika učenik neće moći riješiti zadatak. Vigotski je slikovito opisao svoju teoriju poučavanja na misaoni razvoj djeteta. Vigotski navodi da nastavnik treba postavljati misaone skele na koje se učenik treba i može oslanjati pri učenju, a misaone skele uspoređuje sa građevinskim skelama koje zidari podižu postepeno prateći rast građevine (Vizek Vidović i sur., 2003), a koje se na kraju uklanjanju kada građevina može

samostalno stajati (Wood i sur., 1976). No, kako bi nastavnik nastavio s poučavanjem i podupiranjem daljnjeg razvoja učenika treba zadati novi, složeniji zadatak čime se pomiču granice područja približnog razvoja, a sukladno kojem je potrebna nova odgovarajuća potpora, tj. misaona skela (Vigotski, 1978). Svoju teoriju kognitivnog razvoja Vigotski je primijenio i na vrednovanje znanja zalažući se za procjenjivanjem gornje granice područja približnog razvoja, odnosno cijelog raspona, a ne trenutne, samostalne izvedbe (Vizek Vidović i sur., 2003).

Zagovornici socijalno – kulturalne teorije učenja uglavnom navode sljedeće načine za podizanje misaonih skela: (kognitivno) modeliranje, *coaching* i razne procese *scaffoldinga* (Brophy, 1999).

Kognitivno modeliranje je strategija poučavanja s fokusom na ishode učenja, a koja uključuje verbalizaciju načina nastavnikovog razmišljanja koje vodi ka ostvarenju cilja neke aktivnosti, tj. rješenju matematičkog zadatka (Borphy, 1999; Vizek Vidović i sur., 2003). Kognitivno modeliranje je prenošenje ključnih ideja i modeliranje strategija za učenje tih ideja te pokazivanje njihove autentične primjene (Borphy, 1999). Prema Hattieu (2017) kognitivno modeliranje vrlo je učinkovita metoda poučavanja s veličinom učinka 1.29. Osim toga, izravno poučavanje o tome što učenik u određenom trenutku treba učiniti navodi se kao jedan od načina podizanja skela (Tharp, Gallimore, 1988, prema Vizek Vidović i sur., 2003), a Hattie (2017) je meta-analizom utvrdio da je jedna od učinkovitijih metoda poučavanja s veličinom učinka od 0.6.

Coaching je strategija poučavanja koja je usmjerena na strategije učenja, a uključuje upute za pripremu, tragove i savjete kojima se usmjerava učenički odgovor na zadatke, postavljanje (učinkovitih) pitanja koja navode učenika na prepoznavanje greške i uzroka greške, a kojima se razvijaju strategije njihova ispravljanja (Brophy, 1999). Također, *coaching* uključuje i davanje povratnih informacija o točnosti odgovora (Brophy, 1999). U svojoj analizi čimbenika koji (pozitivno) utječu na učenička akademska postignuća, Hattie (2017) je *coaching* spojio sa strategijom *teaching test taking* zbog čega se ne može znati točan njegov utjecaj, ali i ovako je istaknut kao čimbenik koji ima pozitivan (manji) utjecaj, s veličinom učinka od 0.3.

Scaffolding je strategija poučavanja koja je usmjerena na ishode učenja, a uglavnom je promatrano kao pomaganje učenicima da steknu vještine koje su im potrebne za uspješno rješavanje određenih zadataka, pomoć se smanjuje kako se povećava učeničko razumijevanje/usvajanje vještina/uspješnost u rješavanju zadatka te u konačnici i prestaje kada se učenici osposobe da samostalno upotrebljavaju određene vještine ili riješe zadatak (Borphy,

1999). Vizek Vidović i suradnici (2003) uz procese povezane za *scaffolding* povezuju kognitivno strukturiranje radi boljeg organiziranja znanja i razumijevanja onoga što se uči. Osim toga, Borphy (1999) navodi da je davanje pravovremene povratne informacije (koja uključuje *feed back, feed up* i *feed forward*) važan dio procesa *scaffoldinga*. Međutim, *scaffolding* može se primijeniti i za razvoj samoreguliranog učenja, tj. samovrednovanja na način da učenici postupno preuzimaju odgovornost i upravljanje vlastitim učenjem (Borphy, 1999). *Scaffolding* je prema Hattieu (2017) metoda poučavanja s vrlo visokom veličinom učinka od 0.82.

U skladu s prethodno navedenim obilježjima socijalno – kulturalne teorije povratna informacija promatra se kao jedan od načina pružanja misaonih skela učeniku (Mory, 2003). Ona bi trebala biti dana na individualnoj razini jer su takvu povratnu informaciju koju dobiju „jedan na jedan" češće spremni prihvatiti, ali i sami zatražiti (Cowie, 2005).

Nastavnikovo poznavanje raspona područja približnog razvoja učenika omogućuje individualizirani pristup u davanju povratnih informacija (Vizek Vidović i sur., 2003) te davanje prilagođenih povratnih informacija, u skladu s prethodnim znanjem učenika. Prethodno navedeno ima veliku ulogu u učinkovitosti povratne informacije (Hattie i Timperley, 2007). Poznavanje raspona područja približnog razvoja učenik nastavnicima je bitno i za odabir zadataka koji će dati učenicima kako oni ne bi bili preteški (izvan područja, što implicira nemogućnost njegovog rješavanja) niti prelagani nego izazovni. Locke i Latham (1984) govore da su se učenici spremniji posvetiti rješavanju zadatka ukoliko je on izazovan, a ciljevi i ishodi učenja jasno zadani te da su u tim slučajevima spremni i sami zatražiti povratnu informaciju (Locke i Latham, 1990).

Jasno artikuliranje ishoda učenja bitno je i iz perspektive socijalno – kulturalne teorije jer je ono preduvjet za „uklanjanje misaonih skela" i razvoj samoreguliranog učenja, što je cilj učenja. Osim toga, jedna od najčešće navođenih metoda pružanja misaonih skela učenicima je kognitivno modeliranje, koja je i sama po sebi strategija poučavanja s naglaskom na ishode učenja. Stoga, svakako povratna informacija koja se daje učenicima mora biti relevantna u odnosu na postavljene ishode učenja (Orsmond i Merry, 2011), tj. povratnom informacijom mora biti obuhvaćen njezin važan dio – *feed up*.

Povratne informacije sastavni su dio druge najčešće korištene metode pružanja misaonih skela učenicima, tj. *coachinga*. Pri tome se najviše ističe dio povratne informacije koji govori o točnosti odgovora – *feed back* (Tharp, Gallimore, 1988), korektivne povratne informacije koje su smatrane najkorisnijima iz perspektive učenika (Gamlem i Smith, 2013) te one koje su dane

na razini zadatka (Cowie, 2005). Nadalje, procesi *scaffoldinga* podrazumijevaju davanje povratne informacije, u skladu sa definicijom Hattie i Timperley (2007), a one daju informaciju o točnosti trenutne izvedbe (*feed back*) u odnosu na postavljene ciljeve učenja i kriterije (*feed up*) te informaciju o tome kako će učenik premostiti jaz i doći iz donjeg područja približnog razvoja u gornji dio (*feed forward*). Osim toga, zamisao pružanja misaonih skela je da se one postupno uklanjaju s porastom razumijevanja učenika i razvojem samoreguliranog učenja, zbog čega je važno davati povratne informacije na razini samoregulacije, za koje se pokazalo da su najučinkovitije (Hattie i Timperley, 2007).

Moglo bi se pomisliti da ukoliko (ili kada) učenik uspješno riješi određeni zadatak ili usvoji neku vještinu, davanje povratne informacije nije potrebno. Međutim, teorija Vigotskog, ali i Hattie i Timperley (2007) govore da je i u tim slučajevima poželjno dati povratnu informaciju na način da pojačaju težinu zadatka, dajući nove izazove, traže profinjenija rješenja ili učinkovitije strategije rješavanja, dajući povratnu informaciju na razini samoregulacije i sl.

Istraživanja provedena u okviru socijalno – kulturalne teorije uglavnom se bave pitanjem prihvaćanja i odbijanja povratne informacije, budući da je socijalna interakcija unutar okruženja u kojem se uči, iz ove perspektive vrlo važna. Cowie (2005) je pokazao da će dane povratne informacije od strane nastavnika učenicima najvjerojatnije biti prihvaćene ukoliko se njihov odnos temelji na poštovanju, a Pokomy i Pickford (2010) navode da je učenicima u procesu dobivanja povratnih informacija vrlo važan dijalog i (pozitivan) odnos s davateljima povratnih informacija.

Hattie i Timperley (2007) govore o važnosti pozitivnog razrednog ozračja (na koje utječu i interakcije, tj. odnos nastavnika i učenika), za prihvaćanje povratnih informacija, posebno kada su one neodobravajuće ili korektivne. Isto tako, Brooks (2016) navodi da je prihvaćanje povratnih informacija u velikoj mjeri pod utjecajem osobnih društvenih, kulturnih i jezičnih stavova te uvjerenja. Općenito, mogle bi se izvući sljedeće karakteristike učinkovitih povratnih informacija unutar ove teorije: ona treba biti individualizirana, specifična i relevantna (Thurlings i sur., 2013).

2.1.6.4.Konstruktivizam i socijalno-konstruktivistička teorija

Konstruktivizam uglavnom počiva na dvije glavne teze: da subjekt koji spoznaje aktivno (su)konstruira znanje (ono nije pasivno primljeno iz okoline) i da je proces spoznavanja proces prilagodbe koji organizira iskustveni svijet pojedinca (ono ne otkriva neki neovisni već postojeći svijet izvan uma onoga koji spoznaje) (Lerman, 1993).

Temelje socijalno – konstruktivističke teorije postavili su Piaget i Vigotski (Romberg 1993; Vizek Vidović i sur., 2003). Socijalno – konstruktivistička teorija bavi se odnosom individualnih procesa učenja i socijalnih interakcija u su(konstrukciji) znanja (Brooks, 2016). Jedna od glavnih teza socijalnog konstruktivizma je da se pri definiranju znanja ne smije ignorirati socijalni kontekst unutar kojeg se ono stječe, tj. ono mora biti uokvireno u društvene norme, vrijednosti, običaje, jezik i kulturu (Jukić, 2013; Klinger, 2010). Uloga jezika i kulture za stjecanje, konstruiranje znanja je nedvojbena jer kroz njih ljudi stječu iskustvo, percipiraju svijet oko sebe, znanje se stječe komunikacijom pojedinca s okolinom, a individualni razvoj proizlazi iz internaliziranih socijalnih interakcija (Jukić, 2013).

Palincsar (1998) koristi Piageteovu teoriju kognitivnog konflikta (tijekom deekvilibracije) kako bi pojasnila da učenici konstruiraju nova razumijevanja iz socijalnih interakcija, a u skladu s Vigotskovom socijalno-kulturalnom teorijom objašnjava da učenici stječu nove strategije kroz proces transformativne internalizacije (Palincsar, 1998, prema Brooks, 2016). Na sličan način, kombinirajući teorije Piageta i Vigotskog, Jukić (2013): navodi da ljudi aktivno tragaju za uspostavom mentalne ravnoteže, u procesu ekvilibracije potrebno je stvarati kognitivne apstrakcije i koristiti mentalne slike, a koje omogućavaju stvaranje ideja, strategija, vrijednosti koje su usklađene s jezikom i simbolima unutar društvene zajednice.

Romberg (1993) izvodi nekoliko obilježja učenja prema socijalno-konstruktivističkoj teoriji:

- svaka obrada informacija potaknuta je iskustvenim događajem

- ljudi imaju ograničeni kapacitet za razmišljanje o više stvari odjednom zbog čega se javlja potreba za dobrom organizacijom shema, koje se neprestano razvijaju uslijed neprekidnog izlaganja kontekstualno povezanim događajima

- nova iskustva uzrokuju procese akomodacije ili asimilacija postojećih shema, a često su obilježena i uvjetovana društvenim i jezičnim iskustvima

- sheme i njihova organizacija su svojstvene svakoj osobi bez obzira što se odnose na jedan općeniti fenomen

- sheme nisu fiksne, one se mijenjaju ovisno o razvoju pojedinca i njegovim iskustvima

- ljudi koji nemaju dobro organiziranu shemu aktivno tragaju za novim informacijama kako bi mogli uspostaviti strukturu, dok ljudi koji imaju dobro razvijene sheme teže uspostavi ravnoteže i nevoljko ih mijenjaju

Konstruktivistička teorija poučavanja temelji se na principu da znanje nije prenosivo jer je ono umni konstrukt, a učenik ima aktivnu ulogu u izgradnji razumijevanja svijeta (Cobb, 1988; Klinger, 2010). Učenici aktivno stječu znanje stvarajući vlastite interpretacije na temelju prethodno stečenog znanja (Jukić, 2013). Pri poučavanju nastavnik pomaže učeniku da na već postojeće znanje nadogradi novo, koje je u području približnog razvoja, uz omogućavanje slobode vlastitih konstrukcija (Vizek Vidović i sur., 2003).

Učenje se poima kao samoaktivni proces konstrukcije stvarnosti koji se događa u interakciji s okolinom Jukić, 2013). Učenje je rezultat neprekidnog procesa postavljanja hipoteza, uspostave pravila i refleksije (Klinger, 2010), a cjelokupno razumijevanje može se stvoriti sagledavanjem višestrukih perspektiva (Jukić, 2013). U tom smislu, za konstruktivistički pristup poučavanju pogodan je spiralni kurikulum koji omogućava kontinuirano propitivanje problema iz višestrukih perspektiva (kroz različite predmete i kroz godine, u skladu sa novim saznanjima) (Jukić, 2013).

Cjelovitu definiciju konstruktivističkog pristupa poučavanju dala je Jukić (2013, str. 241): „Konstruktivistički pristup nastavi počiva na pretpostavci da se proces učenja odvija temeljem osobne konstrukcije i rekonstrukcije znanja koje nastaje kao rezultat učeničkih interakcija s prirodnim svijetom u određenom sociokulturnom kontekstu, uz dinamičko posredovanje njihovih prethodnih znanja“. Iz svega navedenog, mogu se iščitati četiri odrednice konstruktivističkog poučavanja koje su dali Karagiorgi i Symeou (2005; prema Bošnjak, 2009): aktivno, autentično i suradničko učenje te višestruke perspektive. Cilj poučavanja matematike prema konstruktivistima je pomoći učenicima stvoriti kognitivne strukture koje su kompleksne i apstraktne te olakšati kognitivno restrukturiranje i konceptualnu reorganizaciju (Cobb, 1988). Romberg (1993) smatra da nastavne aktivnosti trebaju poslužiti kao unaprijed organizirana i strukturirana iskustva za povezivanje neformalnih, prirodnih iskustva s formalnim aspektima, pri čemu komunikacija ima važnu ulogu. Prema njemu nastavne aktivnosti kojima je cilj razvoj konceptualnog znanja, tj. reorganizacija shema trebaju se sastojati iz 3 dijela: otkrivanje (koje potiču na korištenje vlastitih postojećih koncepcija/shema), izazivanje kognitivnog konflikta i razrješavanje (u kojem se alternativne koncepcije/sheme čine uvjerljivim i razumljivim učenicima; dio se očekuje da će učenici napraviti željeni konceptualni pomak). Pri tome treba voditi računa da su nove informacije predstavljene u učenicima poznatom kontekstualnom okruženju (Romberg, 1993), kako bi se znanje stjecalo kroz aktivnu, društvenu konstrukciju. Socijalni konstruktivisti naglašavaju važnost socijalnih činitelja u učenju jer se za njih svako učenje događa kroz socijalnu interakciju, a učenici su potaknuti reakcijama drugih učenika

(Cobb, 1988; Vizek Vidović i sur., 2003). Osim toga, istraživanja su pokazala da adolescenti koji imaju bolje razvijene socijalne vještine i odnose ostvaruju i bolji školski uspjeh (Savin-Williams i Berndt, 1990; Wentzel i Erdley, 1993).

Stoga kao u kontekstu biološke, tako i u kontekstu ove teorije nužna je izgradnja razrednog okruženja u kojima rasprave pomažu izgradnji znanja (Vizek Vidović i sur., 2003). Cobb (1988) smatra da je za primjenu konstruktivističkog pristupa poučavanju važan preduvjet promjena prirode (tradicionalnih) interakcija u nastavi s naglaskom na uspješnu komunikaciju. Ta komunikacija uključuje procese razmjene i dijeljenja matematičkih promišljanja i ideja (Cobb, 1988).

Konstruktivisti učenje smatraju društvenom aktivnosti u kojoj se nastavnička uloga bitno mijenja (Klinger, 2010). Nastavnik više nije u središtu nastave kao „direktor učenja“ (Powell, Kalina, 2009), prenositelj ili „dozator znanja“ (Jukić, 2013). Konstruktivistički orijentiran nastavnik je inicijator i medijator koji učenicima pruža različite perspektive na informacije, autentično učenje, facilitator procesa učenja koji omogućava prilike za otkrivanje, istraživanje i primjenu ideja koje zadovoljavaju ciljeve učenja (Jukić, 2013; Klinger, 2010; Romberg, 1993). Kako bi to ostvario, nastavnik koristi nastavne metode poput učenja otkrivanjem, timskog rada i suradničkog učenja (Jukić, 2013; Vizek Vidović i sur., 2003). U nastavi koristi raznolika nastavna sredstva za obogaćivanje okoline (manipulativni materijali) koje nude višestruke perspektive te kreiranje složenih situacija koje omogućuju transfer znanja na primjenu u stvarnom životu ili u različite kontekste (Vizek Vidović i sur., 2003).

Konstruktivistički nastavnik uvažava pogreške koje su sastavni dio učenja, potiče suradničko učenje i primjenu znanja (Jukić, 2013; Putarek, 2018). On nadgleda proces učenja na način da neprestano traži pokazatelje jesu li učenici uspješno konstruirali znanje ili su konstruirali miskoncepcije (Cobb, 1988).

Za konstruktivistički orijentirane nastavnike koji poučavaju matematiku važno je razvijanje matematičke komunikacije i rasuđivanja (Romberg i sur., 1990), zadavanje izazovnih problema, a veća se važnost pridaje konceptualnom znanju u odnosu na proceduralno (Putarek, 2018). Težište poučavanja stavlja se na procese učenja (rekonstrukcije postojećih znanja, adaptaciji i transformaciji starih ideja, izvođenje zaključaka o održivosti starih i/ili novih ideja,…) i potrebu procjenjivanja uspješnosti tih procesa (Palekčić, 2002).

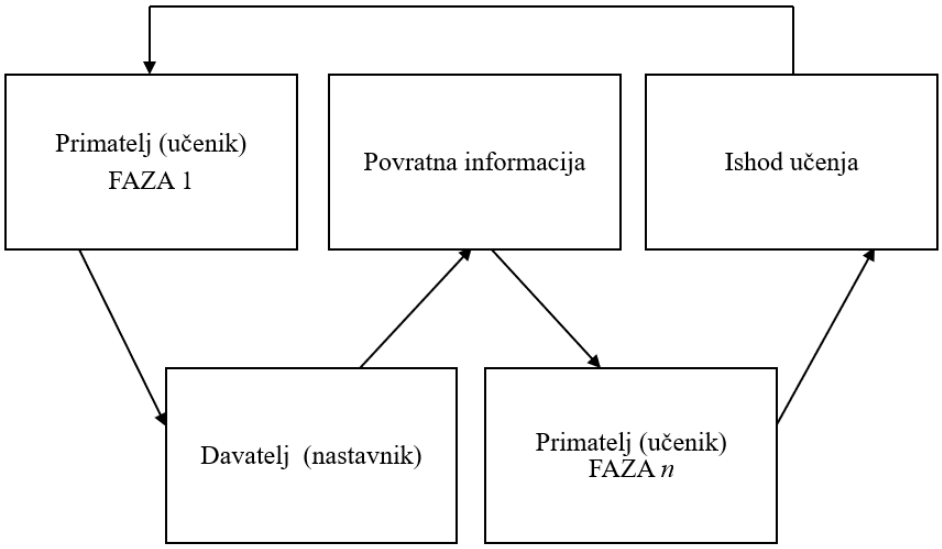
Kao prikladno sredstvo vrednovanja javljaju se različite tehnike formativnog vrednovanja (Jukić, 2013). Rust i suradnici (2005) smatraju da kao što učenici trebaju biti aktivni u

konstruiranju znanja, tako trebaju biti angažirani i uključeni u proces vrednovanja, s naglaskom na razumijevanje procesa vrednovanja, kriterija i ishoda učenja.

Lajoie (1992, prema Romberg, 1993) uvodi pojam autentičnog vrednovanja u kojem se ne vrednuje samo krajnji rezultat nego i strategije rješavanja, opisivanje i argumentacija opravdanosti korištenja određene strategije/pretpostavke u dokazivanju i sl. Time se dobiva cjelokupna slika sheme i njezine strukture (Romberg, 1993). Kako bi se ono moglo procijeniti, potrebno je razviti i autentične strategije vrednovanja koje uključuju: zadatke koji ispituju poznavanje različitih shema, ali i kako učenici povezuju određene sheme (Romberg, 1993). Autentično vrednovanje podrazumijeva kontinuirano vrednovanje kako bi se mogao utvrditi napredak, a možda su najbolji pokazatelj do koje razine je učenik razvio sposobnost rješavanja nestandardnih zadataka, vještine matematičke komunikacije, rasuđivanja i primjene matematičkih ideja na razne povezane problemske situacije (Romberg, 1993). Za ovakav način vrednovanja potrebno je razviti nove načine utvrđivanja valjanosti i pouzdanosti mjerenja, kao i izvještavanja o rezultatima takvih vrednovanja (Romberg, 1993). I Cobb (1988) navodi potrebu izmjene kriterija vrednovanja za koje smatra da moraju biti širi od samog demonstriranja stupnja usvojenosti vještina za rješavanje određenih tipova zadataka koje su učenici uvježbali. Autor smatra da je pokazatelj konstrukcije konceptualnih struktura sposobnost rješavanja problema u širokom spektru različitih situacija i to s odmakom vremena od poučavanja te nadogradnja struktura kada se uči/poučava u drugoj domeni (Cobb, 1988).

U okviru socijalno – konstruktivističke teorije, povratna informacija koju učenici dobiju od nastavnika ne vodi nužno direktno do ishoda učenja već u sljedeću fazu učenja, a nakon što uspješno savladaju određenu fazu (razinu) učenja, učenici ponovo dobivaju povratnu informaciju i taj ciklus dobivanja povratnih informacija i učenja se ponavlja sve dok se u konačnici ne dođe do ishoda učenja (Brooks, 2016).

Thurlings i suradnici (2013) takav model povratne informacije nazvali su cikličkim modelom, a njegov slikoviti prikaz može se vidjeti na Slici 14.



Slika 14. Socijalno-konstruktivistički model povratne informacije (Thurlings i sur., 2013)

Budući da se unutar ove teorije na učenike gleda kao aktivne sudionike u procesu učenja, očigledno je da povratna informacija ne može biti učinkovita sama po sebi (ma kako god ona bila formulirana), nego isto tako ovisi o onome kome se daje, tj. učeniku, čime se ističe nužnost individualnog pristupa pri davanju povratih informacija. Učinkovitost (utjecaj) dane povratne informacije ovisi o tome hoće li je učenik prihvatiti, promijeniti ili odbiti (Kulhavy, 1979) zbog čega je važno uključiti i učeničku percepciju o (učinkovitim) povratnim informacijama.

Brojni autori (npr. Brandt, 2008; Rust i sur., 2005; Weaver, 2006) navode da učenici cijene i žele dobivati *dobre* povratne informacije, ali i da su istraživanja pokazala da često iz učeničke perspektive povratne informacije mogu biti beskorisne ako su: neprikladne – učenici ih ne razumiju te ih moguće zbog toga i odbijaju; nisu usmjerene na zadatak – izjednačavaju se s ocjenjivanjem ili su preopćenite; nisu pravovremene – dolaze nakon procesa učenja; nerelevantne – nisu poravnate s ishodima učenja ili kriterijima vrednovanja; usmjerene na osobu; pristrane i osuđujuće; narušeni odnosi između nastavnika i učenika; preučestale ili neadekvatne duljine. U skladu s tim saznanjima, autori predlažu socijalno – konstruktivističkih pristup davanju povratnih informacija koji će od njih zahtijevati aktivan angažman, pri čemu navode da su konstruktivno poravnanje (što uključuje jasno postavljene ishode učenja) i eksplicitno navedeni kriteriji vrednovanja važni preduvjeti za to (Rust i sur., 2005).

No, ono što je još jedan od preduvjeta za prihvaćanje povratne informacije i angažman učenika, je adekvatna pripremljenost učenika (Sadler, 1989, prema O'Donovan i sur., 2015). Učenici moraju biti osposobljeni za razumijevanje povratni informacija, odnosno trebaju ih moći

interpretirati, povezati povratnu informaciju sa svojim radom te znati što raditi s njima, kako bi poboljšali svoj rad u budućnosti (O'Donovan i sur., 2015).

Definicije (učinkovite) povratne informacije koje su dali Sadler (1989) te Hattie i Timperley (2007) vodeće su u okviru socijalno – konstruktivističke teorije, ali i u suvremenim poimanjima povratne informacije. Sadler (1989) govori da je glavni cilj davanja povratne informacije zatvaranje (popunjavanje) rupe između onoga „što se zna" i onoga „što se treba naučiti", tj. smanjenje raskoraka između trenutnog razumijevanja i izvedbe te željenog (zadanog) cilja, tj. ishoda (učenja). Nastavno na Sadlerovu teoriju te uvažavajući učenike kao aktivne sudionike u procesu učenja i sukonstruiranju znanja tijekom procesa davanja i primanja povratnih informacija, Hattie i Timperley (2007) daju svoj model povratnih informacija. Hattie i Timperley (2007) sugeriraju da učinkovita povratna informacija mora biti formulirana tako da odgovara na sljedeća tri pitanja: Gdje idem? (Što su ciljevi?), Kako idem? (Kako ću postići ciljeve?) i Koji je moj sljedeći korak? (Što se treba poduzeti da bi se ostvario daljnji napredak?). Navedena pitanja odgovaraju dijelovima povratne informacije, tj. pojmovima *feed up, feed back* i *feed forward* (Hattie, Timperley, 2007). Više o ovim modelima bit će dano u poglavlju 2.4.

Istraživanja povratnih informacija koja počivaju na socijalno – konstruktivističkoj teoriji ispituju učinkovitost povratnih informacija te njihov odnos s različitim čimbenicima kontekstualnih uvjeta (način davanja (npr. Macdonald 2001; Tillema i Smith, 2000), okolina za učenje (npr. Martens i sur., 2010), pravovremenost davanja (npr. van der Kleij i sur., 2012), razina davanja (npr. Hattie i Gan, 2011), tipu i karakteristikama povratne informacije (npr. Fund, 2010; Gielen i sur., 2010; van der Kleij i sur., 2012) itd.), učenička percepcija (npr. Brandt, 2008) itd.). Nekoliko je autora koji su temeljem meta-analiza izvukli slične zaključke o uvjetima učinkovitosti povratne informacije (Thurlings i sur., 2013). Povratna informacija mora biti: dovoljno česta i detaljna, usmjerena na učeničku izvedbu i njegovo učenje, a ne na osobu, pravovremena – za vrijeme učenja, relevantna u odnosu na zadane ishode i kriterije, primljena, poticajna, u skladu s predznanjem učenika, individualna, dana na razini samoregulacije itd. (npr. Gibbs i Simpson, 2004; Hattie i Timperley, 2007).

Općenito, u okviru ove teorije može se zaključiti da je povratna informacija učinkovita ako je: relevantna, konstruktivna, pravovremena (česta i „nezakašnjela"), nepristrana, neosuđujuća, pozitivna, usmjerena na zadatak i/ili cilj, potiče dijalog (Thurlings i sur., 2013).

2.2. Vrednovanje školskih postignuća

Vrednovanje školskih postignuća ima važnu ulogu u odgoju i obrazovanju jer pruža informacije o napretku učenika, ostvarenosti ishoda učenja, daje evaluaciju poučavanja, ali i utječe na

nastavak učeničkog obrazovanja. U provedenoj kurikularnoj reformi u Hrvatskoj *Škola za život* 2018. godine, veliki je naglasak bio na izgradnji cjelovitog koncepta vrednovanja te na unaprjeđenju nastavničke prakse vrednovanja u nastavi. Osim izmjena u zakonskim aktima i kurikulumskim dokumentima, vođene su brojna stručna usavršavanja nastavnika pri čemu su se voditelji reforme bazirali na pružanju podrške nastavnicima u: ostvarivanju ishoda učenja, vrednovanju učenja, upravljanju kompetencijom učiti kako učiti, rješavanju problema, autonomnom poučavanju, učinkovitoj suradnji i poznavanju predmeta (Bradfield i sur., 2019). Vrednovanje velikom broju nastavnika predstavlja najzahtjevniji dio nastavnog procesa (Petrić, 2002), a i istraživanja povezana s uvođenjem nacionalne kurikularne reforme u Hrvatskoj pokazala su da su nastavnici nesigurni u vlastita znanja o vrednovanju, posebno o povratnim informacijama te da im je potrebno više prilika i vremena za stvaranje osjećaja kompetentnosti u tom području (MZO, 2018; Bradfield i sur., 2019). Nastavnicima je davanje povratnih informacija teško, a najviše u pogledu izbora vrste povratne informacije (Bradfield i sur., 2019). Osim toga, teme iz područja vrednovanja i ocjenjivanja najčešće su navođene teme za koje nastavnici smatraju da im je potrebno dodatnog znanja i o kojima žele saznati više (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2018), što bi moglo biti povezano s tjeskobom nastavnika vezanu uz vrednovanje, koju navode voditelji reforme (Bradfield i sur., 2019), a što može biti i zbog pritisaka roditelja (Gaćarić, 2024). Brooks (2016) navodi da fokusiranje društva na rezultate (standardiziranih testova) usmjerava pozornost nastavnika, roditelja, ali i učenika na njihova akademska postignuća. U tom smislu ne iznenađuje da učenici cijene povratne informacije koje učenike usmjeravaju ka poboljšanju vlastitih postignuća (Gamlem i Smith, 2013, prema Brooks, 2016), kao ni motiviranost nastavnika za povećanjem vlastite kompetentnosti u davanju (učinkovitih) povratnih informacija učenicima. Upravo zbog toga, ovaj rad dat će vrijedan teorijski i praktični doprinos.

2.2.1. Pojmovna određenja

2.2.1.1. Školska postignuća

U pedagogijskoj, didaktičko-metodičkoj, dokimološkoj teoriji i praksi te zakonskim regulativama pojavljuju se različite pojmovne kategorije sa istim ili sličnim značenjem. Pojmovi akademsko postignuće, obrazovno postignuće, školski uspjeh, školsko postignuće, obrazovni ishodi, školske kompetencije i sl. zaokupljaju pažnju znanstvene zajednice, ali unatoč brojnim istraživanjima ponekad su nejasne distinkcije između pojmova te ih se različito operacionalizira (Robbins i sur., 2004, prema Mohorić, 2008). U kontekstu ovog rada školska postignuća odnosit će se na obrazovna kognitivna postignuća, tj. postignutu razinu

kurikulumom zadanih obrazovnih ishoda, a mjerit će se na određenom testu znanja objektivnog tipa. Školsko postignuće u najširem smislu odnosi se na ishod (produkt) obrazovanja koji se može mjeriti različitim postupcima poput procjenjivanja, testiranja, mjerenja kao i praćenjem i prikupljanjem dodatnih kvalitativnih podataka (Nikčević-Milković, 2019). U literaturi se najčešće postignuća operacionaliziraju (mjere) kao uspjeh na standardiziranim testovima znanja, pomoću prosječne ocjene ostvarene tijekom obrazovanja ili kao uspjeh na točno određenom objektivnom testu znanja (Kalechstein i Nowicki, 1997, prema Vrdoljak i sur., 2014). U okviru hrvatskih obrazovnih regulativa učenička (obrazovna) postignuća nisu detaljno standardizirana kroz jedinstvene kriterije na svim razinama (od dovoljan do odličan). U kurikularnim dokumentima definirani su odgojno-obrazovni ishodi na razini nastavne godine te na razini usvojenosti „dobar“ na kraju razreda (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Nastavnici samostalno, polazeći od propisanih ishoda učenja, oblikuju kriterije vrednovanja i razrađuju ishode (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019b).

2.2.1.2. Vrednovanje, evaluacija, praćenje, mjerenje, provjeravanje i ocjenjivanje

Termini vrednovanje, evaluacija, praćenje, mjerenje, provjeravanje i ocjenjivanje često se koriste na neodgovarajući način, obuhvaćaju procese koji se međusobno isprepliću, a budući da su značajni za ovaj rad, potrebno je prvo diferencirati njihova značenja, iako to nije u potpunosti moguće razlučiti. Temeljni (i najobuhvatniji) pojam je pojam vrednovanja, za koji se češće u starijoj literaturi koristio termin evaluacija preuzet iz engleskog i francuskog jezika (npr. Bognar i Matijević, 2005; Cindrić i sur., 2010), no u ovome radu koristit će se termin vrednovanja. Brojni autori opisuju procese vrednovanja i navode njegove bitne karakteristike. Lavrnja (1998) navodi da se vrednovanje odvija u svim etapama procesa učenja, odnosno poučavanja te da se njime utvrđuje ostvarenost postavljenih ciljeva iz aspekta učenika i nastavnika; Peko (2002) govori da se vrednovanjem određuje razina postignutih individualnih i općih ciljeva, uvažavajući uvjete u kojima su rezultati ostvareni; Bognar i Matijević (2005) navode da vrednovanje govori o procjeni ostvarenosti unaprijed postavljenih (individualnih i društvenih) ciljeva koji se odnose na kognitivnu, afektivnu i psihomotornu domenu; Cindrić i suradnici (2010) govore da je vrednovanje proces utvrđivanja razine učenikovih postignuća obzirom na postavljene ciljeve odgoja i obrazovanja. Kyriacou (2001) smatra da je vrednovanje svaka aktivnost kojom se prosuđuje učenikov uspjeh, a slično navode Black i Wiliam (1998) koji pod vrednovanjem se smatraju sve aktivnosti koje poduzimaju nastavnici i učenici, a kojima se dobivaju informacije temeljem kojih se može prilagoditi učenje i poučavanje.

U ovom radu koristit će se definicija vrednovanja iz hrvatskog Pravilnika o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Ova definicija je izabrana jer proizlazi iz zakonskog normativnog okvira koji regulira praksu vrednovanja u hrvatskom odgojno-obrazovnom sustavu te predstavlja službenu i operativnu definiciju za nastavničku praksu u školama. Budući da se u okviru istraživanja koje provedeno u prirodnom nastavnom okruženju provodilo vrednovanje učenika, bilo je bilo potrebno teorijski okvir uskladiti s važećim propisima koji uređuju proces vrednovanja u školama. Pravilnik vrednovanje definira kao: „sustavno prikupljanje podataka u procesu učenja i postignutoj razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, kompetencijama, znanjima, vještinama, sposobnostima, samostalnosti i odgovornosti prema radu, u skladu s unaprijed definiranim i prihvaćenim metodama i elementima“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021, str. 1).

Obzirom na subjekte provođenja vrednovanja, ono može biti unutarnje i vanjsko (Cindrić i sur., 2010). Nositelji vanjskog vrednovanja su subjekti izvan škole, najčešće prosvjetne vlasti, znanstveni instituti, međunarodne organizacije i sl., koji sami određuju svrhu vrednovanja (Cindrić i sur., 2010), a ona su najčešće standardizirana. Unutarnje vrednovanje sastavni je dio odgojno – obrazovnog procesa, a njegovi nositelji su uglavnom nastavnici, ali i učenici (Bognar i Matijević, 2005), odnosno neposredni sudionici odgojno-obrazovnog rada. Svrha unutarnjeg vrednovanja je utvrđivanje postignuća učenika. (Cindrić i sur., 2010).

Glavne sastavnice ili etape unutarnjeg vrednovanja su: praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje (Cindrić i sir., 2010).

Praćenje je pedagoška djelatnost koja se odvija istovremeno s realizacijom nastavnog procesa (Bognar, Matijević, 2005). Pri praćenju nastavnik bilježi aktivnosti učenika sustavnim promatranjem različitim načinima i tehnikama (npr. anegdotske bilješke, upitnici, pisane provjere itd.) (Bognar i Matijević, 2005), a podatke zabilježene tijekom praćenja nastavnik analizira i tumači kako bi odredio razinu ostvarenosti postavljenih ciljeva i zadataka odgojno – obrazovnog rada (Gojkov, 1997; Vizek Vidović i sur., 2003), napravio pedagošku intervenciju u slučaju poteškoća, planirao i usmjeravao daljnji učenikov razvoja (Cindrić i sur., 2010) te imao širu sliku u donošenju odluke o (konačnoj) ocjeni (Bognar i Matijević, 2005; Kadum-Bošnjak, 2013).

Načini/oblici vrednovanja su oblici kojima učenik iskazuje znanje, tj. kojima se provjerava znanja, a mogu biti pisani, usmeni i praktični (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). S druge strane, tehnikama vrednovanja smatraju se konkretni alati kojima se prikupljaju i bilježe

informacije o učenikovom razumijevanju i napretku. U nastavku rada, u potpoglavlju 2.4.6. bit će prikazane i opisane neke od tehnika formativnog vrednovanja koje se mogu primijeniti u nastavi matematike. Korištenje različitih tehnika praćenja (i provjeravanja) u većoj i objektivnijoj mjeri odražava stvarno stanje stvari učenikovog rada, napretka i realizacije zadanih ishoda (Kadum-Bošnjak i Brajković, 2007). Prema tome praćenje obuhvaća i mjerenje i kvalitativne tehnike, odnosno sva tri pristupa vrednovanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021; Vizek Vidović i sur., 2003). Sve navedeno obuhvaćeno je definicijom koja je dana Pravilnikom o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021) definira kao: „sustavno uočavanje i bilježenje zapažanja o postignutoj razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svrhu poticanja učenja i provjere postignute razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda i očekivanja definiranih nacionalnim, predmetnim i međupredmetnim kurikulumima, nastavnim programima te strukovnim i školskim kurikulumima“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021, str.1.).

Dok se praćenje uglavnom odnosi na prikupljanje i bilježenje podataka o postignutoj razini ostvarenosti ishoda, provjeravanje je „procjena postignute razine ostvarenosti odgojno – obrazovnih ishoda, kompetencija i očekivanja u nastavnome predmetu ili području i drugim oblicima rada u školi tijekom školske godine“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021, str.1.). Brojni autori ističu da je provjeravanje usmjereno na proces usvajanja znanja i napredak, odnosno rad učenika, a ne na krajnji rezultat (Andrilović i Čudina, 1985; Kadum, 2004; Pongrac, 1980). Osim toga, navode se i druge svrhe provjeravanja poput povećanja motivacije (Vizek Vidović i sur., 2003), kontrola kakvoće i količine razine znanja (Kadum-Bošnjak i Brajković, 2007), osiguravanje povratne informacije učenicima, ali i nastavnicima (Kyriacou, 2001).

Pri provjeravanju, kao i pri praćenju učenika sugerira se kombiniranje različitih tehnika i načina provjeravanja (Kadum-Bošnjak i Brajković, 2007). Primjerice, neki učenici imaju bolje razvijene govorno-jezične vještine pa su uspješniji u usmenim provjerama, no oni koji imaju recimo izraženiji strah od javnog nastupa neće biti uspješni u usmeni provjerama, ali će bolje rezultate ostvarivati u pisanim provjerama. Stoga, korištenjem samo jednog načina ili tehnike može se indirektno pogodovati samo određenom broju učenika kojima se tehnika ili način vrednovanja poklapa sa stilom učenja (Keeley i Tobey, 2011; Staščik i Glavaš, 2019). S druge strane, korištenje većeg broja načina i tehnika vrednovanja ostavlja mogućnost kompenzacije i objektivnije vrednovanje učeničkih postignuća (Kadum-Bošnjak i Brajković, 2007).

Kao posljednja etapa vrednovanja u literaturi se navodi ocjenjivanje koje se temelji na rezultatima praćenja i provjeravanja (čime se ostvaruje njegova valjanost) (Cindrić i sur., 2010). Kadum-Bošnjak (2013) navodi da je ocjenjivanje prirodni završetak provjeravanja kao i obrnuto, da je osnova provjeravanja ocjenjivanje. Matijević (2004, str.12) ocjenjivanje definirao kao „dodjeljivanje određene ocjene za postignute rezultate učenika, odnosno razvrstavanje učenika u određene kategorije prema postignutim rezultatima u učenju i dogovorenim kriterijima". U nastavnoj praksi postoje različiti modeli ocjenjivanja, a najčešći su brojčano i opisno ocjenjivanje (Matijević, 2004; Grgin, 1999). Navedeno je obuhvaćeno definicijom iz Pravilnika o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi, prema kojoj je ocjenjivanje „pridavanje brojčane ili opisne vrijednosti rezultatima praćenja i provjeravanja učenikovog rada" (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021, str. 1.). U navedenom Pravilniku navodi se da se pod provjeravanjem podrazumijeva svaki oblik provjere koji rezultira ocjenom što sugerira na nedjeljivost ova dva postupka (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021).

Prema Kyriacou (2001) postoji nekoliko svrha ocjenjivanja, tj. funkcija ocjene, a to su:

- informativna – pružanje (evaluativnih) povratnih informacija nastavnicima o uspješnosti poučavanja te učenicima o postignuću
- motivacijska – poticaj učenicima za rad i učenje
- prognostička – evidencija napretka može biti temelj interpretacija o trenutnim i budućim učeničkim potrebama te potrebnim prilagodbama poučavanja
- dijagnostička – određivanje trenutne razine izvedbe, tj. postignuća
- klasifikacijska – pokazatelj spremnosti za buduće učenje (utvrđivanje položaja u odnosu na skupinu, kriterije i sl.)
- sredstvo napredovanja – pokazatelj učeničke i školske djelotvornosti

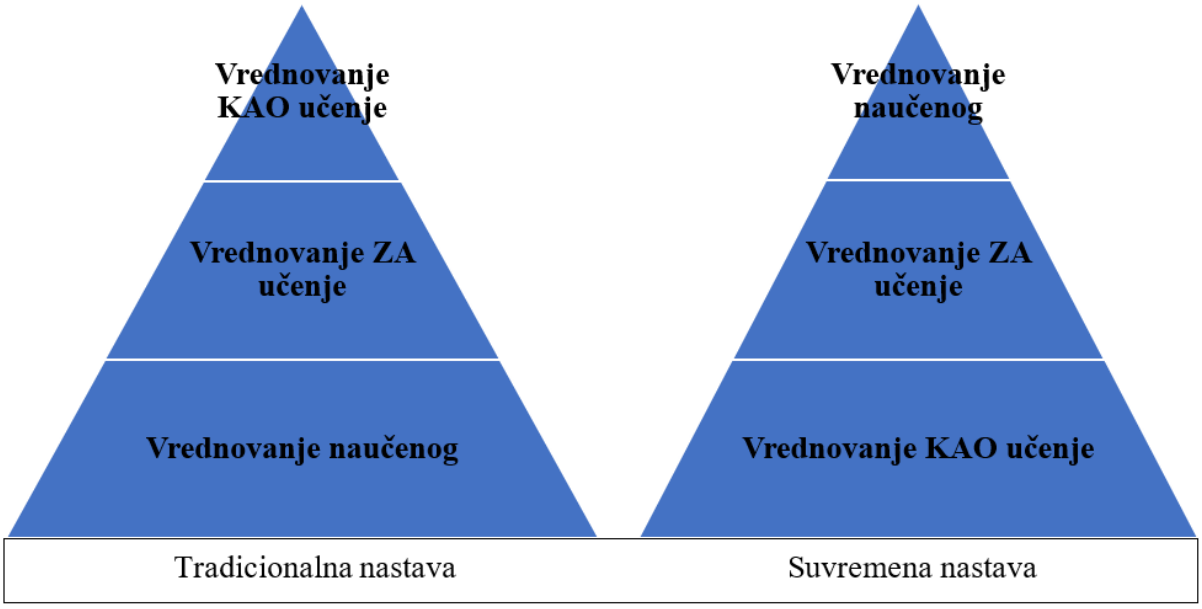
2.2.2. Vrednovanje obzirom na svrhu

Obzirom na svrhu vrednovanja, postoje tri oblika vrednovanja: dijagnostičko, formativno i sumativno vrednovanje (Keeley, 2008). Dijagnostičko vrednovanje provodi se prije učenja i poučavanja radi utvrđenja postojećeg stanja i razine učeničkog predznanja kako bi nastavnik mogao planirati svoje poučavanje u skladu s učeničkim potrebama (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a) te radi utvrđivanja načina razmišljanja, grešaka i poteškoća u učenju (Keeley, 2008). Dijagnostičko vrednovanje u tom smislu omogućuje poučavanje u području približnog razvoja te je pretpostavka individualiziranog pristupa. Formativno vrednovanje

provodi se tijekom procesa učenja i poučavanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a), a njegova svrha je prikupljanje informacija o napretku učenika, odnosno uvid u razinu učeničkog znanja usvojenog tijekom dijela pouke (Cindrić i sur., 2010). Rackozy i suradnici (2008) navode da formativno vrednovanje nije nešto što bi se trebalo nadodati u proces poučavanja i učenja nego ono treba biti sastavni dio tog procesa, ono je pokazatelji su kvalitete procesa učenja i poučavanja (Cindrić i sur., 2010), tj. nedostataka i jakih strana u učenju i poučavanju. Formativno vrednovanje služi za unaprjeđenje procesa učenja i poučavanja, temeljem dobivenih povratnih informacija učenik promišlja kako unaprijediti vlastito učenje da bi ostvario odgojno – obrazovne ishode, a nastavnik kako prilagoditi vlastito poučavanja da bi zadovoljili potrebe učenika (William, 2012). Osim toga, na temelju prikupljenih informacija nastavnik poduzima pedagoške intervencije i nastoji unaprijediti vlastiti proces poučavanja (Carlson i sur., 2003) te planira buduće poučavanje, tj. odabir novih strategija poučavanja, metoda i oblika rada, kao i tehnika vrednovanja (Keeley i Tobey, 2011; Vizek Vidović i sur., 2003). Formativno vrednovanje obuhvaća dva pristupa vrednovanja: za učenje i kao učenje, što znači da se formativnim vrednovanjem učenicima daju povratne informacije, a učenike potiče na aktivno uključivanje u proces vrednovanja i razvijanje metakognitivnih vještina i samoregulirano učenje (Keely i Tobey, 2011; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a). Black i William (1998) navode da nastavnici koriste formativno vrednovanje, ali da su njihove prakse su loše i neučinkovite. Svrha sumativnog vrednovanja je procjena ostvarenosti učeničkih postignuća nakon poučavanja, uključuje pristup vrednovanju naučenog, a najčešće rezultira brojčanom ocjenom (Carlson i sur., 2003; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a).

U tradicionalnoj nastavi vrednovanje se najčešće svodi na vrednovanje naučenog, odnosno sumativno vrednovanje nakon obrađenog određenog dijela gradiva koje rezultira brojčanom ocjenom (Keeley i Tobey, 2011). Ovakav pristup za posljedicu ima usmjeravanje obrazovanja na ocjene, dok se glavni cilj (stjecanje znanja i vještina) gubi (Vizek Vidović i sur., 2003). Nasuprot tome, u suvremenom poimanju nastave, učenici također postaju provoditelji aktivnosti (samo)vrednovanja i imaju aktivniju ulogu (Keeley Tobey, 2011). Vrednuje se postignuta razina ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, kompetencija, znanja, vještina, sposobnosti, samostalnosti i odgovornosti prema radu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2021). Kako bi se postiglo što objektivnije vrednovanje prikupljaju se informacije o učenikovom učenju, radu, napretku i postignućima na brojne i različite načine kroz tri različita pristupa, koji se međusobno razlikuju obzirom na cilj vrednovanja, interpretaciju i korištenje prikupljenih rezultata vrednovanja (Kyriacou, 2001; Ministarstvo znanosti i obrazovanja,

2019a). Ti pristupi uključuju vrednovanje za učenje, vrednovanje kao učenje i vrednovanje naučenog. Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje odvijaju se tijekom cijelog procesa poučavanja, a njihova je svrha unaprjeđenje i planiranje budućeg učenja i poučavanja, oni ne rezultiraju brojčanom ocjenom nego kvalitetnom i kvalitativnom povratnom informacijom (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a). Za razliku od tradicionalne nastave proces vrednovanja usmjeren je ka poboljšanju procesa učenja i poučavanja te zbog toga u suvremenoj nastavi prevladavaju vrednovanje za učenje i kao učenje. Prikaz usporedbe zastupljenosti određenog pristupa vrednovanja u tradicionalnoj i suvremenoj nastavi dao je Earl (2003, prema Zeng i sur., 2018) kao što je na slici 15.



Slika 15. Prikaz zastupljenosti pristupa vrednovanju u tradicionalnoj i suvremenoj nastavi

2.2.2.1. Vrednovanje kao učenje

Vrednovanje kao učenje počiva na ideji da učenici kroz vrednovanje uče, a što podrazumijeva da su učenici aktivno uključeni u proces (samo)vrednovanja i donošenje odluka o daljnjim koracima koje treba poduzeti (Dann, 2002; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a). Earl (2006) navodi da je vrednovanje kao učenje proces razvoja metakognicije. No, glavna pretpostavka da vrednovanje kao učenje bude učinkovito je podrška nastavnika u vođenju procesa samovrednovanja, tj. razvijanja metakognitivnih vještina i samoreguliranog učenja i adekvatna pripremljenost učenika na te aktivnosti (Sadler, 1989, prema O'Donovan i sur., 2015). Pri tome, White i Frederiksen (1998) sugeriraju da se metakognitivne vještine ne bi trebale razvijati generički nego trebaju biti ugrađene u sadržaj koji se poučava. U tom slučaju učenik je nositelj učenja i vrednovanja, a nastavnik moderator koji ga usmjerava (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). Da bi vrednovanje bilo svrsishodno, a učenici uspješni u

samovrednovanju, učenik mora poznavati i razumjeti postavljene ishode i ciljeve učenja te kriterije (samo)vrednovanja (Berry, 2008). Dok navedene vještine nisu još razvijene, bitno je učenicima davati povratnu informaciju o njihovoj učinkovitosti samovrednovanja, obzirom na dane kriterije te uputiti na eventualni raskorak između samovrednovanja i vrednovanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019). No, što su učenici izloženiji aktivnostima vrednovanja kao učenje, s vremenom će sve manje trebati povratnu informaciju o samovrednovanju i koristiti vlastitu (unutarnju) povratnu informaciju (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a).

2.2.2.2. Vrednovanje za učenje

Vrednovanje za učenje je proces vrednovanja u kojem se prikupljaju i interpretiraju informacije o procesu učenja i poučavanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Black i William (1998) navode da vrednovanje za učenje počiva na sljedećih pet ključnih faktora:

- učenici su aktivno uključeni u proces učenja (što implicira jasno artikuliranje ciljeva poučavanja, ishode učenja i kriterije vrednovanja)
- učenicima se daje učinkovita povratna informacija (koja pomaže učenicima u napretku)
- nastavne aktivnosti se prilagođavaju shodno rezultatima praćenja i vrednovanju
- učenici imaju razvijene vještine samoevaluacije
- aktivnosti vrednovanja imaju utjecaj na učeničko samopoštovanje i motivaciju (aktiviranje učenika na preuzimanje odgovornosti za učenje).

Cilj ovog vrednovanja je unaprjeđenje učenja učenika i poučavanja nastavnika, a središnja aktivnost u vrednovanju za učenje je pravovremeno davanje/primanje povratnih informacija učenicima, nastavnicima i roditeljima (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Pravovremenost, između ostalog, podrazumijeva davanje povratne informacije tijekom poučavanja i učenja, a ne nakon sumativnog vrednovanja, tj. ocjenjivanja, kada učenici još imaju priliku za poboljšanje vlastitog rada (više u poglavlju 2.4.). Povratne informacije usmjeravaju učeničko učenje jer saznaju gdje su u odnosu na cilj (ishod) učenja, što dobro rade i kako da to poprave, učenici postaju svjesni (ne)učinkovitosti vlastitih strategija učenja, razvijaju kompetenciju učiti kako učiti te potiču učeničku motivaciju, angažman, samopouzdanje i preuzimanje odgovornosti za vlastito učenje (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Nastavnici dobivaju povratnu informaciju o predznanju učenika nastalim miskoncepcijama, poteškoćama u procesu učenja i procjenu razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda, ali i o učinkovitosti vlastitih strategija poučavanja, metoda i oblika rada

(Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Na osnovu toga poduzimaju pedagoške akcije, planiraju buduće poučavanje i u skladu s time korigiraju ciljeve poučavanja (Hattie, 2012). Povratne informacije roditeljima olakšavaju razumijevanje procesa odgoja i obrazovanja, vrednovanje (ali i učenje i poučavanje) čine transparentnijim, što pomaže u izgradnji partnerskog odnosa škole i roditelja (daju im specifične informacije o napretku u učenju i razvoju djeteta uz smjernice kako i u čemu pomoći djetetu u učenju) (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Kako bi mogao dati povratnu informaciju nastavnik provodi različite aktivnosti i koristi širok spektar tehnika vrednovanja, a koje otkrivaju jaz između željenog (zadanog) ishoda učenja i trenutne izvedbe (Keeley i Tobey, 2011). No, da bi povratna informacija bila vodila ka poboljšanju procesa učenja i ostvarivanju boljih postignuća, prvenstveno mora biti kvalitetno formulirana, a njezina učinkovitost ovisi o nizu čimbenika o kojima će više biti u poglavlju 2.4.

2.2.2.3. Vrednovanje naučenog

Vrednovanje naučenog je pristup vrednovanja koji obuhvaća aktivnosti kojima se procjenjuju učenička postignuća nakon procesa učenja, a uglavnom rezultiraju brojčanom ocjenom (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Kao i kod drugih pristupa vrednovanja, vrlo je važno učenike pravovremeno (na početku procesa poučavanja) upoznati s ciljem vrednovanja, terminom, načinom i kriterijima vrednovanja (Hattie, 2012; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Pri provođenju vrednovanja, nastavnik ima autonomiju u odabiru načina i metoda vrednovanja, no treba voditi računa o primjerenosti izbora zadataka i izabrane metode vrednovanja (razvojnoj) dobi učenika, kao i o usklađenosti vrednovanja s ishodima i metodama poučavanja (konstruktivno poravnati) (Keeley i Tobey, 2011). Isto tako, neovisno o metodi vrednovanja, potrebno je voditi računa o zastupljenosti zadataka različite složenosti, koji vrednuju znanje različitih kognitivnih razina (Vizek Vidović i sur., 2003). U okviru hrvatskih Smjernica za vrednovanje procesa i ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019b), ali i samim kurikulumom navodi se da je unutarnje vrednovanje, koje obuhvaća sva tri pristupa vrednovanju, kriterijsko vrednovanje. Kriterijsko vrednovanje je ono koje procjenjuje ostvarenu razinu postignuća učenika u odnosu na postavljene kriterije usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ili standarda (Cunningham, 1998, prema Cohen i sur., 2007), a u skladu s kurikulumskim dokumentima određuje ih nastavnik (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019b).

2.2.3. Nastavničke aktivnosti vrednovanja

Vrednovanje, a ponajviše ocjenjivanje kao njegov sastavni dio, nastavnicima je najdelikatniji dio posla (Petrić, 2002) jer ocjene koje proizlaze iz vrednovanja imaju različite i značajne posljedice na učenike, roditelje, nastavnike, ali i školu u cjelini (Vizek Vidović i sur., 2003). Zbog važnosti uloga ocjena u školskoj praksi često su izvor nezadovoljstva, nesporazuma, ali i sukoba između različitih sudionika odgojno-obrazovnog procesa (Petrić, 2002) radi mišljenja da određene ocjene nemaju dobru prognostičku i dijagnostičku funkciju (Grgin, 1999), stoga je potrebno da vrednovanje bude što valjanije, pouzdanije i objektivnije je moguće. Kako bi se objektivizirao proces ocjenjivanja, u Hrvatskoj su donesena načela vrednovanja Nacionalnim dokumentom okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (2017). Doneseni su zaključci da se vrednovanje treba voditi sljedećim načelima:

- vrednovanje treba biti usmjereno učenju u razvoju i rezultirati jasnim, točnim i pravovremenim afirmativnim povratnim informacijama koje će djelovati motivirajuće za učenika, a temeljem kojih će nastavnik planirati vlastito poučavanje
- vrednovanje se treba temeljiti na cjelovitom pristupu praćenja i poticanja individualnog razvoja učenika (ne samo usvojenosti znanja već i razvoja vještina, stavova itd.) koji je aktivni sudionik odgojno-obrazovnog procesa, uključujući i vrednovanje
- pri vrednovanju treba voditi računa i o vrednovanju konceptualnog znanja i viših kognitivnih razina, a u skladu s time učenicima zadavati izazovne zadatke i zadatke iz stvarnoga života kako bi mogli pokazati svoja autentična znanja i vještine
- vrednovanja se podjednako trebaju provoditi tijekom cijelog odgojno-obrazovnog procesa (ne samo na kraju) i relativno često, pri čemu treba koristiti raznovrsne tehnike vrednovanja radi što objektivnijeg, valjanijeg i pouzdanijeg utvrđivanja napretka i postignuća učenika
- vrednovanje treba biti transparentno, javno i pravedno svim sudionicima odgojno-obrazovnog procesa što podrazumijeva poznavanje pravila, načina, metoda, kriterija i ciljeva vrednovanja sudionika odgojno-obrazovnog procesa, a koji ne diskriminiraju učenike na osnovama koje nisu povezane s učenjem
- Vrednovanje treba biti poticajno za ostvarivanje potencijala učenika i ispunjenje njihovih obrazovnih aspiracija i ono je u najvećoj mjeri u domeni rada nastavnika (unutarnje)

British Council (2019, prema Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a) smatra da ta načela trebaju obuhvaćati sljedeće:

- pravednost – može se povećati osvješćivanjem pa svođenjem na najmanju moguću mjeru subjektivnih i objektivnih činitelja pogrešaka ocjenjivanja koji se odnose na nastavnika, učenike i uvjete u kojim se odvija odgojno-obrazovni proces
- jasnoća – podrazumijeva upućenost učenika sa svim bitnim aspektima vrednovanja (što, kako, kada i zašto se vrednuje) i jasno dane upute; ovo je iznimno bitno u pogledu učeničkog poznavanja različitih metoda i tehnika vrednovanja
- poticajnost – povećava se izborom zadataka koji su korisni (povezani sa stvarnim životom) i zanimljivi učenicima
- valjanost – postiže se vrednovanjem onoga što se i kako poučavalo, odnosno konstruktivnim poravnanjem; ovisi i o stručno-metodičkim kompetencijama nastavnika (npr. usklađivanje izbora zadataka s ishodima koji se žele vrednovati)
- praktičnost – uključuje ekonomičnu i vremensku isplativost, a primjerenost izbora metoda vrednovanja (pri čemu treba planirati i mogućnost davanja povratnih informacija) doprinosi praktičnosti
- pouzdanost – najvažnija kod sumativnog vrednovanja; može se povećati dvostrukim slijepim vrednovanjem i primjenom analitičkih rubrika

Osim navedenih načela, u hrvatskim Smjernicama za vrednovanje procesa učenja i ostvarenosti ishoda u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju (2020) navodi se i načelo pozitivnog utjecaja (ocjenjivanja), pri čemu se sugerira da se vrednovanjem ne utvrđuje samo razina postignuća nego se njime nastoji motivirati učenika na buduće učenje zbog velikog utjecaja vrednovanja na procese učenja i poučavanja.

Navedena obilježja proizlaze iz zahtjeva psihometrije za testove kao mjerne instrumente, dok je u školskom kontekstu nastavnik često glavni „mjerni instrument“. To otvara pitanje mogućnosti postizanja potpune objektivnosti, valjanosti i pouzdanosti. Za razliku od standardiziranih instrumenata, nastavnikove procjene nužno su pod utjecajem subjektivnih čimbenika zbog čega su podložne različitim izvorima pogreške. S druge strane, kontekstualni utjecaji pri ocjenjivanju omogućuju nastavniku da vrednuje u skladu s individualnim posebnostima učenika i humaniziraju proces vrednovanja.

Neki autori smatraju da ocjenjivanje „dehumanizira proces poučavanja i stvara nepovjerenje između učenika i učitelja“ (Vizek Vidović i sur., 2003, str. 419) te da negativno utječe na razvoj

samopoštovanja i zadovoljstvo školom u cjelini kod učenika koji dobivaju nedovoljne ocjene (Vizek Vidović i sur., 2003). Osim toga, Bognar i Matijević (2005) navode da bitno utječe na razredno-nastavnu klimu koja uvelike ovisi o pedagoškoj komunikaciji koja se odvija tijekom vrednovanja. U literaturi se (Kyriacou, 2001; Jurčić, 2014) ističe važnost nastavničkog djelovanja s ciljem umanjivanja učeničkih strahova povezanima s aktivnostima vrednovanja.

No, bez obzira na velik broj preporuka i danih smjernica za provođenje vrednovanja te nastojanja što objektivnijeg ocjenjivanja, u pedagoškoj praksi često (ne)namjerno dolazi do subjektivnog postupanja. Ono je, između ostalog, određeno sustavom vrijednosti, uvjerenjima i stavovima nastavnika prema ocjenjivanju, pedagoškim, didaktičko-metodičkim i stručnim kompetencijama, stilom rada nastavnika i rukovođenjem razreda itd.

U pedagoškoj praksi i dalje se u velikoj mjeri koristi tradicionalan, bihevioristički pristup vrednovanju. Osim toga, ocjena služi kao odgojna mjera, tj. kao nagrada ili kazna (Mrkonjić i Vlahović, 2008). Ipak, u suvremenoj nastavi težnja je napuštanja korištenja ocjena kao „batine“, a učenike se nastoji motivirati za učenje i preuzimanje odgovornosti za rad na druge načine (Mrkonjić i Vlahović, 2008).

Suvremena nastava podrazumijeva uključivanje formativnog vrednovanja u proces poučavanja. Primjena formativnog vrednovanja zahtijeva temeljni pomak u shvaćanju nastavničke uloge kao izvora znanja i ispravljača miskoncepcija i pogreška ka facilitatoru i moderatoru procesa učenja (Keeley i Tobey, 2011). U okruženjima usmjerenima na formativno vrednovanje nastavnici u većoj mjeri i na dnevnoj bazi stupaju u interakciju s učenicima kako bi pospješili njihovo učenje (Black i Harrison, 2004), slušajući i uvažavajući njihove ideje i strategije rješavanja problema te potičući ih na istraživanje i dokazivanje vlastitih načina razmišljanja (Keeley i Tobey, 2011). Baker i suradnici (2002) u sintezi istraživanja koja su se bavila intervencijom u nastavi matematike kod učenika koji ostvaruju niža postignuća naveli su da kontinuirano praćenje poboljšava učenička postignuća, a ako se pri tome još to praćenje konkretizira na način da na osnovu rezultata praćenja nastavnici prilagode nastavu sukladno konkretnim preporukama za poučavanje, veličina učinka doseže razinu od 0,68. Ovi rezultati pokazuju važnu ulogu praćenja rada i napretka učenika (formativnog vrednovanja), ali i to da se veći napredak ostvaruje kada nastavnik aktivno koristi navedene podatke za prilagodbu svoga rada sukladno učeničkim potrebama (Hattie, 2012).

Keeley i Tobey (2011) navode da ne podržavaju sva razredno-nastavna okruženja formativno vrednovanje. No, ona koja stvaraju pretpostavke za to su pedocentrična, usmjerena na učenika, usmjerena na znanje (*knowledge-centered environment*), usmjerena na vrednovanje

(*assessment-centered enivironment*) i usmjerena na zajednicu (*community-centered environment*) (Keeley i Tobey, 2011).

Prema Bransford i suradnicima (1999) pedocentrična okruženja su ona u kojima se cijene ideje i mišljenja učenika neovisno o njihovoj točnosti; pažnja se posvećuje napretku svakog učenika kao i sva prethodna znanja, stavovi, uvjerenja i vještine koje donose u razred. Okruženja koja su usmjerena na znanje su ona u kojima je svi sudionicima nastavnog procesa jasno koji su zadani ciljevi i ishodi učenja, s njima povezanim koncepti te potrebna predznanja. U okruženjima usmjerenima na vrednovanje učenicima se pružaju mnogobrojne prilike da evociraju svoja promišljanja i učine ih vidljivima, ispitaju, revidiraju ih te nadgledaju i prate vlastiti proces učenja (Bransford i sur., 1999). Posebno, u okruženjima usmjerenima na formativno vrednovanje nastavnički je zadatak identificiranje problematičnih područja i poteškoća u učenju i stavljanje fokusa na isto (Keeley i Tobey, 2011). Okruženja usmjerena na zajednicu su suradnička okruženja u kojima se promiče aktivno učenje, međuvršnjačko vrednovanje, grupne i razredne diskusije, pri čemu učenici osjećaju sigurnost pri iznošenju vlastitih ideja (Keeley i Tobey, 2011).

U literaturi se problematizira uloga nastavnika kao mjernog instrumenta, a najčešće se veže uz tradicionalno poimanje nastavnika čiji je dominantni zadatak sumativno vrednovanje, tj. mjerenje razinu ostvarenosti obrazovnih ishoda dodjeljivanjem brojčane ocjene. Međutim, promjenom uloge nastavnika u nastavnom procesu te stavljanjem u fokus važnosti formativnog vrednovanja (Keeley i Tobey, 2011), kojem središnje mjesto zauzima povratna informacija, nastavnik ne djeluje više samo kao mjerni instrument. Nastavnik i dalje djeluje kao „mjerač" ishoda učenja, ali u svrhu praćenja i procjenjivanja. U kontekstu formativnog vrednovanja, uloga nastavnika proširuje se i na ulogu nastavnika kao analitičara prikupljenih informacija (Gojkov, 1997; Vizek Vidović i sur., 2003). Nastavnik analizira i interpretira rezultate uvažavanjem predznanja, individualnih karakteristika, konteksta učenja itd., procjenjuje uzroke pogrešaka, opaža učeničko ponašanje, odgovore, strategije i emocionalne reakcije te na temelju tih opažanja donosi odluke o daljnjem procesu učenja i poučavanja (Cindrić i sur., 2010). Nastavnik kao mjerni instrument ne reagira samo na „pogrešku" kao mjerljivo odstupanje od zadane razine postignuća. Nastavnik odlučuje što je važno, kako će i kada intervenirati te što će biti predmet povratne informacije, time nastavnik djeluje kao regulator procesa učenja (Cindrić i sur., 2010; Bognar i Matijević, 2005). Nastavnikove procjene i odluke time postaju vrlo subjektivne, nestandardizirane, a u njima se očituje i pedagoški takt. Pedagoški takt podrazumijeva nastavnikovu sposobnost osjetljivog, situacijski primjerenog i etički

odgovornog postupanja (Sipman, 2019; van Manen, 1991). Upravo ta sposobnost omogućuje nastavniku da procjenu učeničkog učenja i povratnu informaciju prilagodi konkretnom učeniku, trenutku i kontekstu, čime je pedagoška akcija posljedica mjerenja. U tom smislu pedagoški takt može se promatrati kao ključna kompetencija koja omogućuje da formativno vrednovanje ispuni svoju svrhu. O pedagoškom taktu više će biti u sljedećem poglavlju.

Konačno, vrednovanje se ne može promatrati isključivo kao objektivno mjerenje, već kao interpretativan i kontekstualno uvjetovan proces, u kojem se istodobno očituju i prednosti i ograničenja nastavnika pri vrednovanju.

2.2.3.1. Pogreške nastavnika pri vrednovanju

Nastavnik je ključna osoba u procesu vrednovanja (Jurčić, 2014). Pri formativnom vrednovanju moguće su pogreške koje se mogu javiti pri dizajnu i provedbi vrednovanja te davanju povratne informacije, dok je pri provedbi vrednovanja naučenog nastavnik mjerni instrument.

Primjenom svake aktivnosti vrednovanja, važno je da ono bude konstruktivno poravnatno, tj. da se vrednuje ono što se poučavalo (Kyriacou, 2001; Vizek Vidović i sur., 2003). Kada je riječ o kreiranju ispita znanja tada bi on trebao mjeriti reprezentativan uzorak ishoda učenja (koji su u skladu s predmetnim kurikulumom) i odnositi se na sadržaje koji su bili uključeni u poučavanje (Kyriacou, 2001; Popham, 2017; Vizek Vidović i sur., 2003). Dodatno, Sax (1989) navodi da je važno voditi se prikladnom referentnom točkom, tj. primjenjuje li se kriterijsko ili normativno vrednovanje. Sadler (1989) ističe problem nekonzistentnosti u primjeni kriterija, tj. naglašava da nastavnici često nemaju jasne kriterije ili ih nedosljedno primjenjuju tijekom ocjenjivanja. Kyriacou (2001) navodi i da se aktivnosti vrednovanja trebaju razlikovati po vrsti i obliku kako bi se mogao vrednovati širi spektar pedagoških rezultata na različite načine. Osim toga, više autora (npr. Bangert-Drowns i sur., 1991; Kyriacou, 2001; Sax, 1989; Vizek Vidović i sur., 2003) navodi da tehnike vrednovanja i zadatci trebaju biti raznoliki, pažljivo osmišljeni, nedvosmisleno formulirani, dani uz jasne upute, primjereno administrirani (predviđeno dovoljno vremena i sl.). Dodatno, korištenje stalno iste tehnike vrednovanja može dovesti do zasićenja i „umora“ učenika od primjenjivane tehnike (Keeley i Tobey, 2011).

U okviru formativnog vrednovanja moguće su pogreške povezane s nastavnikom kao regulatorom procesa učenja. Nastavnikov je zadatak interpretacija rezultata učeničkog rada, a njegova je odgovornost u donošenju ispravnog tumačenja (Jurić, 2004) te da ono bude na u skladu s načelima vrednovanja, tj. pravedna, poticajna, usmjerena na razvoj učenika itd. (British Council, 2019, prema Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019a). Važno je da nastavnik prilagođava nastavu temeljem rezultata formativnog vrednovanja (Kyriacou, 2001; Hattie,

2012) i ne ignorira pogreške učenika kao izvor učenja (Hattie i Timperley, 2007; Hattie, 2012). Taktično vrednovanje podrazumijeva svjesnost nastavnika o učinku vlastitih riječi i postupaka na učenikovu sliku o sebi kao učeniku (van Manen, 1991), kao i na njegovu spremnost za prihvaćanje izazova i ustrajnost u učenju. Nastavnik kao regulator u okviru formativnog vrednovanja, vođen pedagoškim taktom, ne teži savršenoj objektivnosti u psihometrijskom smislu, već pedagoški opravdanoj i razvojno usmjerenoj procjeni (van Manen, 1991). Vrednovanje pretpostavlja interakciju između učenika i nastavnika, a povratna informacija pritom je sredstvo zajedničkog usmjeravanja učenja. Budući da povratna informacija može značajno i dvojako utjecati na motivaciju, samopouzdanje, postignuća učenika itd. (Hattie, Timperley, 2007), nastavnik snosi odgovornost za način na koji vrednuje i komunicira učeničko postignuće. Primjerice, povratna informacija usmjerena na osobu, izvan konteksta učenja može imati negativan učinak na učenje, dok povratna informacija koja je usmjerena na zadatak, proces izvršenja zadatka, strategije i samoregulaciju doprinosi poboljšanju postignuća (Hattie, Timperley, 2007). Više o učinkovitim povratnim informacijama rečeno je u poglavlju 2.4. Osim u oblikovanju povratne informacije, pedagoški takt igra ključnu ulogu u praćenju reakcija učenika na povratnu informaciju. Budući da učenici mogu na povratnu informaciju reagirati različito — promjenom ponašanja, prilagodbom ciljeva ili čak odbacivanjem informacije — nastavnik mora osjetljivo procijeniti učinak vlastitog vrednovanja (Hattie, 2012; Sipman i sur., 2019; Vrcelj i sur., 2023). Taktičan nastavnik uočava kada učenik pokazuje znakove frustracije, nesigurnosti ili gubitka motivacije te u skladu s time prilagođava daljnje poučavanje i povratnu informaciju (Suzuki, 2012). Time mjerenje ne predstavlja završni čin, nego je sastavni dio dinamičnog procesa koji se ostvaruje u kontinuiranoj interakciji između nastavnika i učenika.

Brojni su činitelji koji mogu utjecati na pogreške nastavnika pri sumativnom vrednovanju, tj. one koje se odnose na nastavnika kao mjernog instrumenta. Oni su uglavnom povezani sa subjektivnosti kod ocjenjivanja, a uvelike mogu utjecati na interakcijske odnose na relaciji nastavnik-učenik te učenik-učenik, odnosno razredno ozračje, motiviranost i aktivnost učenika (Lavrnja, 1998). Među najčešćima su:

- osobna jednadžba koja je povezana s općim ocjenjivačkim *blagim* ili *strogim* stavom, tj. postavljanjem previsokih ili preniskih kriterija
- ocjenjivanje u skladu s vlastitim mišljenjem (o osobinama, prethodnim rezultatima) o određenom učeniku (halo efekt) ili očekivanjima koja se temelje na postignućima u srodnim predmetima ili povezanim sadržajima (logička pogreška)

- utjecaj procjene znanja učenika koje je nastavnik neposredno prije ocjenjivao na postavljanje kriterija ocjenjivanja za učenika koji idući odgovara (pogreška kontrasta)
- pogreške proizašle iz nedovoljne mogućnosti diferencijacije znanja, a uvjetovane (premalom) ordinalnom ocjenskom skalom (pogreška diferencijacije) ili nasuprot tome, tendencija davanja svim odgovorima ocjene sa sredine skale (pogreška sredine)
- pogreške proizašle iz prilagođavanja kriterija ocjenjivanja skupini
- pogreške nastale radi razlikovanja nastavnih predmeta prema važnosti, tzv. glavnih i sporednih predmeta (Andrilović i Čudina, 1985; Grgin, 1999; Nitko i Brookhart, 2011; Sax, 1989)

Istraživanja kojima je cilj bio utvrditi kakvoću metrijskih karakteristika (objektivnost, pouzdanost, valjanost i osjetljivost) nastavnika kao mjernih instrumenata pri pisanom ocjenjivanju pokazala su (često) velika odstupanja u bodovanju, tj. ocjenjivanju istog uratka. Iako su takva odstupanja uspoređujući nastavne predmete najmanja za matematiku (Bujas i sur., 1941; Bujas, 1941; Kaufmann, 1975), određena istraživanja pokazala su da su i u matematici ta odstupanja značajna (Bossing, 1944; Gortan i Vujasin Ilić, 2014). Zbog navedenog, neki autori tvrde da je za učenika važnije tko ga ispituje nego njegovo stvarno znanje (Bujas, 1943, prema Grgin, 1999). Neki autori smatraju da bi se navedeni utjecaji smanjili učestalijim mjerenjima i prosječnim ocjenjivanjem ili smanjivanjem ocjenske skale na tri kvalitativna stupnja (Gojkov, 2003). Isto bi se možda moglo postići primjenom opisnog ocjenjivanja kada se opsežnije analitički ocjenjuju različiti aspekti, elementi i kvaliteta stečenih znanja, vještina, sposobnosti, odgovornosti prema radu itd. No, svaki od ovih pristupa također ima svoje nedostatke, stoga se većina autora zalaže za jasno određivanje mjerila i kriterija ocjenjivanja (Brown, 2001; Grgin, 1999; Hattie, 2012; Kadum-Bošnjak, 2013; Sadler, 1989). To podrazumijeva da je za svaki od kriterija definirana razina ostvarenosti ishoda učenja, a učenicima i nastavnicima je jasno što je pod kojim kriterijem obuhvaćeno.

2.2.4. Vrednovanje u nastavi matematike

U Hrvatskoj je kurikulumskim dokumentima (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c) donesen okvir vrednovanja ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda u nastavi matematike. Navedeni okvir podudara se sa suvremenim spoznajama o pristupima, metodama i načinima vrednovanja u nastavi. Prema kurikulumu, „u nastavnome predmetu Matematika vrednovanje je sastavni dio procesa učenja i poučavanja koje daje obavijest o razini usvojenosti matematičkih znanja, razvijenosti matematičkih vještina i potiče izgradnju pozitivnoga stava

učenika prema učenju matematike“ (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Ističe se važnost upoznavanja učenika s kriterijima i očekivanim ishodima vrednovanja, tj. što i kako se vrednuje (Brooks i sur., 2019; Hattie, 2012; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Navodi se i da vrednovanje treba biti u funkciji unaprjeđenja napretka učenika, ali i poučavanja nastavnika (Kyriacou, 2001; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Posebna važnost daje se povratnoj informaciji, koja ima glavnu ulogu u formativnom vrednovanju (Hattie i Timperley, 2007; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Kurikulumom je opisano kako i kada se izvješćuje o učeničkim postignućima te je istaknuto da se pri izvješćivanju mora dati odgovor na pitanja:

- „koje je odgojno-obrazovne ishode učenik već savladao i na kojoj razini te u kojim se odgojno-obrazovnim postignućima ističe
- u kojim je specifičnim područjima potrebno poboljšanje“.

Iz ovakve formulacije mogu se iščitati dva važna pitanja za učinkovitu povratnu informaciju: *Kamo idem?* i *Kako napredujem?* (Hattie i Timperley, 2007; Sadler, 1989).

Kurikulumom se navodi potreba učestalog i kontinuiranog vrednovanja korištenjem raznovrsnih tehnika i načina (Bangert-Drowns i sur., 1991; Fuchs i Fuchs, 1986; Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Posebno, propisni su elementi vrednovanja u osnovnim i srednjim školama, a koji su: usvojenost znanja i vještina, matematička komunikacija te rješavanje problema. Elementi vrednovanja odražavaju ciljeve predmeta, a kurikulumom je istaknuto i u kojem omjeru se trebaju vrednovati (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Za razrednu nastavu omjer je 40:30:30 (usvojenost znanja i vještina : matematička komunikacija : rješavanje problema), dok se taj omjer mijenja za predmetnu nastavu u korist rješavanja problema, tj. u omjer 30:30:40. U okviru elemenata vrednovanja, obzirom na pojedine pristupe nastavnici imaju autonomiju u izboru tehnika i metoda vrednovanja (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c).

Predmetnim kurikulumom propisano je da se pri vrednovanju mora koristiti kriterijsko vrednovanje (*criterion-referenced purpose*) (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Kod konstrukcije pisanih provjera koje se vrednuju kriterijski diskriminativnost i težina zadataka nije bitna koliko osiguravanje da čestice dobro pokrivaju (reprezentiraju) zadana područja i kriterije (Gronlund i Linn, 1990) te da se težina zadataka prilagođava karakteristikama gradiva (Vizek Vidović i dr., 2003). Formativno vrednovanje koje je usmjereno na napredak učeničko postignuće tipičan je primjer kriterijskog vrednovanja (Cohen i sur., 2007). Učeničko

postignuće uspoređuje se s njegovim prethodnim postignućem koje je ostvario u odnosu na unaprijed postavljene ishode i kriterije (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Uspoređivanje trenutnog učeničkog postignuća s kriterijem vrednovanja omogućuje identificiranje „jaza koji se treba premostiti“ te stvara priliku za usmjeravanje učenja, tj. što i kako treba učiniti da bi se ostvario napredak (*Što dalje?*) (Brooks i sur., 2019; Gipps, 1994; Hattie i Timperley, 2007).

U nastavi matematike koristi se spiralni kurikulum koji karakterizira jaka povezanost između i unutar različitih matematičkih područja te potreba za transferom znanja (Horvat, 2019). Novi sadržaj i koncepti oslanjaju se na prethodno stečeno, proširuje i povezuje (Romano, 2009), a „rupe“ u znanju brzo se pokažu kao prepreke u svladavanju novog gradiva. Zbog toga vrednovanje u nastavi matematike često zahvaća više razina znanja odjednom. Matematika ima vlastiti jezik, a matematička komunikacija je poseban element vrednovanja. No, i kada se ona eksplicitno ne vrednuje, može predstavljati barijeru u ostvarivanju ishoda učenja. Odnosno, učenik može „znati“, ali ne ostvariti najbolja postignuća zbog preciznosti zapisa, izračuna ili pravilne uporabe matematičkog jezika i sl.

Po pitanju vrednovanja u okviru nastave matematike mogu se uočiti određene specifičnosti. U suvremenom kurikulumskom pristupu matematici vrednovanje nije usmjereno isključivo na točnost (konačnog) rješenja, što se vidi iz strukture ishoda učenja koja se temelji na matematičkim procesima i domenama (područja sadržaja). Cresswell i Houston (1991) govore da u sumativnim testovima primarni interes nije u vrednovanju postignuća na pojedinom zadatku nego na ispitu u cjelini te da je nerealno uspjeh u zadatcima dihotomno vrednovati, po principu je li dobiveno točno rješenje ili nije. Vrednovanje uključuje vrednovanje cjelokupnog procesa rješavanja problema, čime se omogućuje uvid u razvijenost matematičkih procesa poput zaključivanja, primjene strategija, matematičke komunikacije i analize pogrešaka. Navedeno dovodi do primjene pristupa „slijedi grešku“ te uvažavanja djelomične ostvarenosti postupka i kada konačan rezultat nije točan, tzv. *pozitivnog ocjenjivanja* (Assessment and Qualifications Alliance, 2007; Scottish Qualifications Authority, 2024). Bodovanje postupka omogućava priznavanje djelomično riješenih zadataka (Gipps, 1994b), a pridavanje različitog broja bodova različitim zadatcima upućuje na relativnu važnost, složenost i vremensku zahtjevnost određenog zadatka (Cohen i sur., 2007) i utječe na veću pouzdanost testova (Ebel, 1979, prema Cohen i sur., 2007). Osim toga, neki autori (Swan i Burkhardt, 2012; Suurtamm i sur., 2016) navode da povećavanjem broja bodova u zadatcima, tj. vrednovanje i djelomično riješenih zadataka, omogućuje postizanje različitih razina postignuća. Cresswell i Houston

(1991) govore da je u većini slučajeva uspjeh učenika pri rješavanju zadataka na višim kognitivnim razinama djelomičan. Kada bi se vrednovalo isključivo točnost rješenja, a ne i kvaliteta odgovora, to bi značilo da učenici svoja postignuća mogu pokazati samo na zadatcima koji zahtijevaju korištenje samo nižih kognitivnih razina, a što nije realan odraz njihovih kompetencija jer učenik može pokazati visoku razinu znanja i bez potpuno točno riješenog zadatka (Scottish Qualifications Authority, 2024). Bodovanjem relevantnih demonstriranih vještina, u kojem se bodovi ne oduzimaju za pogreške ili propuste koji nisu izravno povezane s ishodom učenja, odnosno bodovanjem svakog pa i djelomičnog uspjeha u pokušavanju rješavanja zadatka iskazuje je pedagoška i motivacijska funkcija ocjene - učenici su „nagrađeni“ za ono što znaju, razumiju ili mogu učiniti pa čak i ako su napravili pogrešku u nekoj od faza rješavanja zadatka (Scottish Qualifications Authority, 2024). Osim toga, matematika je predmet koji najčešće izaziva strah i tjeskobu kod učenika (Pekrun, 2006), ispitnu anksioznost te gdje postoje predrasude (reputacija teškog predmeta) i negativan stav prema predmetu (Preis i Biggs, 2001) koji mogu utjecati na rezultate vrednovanja, tj. učenička postignuća (koja potencijalno ne odražavaju stvarno stanje) (Aschraft, 2002; Richardson i Suinn, 1972, prema Horvat, 2019). Zbog toga vrednovanje može snažno utjecati na samopouzdanje učenika, motivaciju za daljnje učenje, stav prema predmetu i sl. (Preis i Biggs, 2001).

2.3. Uloga nastavnika

Sve što nastavnik čini utječe na učenike, bilo pozitivno, bilo negativno, a uključuje: metodiku nastavnog rada, odnos prema učenicima, količinu izbora i kontrole koju učenici imaju, mogućnosti za rad i suradnju s drugim učenicima (Jukić, 2010). Iako Hattie (2012) navodi da najveći udio varijance u učeničkim postignućima u najvećoj mjeri ovisi o učenicima, ipak istraživanja su pokazala da postoji razlika u veličini učinka između visokoučinkovitih i niskoučinkovitih nastavnika te da iznosi d=0,25 (Slater i sur., 2009), što odgovara prosječnoj veličini učinka jedne godine školovanja.

Promjena paradigme učenja i poučavanja u 21. stoljeću dovodi do promjene uloge nastavnika i učenika u procesu poučavanja i učenja. Nastavnici nisu više samo prenositelji znanja (Jaworski, 1999) koji poučavaju programiranim materijalima i metodom potkrepljivanja (Klinger, 2010; Putarek, 2018). Nastavnik više nije u središtu nastavnog procesa pri čemu kontrolira sve što učenik radi i treba raditi (Vizek Vidović i sur., 2003) i nije više samo predmetni eksperti nego se vrednuje u kojoj mjeri su odlučni, pravedni, prijateljski, brižni i imaju razumijevanja (Goh, 1994).

U suvremenoj nastavi nastavnikova je uloga odgoj i obrazovanje učenika, a što znači usmjeravanje i reguliranje razvoja učenika (Jurčić, 2014). Suvremeni nastavnik djeluje kao koordinator, istraživač, savjetnik, pri čemu poticajno utječe na učenike u razvoju i ostvarivanju njihovih individualnih mogućnosti i sposobnosti te u osposobljavanju za samostalno djelovanje (Akendita i sur., 2024; Koludrović i sur., 2015; Previšić, 1998). U individualnom pristupanju i uvažavanju učeničkih posebnosti, nastavnik pruža pravodobnu i odgovarajuću potporu, a u skladu s objektivnom i opreznom interpretacijom potreba (Oswald i sur., 1989, prema Jurčić, 2014). To od nastavnika zahtijeva: „empatičnost, uvažavanje učenika, razumijevanje, fleksibilnost, susretljivost, brižljivost, entuzijazam, profesionalni etos (spremnost za preuzimanje odgovornosti za uspjeh svakoga učenika), dobro raspoloženje, smirenost, strpljenje, pravednost, objektivnost, dosljednost te sposobnost odabira odgovarajućega ponašanja u određenoj situaciji“ (Jurčić, 2014; str. 80). Njegova (pedagoška) uloga ogleda se u oblikovanju duha i usmjeravanju učenika kao kulturnih i socijalnih bića (Previšić, 1998).

Napuštanjem tradicionalne uloge nastavnika (Smith i sur., 2022) te pod utjecajem dinamičkih i progresivnih promjena u suvremenom društvu (i obrazovanju) zahtijevaju se nove te redefiniranje postojećih nastavničkih kompetencija (Sablić i Jukić, 2026). Postoji izvjesna neujednačenost terminologije u stručnoj literaturi po pitanju nastavničkih kompetencija te se ponekad poistovjećuju s pedagoškim kompetencijama, ponekad predstavljaju uži, a ponekad širi pojam. Dodatno, ponekad se izjednačuju sa zakonskim minimalnim standardom koje osoba treba posjedovati kako bi smjela obavljati nastavnički posao (Previšić, 2007).

U okviru ovog rada već je dana Weinertova (2001) definicija kompetencije (u poglavlju 2.1.), no u pedagoškoj literaturi postoji širok raspon poimanja i određenja nastavničkih kompetencija.

2.3.1. Nastavničke kompetencije i područja kompetentnosti

Vrlo općenita definicija kompetentnosti bi bila priznata stručnosti ili sposobnost kojom netko raspolaže (Hrvatski jezični portal, 2025). Poole i suradnici (1998) kompetenciju definiraju kao kombinaciju znanja, vještina, stavova, motivacije i osobnih karakteristika koje omogućuju pojedincu da aktivno i učinkovito djeluje u određenoj situaciji. No, ako se pođe od pedagogije kao znanosti o odgoju i obrazovanju, a što je „proces svjesnog formiranja čovjekove osobnosti s njegovim individualnim, socijalnim i razvojnim posebnostima; duhovnim potrebama; obiteljskim i društvenim dužnostima“ (Previšić, 2007, str.22), tada bi nastavničke kompetencije bile one koje su u funkciji odgoja i obrazovanja, tj. kombinacija onih znanja, vještina, sposobnosti, uvjerenja i stavova koji doprinose kontinuiranom i cjelovitom (intelektualnom, moralnom, estetskom, tjelesnom i radnom) razvoju i (samo)određenju i (samo)ostvarenju

učenika (Cindrić i sur., 2010). Drugim riječima, kompetentni nastavnik bio bi onaj koji korištenjem vlastitih kapaciteta te poticaja iz okruženja potiče i dobre razvojne rezultate učenika (Katz i McClellan, 1999). Jukić (2010) navodi da je kompetentan nastavnik onaj čiji stil rada proizlazi iz znanja i vještina, ali i iskustva te je ujedinjen sa osobnošću nastavnika (koja je rezultat vođenog procesa sazrijevanja). Iskustvo, osobnost i odnos prema učenicima koji se temelji na poštovanju važne su dimenzije metodičnog nastavnika (Jukić, 2010). Kostović-Vranješ i Ljubetić (2008, prema Horvat, 2019) opisuju kompetentnog nastavnika kao onog koji sebe doživljava kao osobu koja ima kontrolu nad svojim pedagoškim djelovanjem (planiranjem nastave, unaprjeđenju vlastitog rada, odabirom djelotvornih ponašanja, prevenciji i rješavanju konflikata itd.) u odnosu s učenicima i roditeljima te se dobro osjeća u svojoj ulozi nastavnika. Pregled uloge nastavnika u odnosu na odrednice suvremene nastave i potrebne kompetencije za ostvarenje istog dane su u sljedećoj tablici (Previšić, 2003; Karajić i sur., 2019).

Tablica 3 Povezanost uloge nastavnika u suvremenoj nastavi i nastavničkih kompetencija

ULOGA NASTAVNIKA U SUVREMENOJ NASTAVI	ODREDNICE SUVREMENIH NASTAVNIČKIH KOMPETENCIJA
Kompetencijski pristup obrazovanju	Vještine planiranja i evaluacije
Korištenje suvremenih tehnologija	Digitalna kompetencija
Rad s učenicima s diferenciranim potreba, interesa, znanja itd.	Interpersonalne i komunikacijske vještine Interkulturalna kompetencija
Poticanje, ohrabrivanje, savjetovanje	Socio-emocionalna kompetencija
Refleksivni praktičar	Kompetencija za osobni i profesionalni razvoj i usavršavanje, refleksivna
Usmjerenost nastave na učenika (nastavnik kao mentor i posrednik)	Organizacijske i pedagoške vještine
Suradnički rad (s učenicima, kolegama, roditeljima, lokalnom zajednicom)	Socijalne, etičke i građanske kompetencije
Korištenje različitih metoda i oblika rada, aktivno, iskustveno i autentično učenje učenika	Didaktičko-metodička kompetencija

Perrenoud (2004, prema Horvat, 2019) ističe deset područja kompetentnosti koje se odnose na profesionalno djelovanje nastavnika, od kojih se četiri odnose na neposredni odgojno-obrazovni rad s učenicima (organizacija poticajnog okruženja za učenje, upravljanje napretkom u učenju, razvoj sredstava za diferencijaciju, angažiranje učenika) te šest koje se odnose na šire profesionalno-organizacijsko djelovanje nastavnika (timski rad, sudjelovanje u vođenju škole, suradnja s roditeljima, korištenje digitalne tehnologije, etičko djelovanje te profesionalno razvoj i usavršavanje).

Jurčić (2014) ističe pet područja didaktičke kompetentnosti i osam područja pedagoške kompetentnosti. Pedagoške kompetencije obuhvaćaju: osobne, komunikacijske, refleksivne, socijalne, emotivne, interkulturalne, razvojne i vještine u rješavanju problema (Jurčić, 2014). Didaktičke kompetencije odnose se na odabir i primjenu metodologije izgradnje predmetnog kurikuluma, organiziranje i vođenje odgojno-obrazovnog procesa, određivanje učeničkih postignuća, oblikovanje razredno-nastavnog ozračja te uspostavljanje i razvoj modela odgojnog partnerstva s roditeljima (Jurčić, 2014). Vrijednosti kao sastavni dio kompetencija u podlozi su ponašanja nastavnika i posreduju u odabiru odgovarajućeg pedagoškog ponašanja s učenicima u određenoj situaciji (Jurčić, 2014).

Sablić i Jukić (2026) sustavnom analizom teorije identificirale su 12 područja kompetentnosti koja definiraju suvremenu nastavničku profesiju. Autorice su navedena područja organizirale u temeljene pedagoške kompetencije, didaktičke kompetencije te područje novih suvremenih kompetencija. U sljedećoj tablici 4 dan je detaljan prikaz navedenih područja.

Važno je napomenuti da u različitim državama postoje različiti zahtjevi i standardi po pitanju određenja područja kompetencija nastavnika.

Tablica 4 Pregled suvremenih područja kompetentnosti (Sablić i Jukić, 2026)

Pedagoške kompetencije				
Osobna	Empatija	Profesionalni etos	Objektivnost	Sposobnost učenja
	Fleksibilnost	Strpljivost	Samoregulacija	Sposobnost rješavanja problema
	Entuzijazam	Pravednost	Motivacija	
Komunikacija	Izražavanje ideja	Učinkovit govor	Aktivno slušanje	Neverbalna komunikacija
Socio-emocionalno područje	Timski rad	Tolerancija	Suradnja	Razvoj kvalitetnih odnosa s učenicima i kolegama
Analitičnost	Istraživačke vještine	Rješavanje problema	Promatranje	Dokumentiranje
	Pedagoška refleksija	Donošenje (pedagoški informiranih) odluka	Interpretacija i vrednovanje podataka	Vrednovanje istraživačkih spoznaja
Profesionalna etičnost i integritet	Etičko ponašanje	Profesionalna posvećenost	Odgovornost	Prioritet dobrobiti i jednakosti učenika
Didaktičke kompetencije				
Kurikulum	Predmetna stručnost	Pedagoška stručnost	Planiranje	Postavljanje ciljeva i ishoda
	Interdisciplinarna integracija	Usklađivanje sa suvremenim potrebama	Upravljanje formalnim i skrivenim kurikulumom	

Organizacija	Izbor odgovarajućih nastavnih metoda	Prilagodba sadržaja	Upravljanje razredom (uključujući hibridni i virtualni)	Održavanje discipline koja promiče učenje
Vrednovanje	Primjena učeničkog samovrednovanja	Primjena međuvršnjačkog vrednovanja	Primjena digitalnih alata za vrednovanje	
Suradnja	Partnerski odnos s roditeljima		Suradnja s kolegama	
Područje novih suvremenih kompetencija				
Digitalne kompetencije	Profesionalni angažman	Digitalni resursi	Učenje i poučavanje	
	Osnaživanje učenika	Vrednovanje	Razvijanje učeničkih digitalnih kompetencija	
AI	Razumijevanje osnova AI	Etička primjena	Pedagoška integracija	Kritička evaluacija
Globalne	Ispitivanje lokalnih, globalnih i međukulturalnih pitanja	Razumijevanje i uvažavanje perspektiva i svjetonazora drugih	Sudjelovanje u otvorenim, primjerenim i učinkovitim interakcijama između kultura	Poduzimanje akcija za kolektivnu dobrobit i održivi razvoj
Interkulturalne	Duboko znanje o kulturama	Kritičko prihvaćanje perspektiva	Sposobnost vođenja teških razgovora	
Održivost	Ugrađivanje vrijednosti održivosti	Prihvaćanje složenosti u održivosti	Zamišljanje održive budućnosti	Djelovanje za održivost

Metakognitivne				
Kritičko razmišljanje	Analiza informacija	Vrednovanje argumenata	Prepoznavanje pristranosti	Donošenje logičkih zaključaka
Kreativnost	Kreativno poučavanje		Poučavanje kreativnosti	
Otpornost	Zadržavanje profesionalne posvećenosti		Zadržavanje vlastite dobrobiti i učinkovitosti uslijed izazovnih situacija (stres, prilagodba promjenama i sl.)	
Skriveni kurikulum	Kritička svijest o implicitnim porukama	Sposobnost prepoznavanja i prekidanja problematičnih obrazaca	Vještine za stvaranje afirmativnih i pravednih okruženja za učenje	

Suvremeni pristupi naglašavaju multidimenzionalnost nastavničkih kompetencija koje ne djeluju odvojeno, nego postoji interakcija između dispozicija (znanje, uvjerenja, motivacija) i konteksta (percepcija situacije, donošenja odluka i djelovanja) (Guerriero, 2017). Drugim riječima, dolazi do paradigmatskog pomaka od tradicionalnog poimanja prema kojem se nastavničke kompetencije sastoje od „popisa vještina“ prema integriranom i holističkom pristupu kompetencijama koje odražavaju složenu i kontekstualno uvjetovanu prirodu nastavne prakse (Sablić i Jukić, 2026).

U skladu s navedenim Sablić i Jukić (2026) predlažu TRI-model, teorijski okvir za dinamičan sustav koji se neprestano razvija, a koji čine temeljne/jezgrovne kompetencije (pedagoške, didaktičke) i novi kontekstualni zahtjevi (digitalno-tehnološke, globalno-ekološke) koje meta-kompetencija, tj. refleksivna praksa povezuje u integriranu cjelinu. Refleksivna praksa odvija se prije, tijekom i nakon nastave povezuje sve kompetencije i omogućuje njihov razvoj (Sablić i Jukić, 2026). Ovim modelom ističu se tri dimenzije, prva dimenzija su kompetencije koje predstavljaju stabilnost i trajnost, druga dimenzija su one koje su kontekstualno ovisne i podložne promjenama i treća dimenzija koja predstavlja njihovu poveznicu.

U danom modelu pojavljuju se i kognitivno-kreativne kompetencije (kritičko razmišljanje, kreativnost i rješavanje problema) te osobno-profesionalne kompetencije (otpornost, skriveni kurikulum, profesionalno učenje i usavršavanje) kao komponente koje se stalno primjenjuju u praksi, one nisu odvojene nego „rade u pozadini“ i prožimaju sve dimenzije.

2.3.1.1. Kompetencije nastavnika matematike

Uzimajući u obzir sve specifičnosti i izazove vezane za nastavu matematike (koje su raspravljene u potpoglavlju 1.2.3.) posebno se nameće pitanje i određenje posebno važnih kompetencija nastavnika matematike.

Baumert i Kunter (2006, prema Rackozy i sur., 2008) smatraju posebno važnim aspektom kvalitetne nastave matematike pedagoške kompetencije nastavnika matematike, a Rackozy i suradnici (2008) smatraju da one također utječu na vrednovanje. Ball i suradnici (2005) daju područja kompetentnosti nastavnika matematike: predmetno znanje u okvirima kurikuluma, znanje matematike koje koristi poučavanju, a izlazi izvan okvira predmetnog kurikuluma, znanje o učenicima i njihovim posebnostima relevantnima za uspješno učenje matematike (npr. stavovi, matematička anksioznost, očekivanja i sl.) te metodička znanja.

Metodička znanja nastavnika obuhvaćaju između ostalog sposobnost nastavnika da uvede nove matematičke koncepte, ali i prepozna njihove poteškoće, miskoncepcije i problemske situacije u savladavanju istog (Horvat, 2019). Može se reći da metodička znanja podrazumijevaju

pedagoški takt – sposobnost nastavnika da prepozna kada i na koji (primjereni) način postupati u neposrednoj nastavnoj situaciji (Sipman i sur., 2019). Iako su metodička znanja bitna, kao i matematička stručno-predmetna znanja, ona nisu presudna i razlikovna kompetencija nastavnika eksperta (Hattie, 2012). Više o nastavnicima ekspertima i pedagoškom taktu bit će u potpoglavljima 2.3.2.2. i 2.3.3.1. Horvat (2019) navodi da ukoliko se kao premisa uzima to da nastavnici matematike primarno moraju biti izvrsni matematičari, tada se poučavanje i izazovi nastave matematike svode isključivo na metodička pitanja, a neuspjeh učenika u matematici objašnjava se nedovoljno dobro metodički osmišljenim aktivnostima, a umanjuje se (negira) vrijednost pedagogijskih spoznaja u odgoju i obrazovanju te pedagoškog djelovanja nastavnika. Baš zato što izravan transfer metodički oblikovanih znanja u praksu nije moguć, „potrebna je srednja karika koja će popuniti nastalu prazninu i tako regulirati odnos između znanstvenih ideja i osobnog iskustva“ (Palekčić, 1999, prema Vrcelj i sur., 2023, str. 15). Prema Palekčiću (1999), ali i brojnim drugim pedagozima, ta premosnica je pedagoški takt.

Stoga, kompetentan nastavnik matematike posjeduje one kompetencije koje odgovaraju složenost (specifičnosti i izazove) procesa učenja i poučavanja matematike. One se odnose na razumijevanje emocionalno-društvene dimenzije nastave matematike kao važnog moderatora učeničkih postignuća, poznavanje načina usvajanja matematike kako bi se razumjela priroda i vrsta teškoća u učenju matematike, uvažavanje posebnosti učenika te refleksiju o vlastitim stavovima i uvjerenjima o matematici i njezinu poučavanju (Horvat, 2019).

2.3.2. Nastavna umijeća

Nastavničko umijeće, kao uži koncept od kompetencija, Kyriacou (2001, str. 19) opisuje kao „odjelite i smislene nastavničke aktivnosti koje potiču učenje“. Kyriacou (2001) razlikuje tri elementa nastavnih umijeća: znanje, odlučivanje i radnje. Znanja obuhvaćaju znanje o predmetnim specifičnostima, strategijama, oblicima i metodama rada, utjecaju drugih čimbenika na učenje i poučavanje, znanje o vlastitim kompetencijama nastavnika, (po)znanje učenika (ZPD, stavova, izvedbe itd.) (Kyriacou, 2001). Odlučivanje se odnosi na razmišljanje, moglo bi se reći i refleksivnu praksu (prije, tijekom i nakon nastave) o tome kako doći do razvoja učeničkih postignuća (Kyriacou, 2001). Radnje podrazumijevaju svo ponašanje i akcije nastavnika s ciljem poticanja učenja učenika (Kyriacou, 2001).

Moglo bi se reći da ona predstavljaju praktičnu primjenu kompetencija u nastavi, tj. sposobnosti izvedbe učinkovite nastave u stvarnosti.

Kao što ne postoji jedinstveno određenje koje kompetencije treba posjedovati nastavnik jer različiti autori (pod utjecajem različitih teorija i paradigmi) i nacionalni sustavi (zbog različitih

kulturalnih obilježja) ističu različita područja kompetentnosti, tako ne postoji ni jedinstveno određenje umijeća koja nastavnik treba posjedovati. Ipak, jedan od najprihvaćenijih popisa temeljnih nastavnih umijeća je onaj koji je dao Kyriacou (2001), a odnose se na: planiranje i pripremu, izvedbu nastavnog sata, vođenje i tijek nastavnog sata, razredni ugođaj, disciplinu, ocjenjivanje učeničkog napretka te osvrt i prosudbu vlastitog rada.

U literaturi se pojavljuju termin poput uspješnog, djelotvornog i učinkovitog nastavnika, od kojih se svaki opisuje različitim obilježjima, tj. nastavnim umijećima, iako je cilj svakoga od njih dovesti do ostvarenja ili poboljšanja učeničkih postignuća. Dodatno, u anglosaksonskoj literaturi pojmovi *učinkovit* i *djelotvoran nastavnik* najčešće označavaju jednim terminom *effective teacher*.

2.3.2.1. Uspješan, djelotvoran i učinkoviti nastavnik

U predmetnom kurikulumu za nastavni predmet matematiku iz 2019. godine (MZOM, 2019) koristi se termin „uspješan učitelj“, a ima sljedeća obilježja:

- razumije utjecaj koji njegovo poučavanje ima na učenička postignuća
- očekuje napredak od svih svojih učenika
- raspolaže profesionalnim znanjima i vještinama kojima će individualizirati učenje i poučavanje i poduprijeti učenje svakoga učenika
- iznosi jasne ciljeve i svrhu svih aktivnosti
- daje jasne povratne informacije o njihovu napredovanju te kriterijima vrednovanja
- odabire i primjenjuje raznovrsne pristupe i strategije poučavanja
- uključuje sve učenike u učenje i rad
- potiče motivaciju učenika i interes za matematiku
- podržava i ohrabruje uloženi trud
- stvara okružja u kojemu se učenici osjećaju slobodno i obvezno slušati jedni druge, u kojemu slobodno postavljaju pitanja, traže podršku u učenju
- postavlja visoka i primjerena očekivanja pred svoje učenike, a ta primjerena očekivanja potiču učenike da u učenje ulažu trud, razvijaju osjećaj kompetentnosti, odgovornosti i sustavnosti te u punoj mjeri ostvaruju vlastite potencijale.

Biti djelotvoran nastavnik znači znati *čime* potaknuti učenike da uče (Kyriacou, 2001). Prema Allinder (1994, prema Horvat, 2019) to su oni koji imaju visoku razinu samoefikasnosti, tj. vjeru u vlastite sposobnosti da mogu dovesti do učenja i u izazovnim/problematičnim situacijama; koji ulažu napor u planiranje i organiziranje nastave; ustrajni u prilagođavanju

sposobnostima i potrebama učenika; koji spremno pružaju dodatnu pomoć kako bi se ostvarili ishodi učenja; fleksibilni; otvoreni za nove ideje, metode, resurse (Roos i Bruce, 2007).
Prema Shulmanu (1987, prema Kyriacou, 2001, str. 17) djelotvorni nastavnici posjeduju stručna znanja koji čine temelj njihove prosudbe, a to su:

- *znanje o gradivu*
- *znanje o širokim načelima i strategijama organizacije nastave*
- *znanje o nastavnim materijalima i programima vezanim za kurikulum*
- *znanje o poučavanju pojedinih tema*
- *znanje o pedagoškim kontekstima, od razreda do šire društvene zajednice*
- *znanje o pedagoškim ciljevima i vrijednostima*.

Kyriacou (2001, str. 21) navodi da su djelotvorni nastavnici oni koji iskazuju sljedeća umijeća:

- *kreiraju sređeno i privlačno okružje za učenje*
- *sredotočuju se na poučavanje i učenje tako da maksimalno povećaju vrijeme učenja i zadržavaju akademski ton*
- *poučavaju dobro organizirane i ustrojene nastavne jedinice s jasno naznačenom svrhom*
- *imaju visoka očekivanja i postavljaju pred učenike intelektualne izazove*
- *prate napredak i daju brze korektivne povratne informacije*
- *uspostavljaju jasnu i pravednu disciplinu.*

Neizostavni dio djelotvornog nastavnika je znati *kada* (kada djelovati, a kada ne) i *kako* djelovati (imati razvijene praktične sposobnosti i vještine provođenja učinkovitih strategija, metoda i oblika poučavanja itd.) potaknuti učenike da uče (Kyriacou, 2001) te ostvare postignuća i napreduju u radu. Da bi to mogli dobro procijeniti, potrebno je upozna(va)ti učenike, a uočavanje učeničkih posebnosti složena je i zahtjevna aktivnost (Jurčić, 2014). Kyricaou (2001) ističe da bitnu razlika između ta tri umijeća, pri čemu se prvo odnosi na misaono umijeće, a drugo i treće na praktičnu djelatnost.
Znati kada i kako djelovati usko je povezano s pedagoškim taktom nastavnika.
Hattie (2012) tvrdi da nastavnikova uvjerenja, stavovi, strast, posvećenost i očekivanja (koja se prvenstveno odnose na stavove i očekivanja koja nastavnici imaju pri donošenju odluka vezanim za ključna pitanja – što poučavati, na kojoj razini i koliko brzo napredovati u poučavanju) imaju najveći utjecaj na postignuća učenika u onom dijelu varijance na koji se može utjecati te da je to glavna razlika između djelotvornih i manje djelotvornih nastavnika.

Isto tako, jedna od glavnih implikacija za uspješno i učinkovito davanje povratne informacije je djelotvoran nastavnik. Vještina davanja učinkovitih povratnih informacija složena je vještina, a potrebno je određeno vrijeme da se ono uvježba i da se stekne (Kyriacou, 2001). Ona zahtijeva usmjeren i promišljen pristup o svim njezini moderatorima, a posebno o formulaciji i sadržaju (AARE/NZARE, 2003; Kyriacou, 2001). Primjerice, iako se može na prvi pogled činiti da dvije povratne informacije kazuju isto samo na drugačiji način, najčešće to nije točno. Kyriacou (2001, str. 94) daje primjer dvije povratne informacije: *„U ovoj vrsti pitanja korisnije je zapisati podatke prikazane na dijagramu“* i *„Trebali biste biti pažljiviji u svom pristupu“*. Razlika između ove dvije (povratne) informacije nije u tome što je jedna direktnija/konkretnija od druge nego ta što se prva odnosi na zadatak i aktivnost, a druga na osobu, tj. učenika.

Kyriacou (2001) navodi da je osjetljivost za učeničke osjećaje, pedagoški takt (Vrcelj i sur., 2023) i ne usmjeravanje povratnih informacija na osobu važan dio umijeća uspješnog davanja poticajnih, konstruktivnih i korisnih povratnih informacija. Više o učinkovitom načinu formuliranja povratne informacije te čimbenicima koji utječu na učinkovitost povratne informacije bit će dano u poglavlju 2.4.

Ipak, dugotrajno i kontinuirano davanje individualnih povratnih informacija Kyricaou (2001) vidi kao naporno i iscrpljujuće, a od nastavnika traži uspostavljanje ravnoteže s drugim aktivnostima i strategijama koje imaju potencijal na poboljšanje učeničkih postignuća. Uspostavljanje ravnoteže u korištenju različitih tehnika koje omogućuju redovito, brzo i pravovremeno pružanje povratnih informacija učenicima smatra se nastavničkim umijećem (Kyriacou, 2001).

Prema Kyriacou (2001) planiranje, izvedba i tijek nastavnog sata, ocjenjivanje učeničkog napretka te osvrt i prosudba vlastitog rada pripadaju temeljnim nastavnim umijećima koja doprinose uspješnosti nastave, a više o svakom od njih dano je u poglavlju 2.1.4. Stoga, u nastavku će više biti riječi o umijećima vođenja, stvaranja razrednog ugođaja i održavanju discipline.

Umijeće organiziranja i vođenja obuhvaća prepoznavanje pedagoških situacija koje pružaju mogućnosti za učenje, ali i doprinose učenikovom doživljaju i zadovoljstvu (Jurčić, 2014). Za nastavnike je važno znati te informacije posebno u kontekstu povratnih informacija kako bi im mogli pomoći u prihvaćanju povratnih informacija (Hattie, 2012). Kako će nastavnik planirati i organizirati svoje odgojno-obrazovno djelovanje (Herbat, 1806, u: Schmied-Kowarzik, 2008, prema Vrcelj i sur., 2023) ovisi i o razvijenosti pedagoškog takta te poznavanju teorije o taktu. Nastavnik „otvara svoj um, svoju glavu i svoje srce kako bi pravilno upio, obratio pozornost,

osjetio i prosudio pojave koje ga očekuju i situaciju u kojoj se nalazi“ (Herbart, 1802, str. 9, u: Müssener, 1977, str. 263, prema Vrcelj i sur., 2023, str. 15).

U izvedbi nastavnik dobro upravlja vremenom te realizira predviđene aktivnosti u optimalnom vremenu (Kyriacou, 2001). Osim toga, siguran je, samouvjeren, opušten te nastoji poticati učeničko zanimanje, a nastavu izvodi na učenicima jasan, razumljiv i primjeren način (Jurčić, 2014; Kyriacou, 2001).

Nastavnik podjednako i govori i sluša te pokazuje poštovanje za njihove ideje, zamisli (Hattie, 2012; Jurčić, 2014; Kyriacou, 2001). Prethodno je usko vezano uz komunikacijsku kompetenciju nastavnika koja je u suvremenoj literaturi u sve većoj mjeri povezana s aktivnim slušanjem nastavnika. Hattie (2012) navodi da u razredima dominira govor nastavnika (u prosjeku 70 do 80% vremena) te da bi se omjer govora i slušanja trebao promijeniti. Učenički govor uglavnom se odvija po obrascu: nastavnička inicijativa-učenički odgovor-nastavnička evaluacija (Meehan, 1979, prema Hattie, 2012) i da je rijetko prisutan dijalog, odnosno sudjelovanje učenika u raspravama u kojima iznose vlastite ideje i stavove (Flanders, 1970). Uspostava načina komunikacije i zastupljenost govora (učenika i nastavnika) u komunikaciji određena je nastavničkim stilom, a određuje i razredno-nastavno ozračje (Jurčić, 2014) te interakciju i odnos na relaciji učenik – nastavnik (Šimić Šašić, 2011).

Matijević (1998, prema Koludrović i sur., 2015) nastavno ozračje postavlja široko, kao cjelokupnu kvalitetu emocionalnih odnosa između svih sudionika u nastavnom procesu. Vrlo slično, Jurić (1993) razredno ozračje definira kao emocionalni ton u interpersonalnoj komunikaciji. Umijeće je nastavnika da kreira opušteni razredni ugođaj u kojem se odnosi temelje na uzajamnom poštovanju (Kyriacou, 2001), na sposobnostima razumijevanja ponašanja učenika, ljubaznosti/prijateljskog pristupa i spremnosti na pomaganje, sposobnosti upravljanja i vođenja, sposobnosti svladavanja konflikta, toleranciji, autoritetu, pristupačnosti i sl. (Jurčić, 2014).

Navedeno se očituje u tome da su pogreške dobrodošle i prilika za učenje, a nastavnikove povratne informacije kreirane su tako da doprinose povećanju samopouzdanja i samosvijesti (Hattie, 2012). Dodatno, sve u razredu (npr. raspored klupa) osigurava pozitivan odnos prema učenju i nastavi (Kyriacou, 2001). Razredno ozračje ovisi o stupnju ostvarene razredne kohezije (međusobno razumijevanje učenika, surađivanje i poštovanje drukčijih stilova života drugih učenika, njihovih vrijednosti, tradicija, stereotipa i sl.) za koje Jurčić (2014) navodi da se temelji na interkulturalnoj kompetenciji nastavnika. Upravo zbog tih obilježja može se reći da

suvremena socio-konstruktivistička i pedocentrična nastava može doprinositi kvaliteti razredno-nastavnog ozračja (Koludrović i sur., 2015).

Održavanje discipline i reda u razredu temeljno je nastavno umijeće, a ono se temelji se na ugodnom razrednom ozračju, dobroj organizaciji i vođenju (Kyriacou, 2001). Nastavnički stil ponašanja i razredno-ozračje koje stvara uvelike utječu na učeničke emocije u nastavi i disciplinu. Emocije prethode i reguliraju proces učenja, stoga učenici koji su pod prisilom, velikim stupnjem kontrole, podcijenjeni i ismijavani demotivirani su za učenje, zbog čega vrlo vjerojatno postižu slabija postignuća (Jurčić, 2014). Nastavnik se vodi demokratskim (autoritativnim) stilom rada, a učenici prihvaćaju autoritet nastavnika (Kyriacou, 2001). (Više o nastavničkim stilovima bit će u potpoglavlju 2.3.3.2.) U razredu se jasno iskazuju pravila ponašanja, a u skladu s istima nastavnik prati učenička ponašanja na koja reagira, pokušava spriječiti i vješto smiruje napete situacije posredovanjem u izbjegavanju sukoba (Kyriacou, 2001). U odnosu nastavnika s učenicima vještine rješavanja problema nastavnika odnose se na spremnost za priznavanje pogreške, postavljanje realnih očekivanja učenicima i ohrabrivanjem za dostizanjem zadanih ciljeva, prepoznavanje i reagiranje na individualne potrebe učenika, primjerice različite stilove učenja (Jurčić, 2014). Ipak, Fleming i Mills (1992) ističu da je usklađivanje nastavnikova stila poučavanja s velikim rasponom različitih stilova učenja učenika u razredu gotovo neizvedivo. Umjesto toga, Fleming i Mills (1992) naglašavaju važnost osnaživanja učenika da upoznaju vlastite stilove učenja i razviju metakognitivne vještine kako bi se mogli prilagoditi nastavnim zahtjevima. U tom procesu važnu ulogu ima povratna informacija koja učenicima pomaže prepoznati učinkovitost vlastitih strategija učenja i usmjerava ih prema njihovu poboljšanju i razvitku.

Iako učenje i ostvarivanje postignuća pripadaju učenicima, nastavna učinkovitost prije svega ovisi o osposobljenosti nastavnika za njezinu realizaciju (Jukić Matić i sur., 2020), može imati veliki utjecaj na to (Hattie, 2012). U hrvatskoj literaturi rjeđe se govori o učinkovitim nastavnicima, a češće o učinkovitoj nastavi pa prema tome, učinkovitim nastavnicima smatraju se oni čija je nastava učinkovita. O značajkama učinkovite nastave matematike više je bilo riječi u potpoglavlju 2.1.3.3.

2.3.2.2. Nastavnik ekspert

Istraživanja o nastavničkim kompetencijama i umijeću uglavnom razlikuju nastavnike početnike i iskusne nastavnike (Kyriacou, 2001). Iako radno iskustvo, tj. susretanje s većim brojem različitih nastavnih situacija, interakcija itd., kroz godine rada omogućuje vještije odgovaranje na (izazovne) nastavne situacije, tj. razvijeniji pedagoški takt, ono nije presudno u

određenju djelotvornih i učinkovitih nastavnika (Hattie, 2012; Kyriacou, 2001; Palekčić, 1999). Zbog toga Hattie (2012) razlikuje iskusne (*experienced*) i nastavnike eksperte (*expert),* tj. nastavnike koji imaju višegodišnje radno iskustvo i nastavnike s visokom razinom djelotvornosti, kompetencija i učinkovitosti. Budući da za nastavnika eksperta nije nužno dugotrajno iskustvo, iako iskustvo i praksa uvelike utječu na formiranje pedagoškog takta (Palekčić, 1999), poznavanje teorije o taktu može povećati utjecaj na formiranje takta usmjeravanjem nastavnika prema zadacima (smislenog) odgoja i obrazovanja.

Nastavnici eksperti, s visokim utjecajem, ne vežu se usko uz metode poučavanja, nego na evaluaciju učinaka određenih metoda na učenike, a prema tim rezultatima prilagođavaju i svoj rad, tj. metode (Hattie, 2012). Dakle, oni su refleksivni praktičari. Između ostalog, ono što karakterizira učitelje eksperte je nadgledanje procesa učenja, identificiranje učenika koji nisu ostvarili zadane ishode ili ne napreduju te davanje povratnih informacija i prilagodba poučavanja prema njima. Dakle, temeljem znanja o učeničkom predznanju ili trenutnoj razini znanja nastavnik ekspert donosi informirane odluke (Hattie, 2012; Sullivan, 2011). Nastavnici eksperti su evaluatori procesa učenja, stvaraju pozitivno razredno ozračje u kojem su i pogreške dobrodošle i korisne za učenje, „više slušaju, a manje pričaju“ te dobro definiraju ishode učenja i kriterije vrednovanja. Nastavnik ekspert proces učenja čini *vidljivim,* daje povratne informacije koje pomažu učeniku u napretku, uči učenika kako učiti te kognitivno modelira (Hattie, 2012). Ovo se odnosi i na samo predmetno učenje, potporu u razvoju samoregulacije, motivacije, a u kontekstu povratnih informacija na pomaganje učeniku da identificira ishode učenja, poveže aktivnost sa ishodom, poveže razinu vlastite izvedbe s kriterijima vrednovanja te interpretira i primijeni povratnu informaciju na odgovarajući način.

Na osnovu istraživanja Smith i suradnici (2008; Hattie, 2012) izdvajaju pet glavnih dimenzija koje odlikuju nastavnika eksperta (slika 16). Nastavnici eksperti identificiraju najvažnije i reprezentativne načine poučavanja predmeta koje predaju, kreiraju optimalno razredno ozračje za učenje, nadgledaju proces učenja i pružaju povratnu informaciju, uvjerenja su da učenici mogu doseći postavljene kriterije uspješnosti i utječu na širok spektar odgojno-obrazovnih ishoda učenja, a ne samo na postignuća na ispitu.

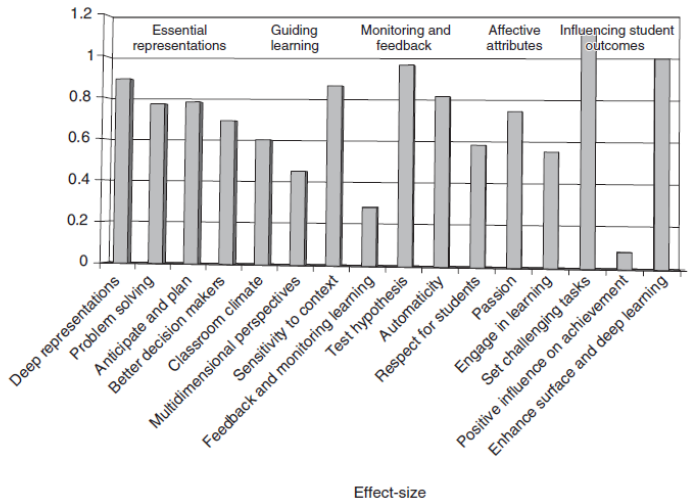


FIGURE 3.1 Effect sizes of differences between expert and experienced teachers

Slika 16. Nastavnik ekspert (Smith i sur., 2008, u: Hattie, 2012, str. 29)

Nastavnikovo predmetno-stručno znanje ima vrlo mali učinak (d=0,11) na postignuća učenika (Hattie 2012). Drugim riječima, razina matematičkog znanja nastavnika nema poseban utjecaj na učenička postignuća. Hattie (2012) tvrdi da razlikovni faktor između nastavnika eksperata i drugih nastavnika nije u „količini" znanja, pa čak ni didaktičko-metodičkog (o strategijama koje postoje, znanja o kurikulumskim pitanjima i sl.), nego u pedagoškom znanju, tj. načinu na koji nastavnici organiziraju i koriste znanje, stavovima o tome kako bi se određeno gradivo trebalo poučavati te znanju o tome *kada* učenici uče. Nastavnici eksperti znaju kako uvesti novo gradivo na način da ga integriraju, povezuju i nadograđuju s prethodno stečenim znanjem učenika, mogu uspostavljati korelacije s drugim predmetima i prilagoditi poučavanje u skladu s potrebama učenika (Hattie, 2012). Zbog načina na koji vide svoju ulogu kao nastavnika (refleksivni praktičari koji kontinuirano evaluiraju učinke vlastitog poučavanja i u skladu s time prilagođavaju vlastiti rad) imaju veći izbor strategija poučavanja i podupiranja učeničkog učenja („ljestava" u kontekstu *scaffoldinga*) i mogu bolje predvidjeti učeničke greške i miskoncepcije, a u skladu s time i adekvatno odgovoriti na njih (Hattie, 2012). Kontinuiranim praćenjem i vrednovanjem stalno traže dokaze o tome tko nije usvojio ishod, tko ne napreduje, a kao odgovor na te probleme nude prilagodbu vlastitog rada (poučavanja) (Hattie, 2012).

Nastavnici eksperti stvaraju razredno ozračje u kojem postoji visoka razina povjerenja i poštovanja (Hattie, 2012). To se u prvom redu odnosi na pogreške koje su bit učenja i obrazovno načelo koje preferira nastavnik s izraženim pedagoškim taktom (Jukić, 2010). Za učenike, proces rekonceptualizacije onoga što znaju kako bi mogli prihvatiti nova shvaćanja može značiti prepoznavanje pogrešaka i odbacivanje prethodnih ideja (Hattie, 2012). Učenici često ne vole griješiti, a samim time niti pokušavati davati odgovor bojeći se negativne reakcije

nastavnika i/ili drugih učenika, no u ozračju u kojem su pogreške dobrodošle i prilika za učenje, u kojem je nastavnici manje pričaju, u kojoj je angažman i učenikovo postavljanje pitanja visoko, nema takvih bojazni (Hattie, 2012).

Nastavnici eksperti fleksibilni su kada planirani nastavni sat ne ide točno po planu i vješto rješavaju probleme te improviziraju (intuitivno reagiraju (Vrcelj i sur., 2023)) načine na koji učenici mogu ostvariti ishode prema kriterijima vrednovanja (Kyriacou, 2001). U tim situacijama, koje su nepredvidive, nekontrolirane, neplanirane i izazovne do izražaja dolazi pedagoški takt nastavnika (van Manen, 2015), odnosno sposobnost uočavanja trenutnog kognitivnog i emocionalnog stanje osobe te donošenje odluka o provođenju nastavnog plana temeljem percipiranog (Suzuki, 2012).

Hattie (2012) uvodi i naziv adaptivni ekspert za nastavnike koji vješto nadgledaju proces učenja i prate „trenutno" stanje i proces usvajanja ishoda učenika, a u te svrhe redovito prikupljaju, odnosno traže i koriste povratne informacije od učenika.

Nastavnici eksperti imaju uvjerenja da se matematika može usvojiti radom (učenjem), trudom i zalaganjem, a ne da je sposobnost (u matematici) urođena i genetski definirana, tj. nepromjenjiva (Hattie, 2012). Istraživanja su pokazala da na poboljšanje učeničkih postignuća u srednje značajnoj mjeri (d=0,43) utječu pozitivna očekivanja nastavnika (Hattie, 2017). Upravo zbog toga, potrebno je raditi na razbijanju predrasuda i razuvjeravanju da je matematička kompetencija urođena te da ne mogu svi učenici uspješno razviti matematičku kompetenciju. Navedena uvjerenja očituju se pokazivanjem *strasti* prema tome da svaki učenik može uspjeti (Hattie, 2012). Navedeno se ogleda i u formuliranju povratnih informacija koje daje učenicima i one se nikad ne odnose na osobnu razinu već su uvijek u kontekstu učenja i odnose se na izvedbu učenika. Ta *strast* nastavnika ima sedam faktora koje se odnose na didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika, stil rada nastavnika, njegove stavove, socio-emocionalni odnos prema učenicima pa i razredno ozračje koje kreira (Hattie, 2012). *Strastveniji* nastavnici su oni koji pokazuju da im je stalo do učenika i njihovog napretka (*care*); čiji autoritet učenici prihvaćaju i koji optimalno koriste i upravljaju vremenom (*control*); koji pojašnjavaju na jasne, razumljive i različite načine (*clarify*); koji postavljaju izazovne ciljeve i uče se samoispravljanju (*challenge*); koji čine nastavu zanimljivom (*captivate*); koji uvažavaju učeničko mišljenje, ideje i prijedloge (*confer*); koji traže potvrdu o učeničkom učenju i napretku te daju informacije kako se poboljšati (*consolidate*) (Hattie, 2012). Konačno, niz istraživanja navodi da se nastavnicima ekspertima smatraju oni nastavnici koji su pokazali visoku strast i posvećenost (Hattie, 2012), entuzijazam (Hall i sur., 1988), ljubav prema nastavničkom poslu

(Fives, 2003). I u ovom slučaju može se uočiti povezanost onoga što definira strast nastavnika s pedagoškim taktom. Nastavnici imaju osobna iskustva kao učenici, a ona utječu na njihovo znanje i stavove o poučavanju i učenju, ali i uvjerenja te predstavljaju svojevrstan model za vođenje nastave (Brown, 2004; Kyriacou, 2001). Osim toga, učenici katkad usvajaju i načine ponašanja nastavnika koje poštuju, a pri čemu nastavnikova pedagoška osobnost ima utjecaj i na učenikovu osobnost (Jukić, 2010).

Iako se mjera učenja i kompetencija učenika za suvremene obrazovne politike (ekonomsko-funkcionalističke perspektive (Bašić, 2007)) isključivo temelji na učinku na rezultatima testova, a kroz njihove rezultate mjeri se i učinkovitost nastavnika (Friesen i Osguthrope, 2017), nastavnicima ekspertima smatraju se oni koji ostvaruju veći utjecaj od poboljšanja učeničkih predmetnih postignuća u vidu ostvarenja rezultata na testu (Hattie, 2012), a što odgovara pedagogijskoj perspektivi (Bašić, 2007). Utjecaj se odnosi na poticanje učenika za nastavkom školovanja, razvoj dubljih, konceptualnih i metakognitivnih znanja, razvoj samopouzdanja, samopoštovanje prema sebi, poštovanja prema drugima (Hattie, 2012) te holističkom razvoju djeteta kao socijalnog, kulturnog, moralnog, duhovnog bića (Previšić, 1998).

Prema svemu navedenome može se uočiti da postoje brojna obilježja učinkovitog nastavnika, a koja se prema određenim (ili većini) karakteristika podudaraju, nadopunjuju i povezana su.

2.3.3. Interakcija između nastavnika i učenika

Kontekst, razredno ozračje i komunikacija predstavljaju važne socijalne dimenzije nastave koje utječu na školska postignuća učenika (Bognar i Matijević, 2005; Koludrović i sur., 2015; Šimić Šašić, 2011). Wang i suradnici (1993) govore da varijable koje se tiču razrednog ozračja, interakcija, konteksta (implementacije, rukovođenje i sl.) imaju gotovo jednak utjecaj na učenje kao i učeničke sposobnosti.

Niz istraživanja pokazao je da odnos i interakcija nastavnika s učenicima značajno utječe na učeničkih postignuća (d=0,52) (Hattie, 2017), a posebno u nastavi matematike (Wubbles, 1993). Rakoczy i sur. (2008) identificiraju odnos nastavnika i učenika kao važnu komponentu koja poučavanje čini kvalitetnim, a utječe i na kriterije ocjenjivanja. Koludrović i suradnici (2015) u istraživanju prediktora uspjeha u matematici za elemente razrednog ozračja promatrali su (odnos učenik-učenik, odnos nastavnik-učenik, osjetljivost na nasilje), a najznačajnijim pokazao se odnos na relaciji učenik-nastavnik. Huitt (2003) je pokazao da su vrsta i kvaliteta interakcija povezani s ishodom učenja.

Većina istraživanja koja se bave proučavanjem povratne informacije iz kognitivne perspektive najčešće se bavi samo utjecajem povratne informacije na postignuća i razvoj dubljih kognitivnih

procesa (Rakoczy i sur., 2008). Istraživanja koja se bave proučavanjem povratne informacije u okviru teorije samoodređenja u obzir uzimaju moguće posredovanje varijabli kao što su socio-emocionalna iskustva i sl. (Deci i Ryan, 1991). Povratna informacija u okviru ovog rada proučava se u okviru socio-konstruktivizma koji naglašavaju interakciju kao važnu komponentu u izgradnji znanja, tj, učenju. Interakcija nastavnika i učenika može se promatrati iz različitih aspekata kao što su komunikacija, socio-emocionalni odnos, stil poučavanja, razredno ozračje itd. (Šimić Šašić, 2011). U okviru ovog rada interakcija se uzima kao važna varijabla koja može moderirati utjecaj povratne informacije na postignuća, zbog čega je u ovo istraživanje je uključena učenička percepcija odnosa i interakcija između nastavnika i učenika kao moderator.

2.3.3.1. Pedagoški takt nastavnika

U području relacijske pedagogije, posebno u tumačenju odnosa između nastavnika i učenika veliku ulogu ima pedagoški takt nastavnika. Pedagoški takt holistički je pedagoški fenomen koji se manifestira na različite načine u različitim (inter)akcijama (van Manen, 1991). Palekčić (1999) i Jukić (2010) navode da je ono suštinska odlika i umijeće nastavnika, odnosno profesionalnog djelovanja nastavnika.

„Pedagoški takt podrazumijeva svijest o djetetovim iskustvima i uključenost u subjektivnost drugoga. Djelovati taktično znači biti svjestan situacije koja zahtijeva osjetljivost, razumijevanje značenja onoga što se vidi, osjećaj važnosti situacije te na temelju toga znati kako i što činiti, zapravo učiniti nešto ispravno.“ (van Manen, 1991, str. 146, u: Vrcelj i sur., 2023, str. 19). Odnosno, pedagoški takt je umijeće ispravnog ponašanja nastavnika (na prvom mjestu je dobrobit učenika) u pedagoškim interakcijama koje su situacijski oblikovane (Burghardt i Zirfas, 2019, prema Vrcelj i sur., 2023).

Posebno, opasnost leži u donošenju odluka na temelju nedovoljnog promatranja te u krivoj interpretaciji određenog ponašanja (Jurić, 2004). Dakle, pedagoški takt odnosi na sposobnost obzirnog i primjerenog postupanja u složenim učioničkim situacijama, pri čemu se odluke o tome donose u djeliću sekunde (Sipman, 2019). Primjereno postupanje može se povezati i sa suzdržanošću, pružanjem odgovarajuće, a ne prevelike podrške, odnosno primjerenim nedjelovanjem. Palekčić (1999, str. 117) navodi da je je osnovno obilježje pedagoškog takta “uzdržanost i težnja k (ne)nametanju zahtijeva izvana” (Palekčić, 1999).

Pedagoški takt dolazi do izražaja kada znanje kojim nastavnik raspolaže nije dovoljno i učinkovito (Jukić, 2010), a očituje u prirodnim nastavnim uvjetima (koji su složeni i dinamički) te „bremenitim situacijama koje postaju sve teže savladive, a na koje se treba naći pedagoški

odgovor“ (Vrcelj i sur., 2023, str. 14). Slično navodi i van Manen (1999, prema Nikšić Rebihić, Komar, 2024), da pedagoški takt omogućuje nadilaženje problematičnog odvajanja teorije od prakse. On se pojavljuje u „neplaniranom jazu“ (Friesen i Osguthrope, 2017) između onog što je planirano i onog što se realizira u učionici. Dodatno, Kraus i Senkbeil (2022) navode da se on odvija *jedino* u nepredviđenoj situaciji u kojoj se nastavnik nađe u razredu. Iako je pedagoški takt „vladar prakse“, on je istovremeno poslušni sluga teorije (Palekčić, 1999, prema Nikšić i sur., 2024). Prema Palekčiću (1999, str. 116) takt se “stječe samo u praksi (gdje životno iskustvo djeluje na naš osjećaj), ali samo ako je osoba prethodno stekla teorijsko obrazovanje”.

Često se zbog toga pedagoški takt dovodi u (visoku) korelaciju s intuicijom (van Manen, 2015). Herbart intuiciju u pedagoškom taktu vidi kao unutarnji osjećaj za djelovanje koje nije proisteklo iz procesa razmišljanja, odnosno nije kognitivni zaključak (Nikšić i sur., 2024). No, van Manen (2016) uz intuitivnu osjetljivost ne umanjuje ni razumski dio. Van Manen (2015) navodi da se intuicija može „naučiti“ opažanjem, svjesnom analizom, refleksivnim promišljanjem o situacijama. Pri tome se stvaraju se novi mentalni modeli i obrasci djelovanja (ponašanja) koji će biti osnova za intuitivne odluke u nepredviđenim i izazovnim situacijama (Vrcelj i sur., 2023). Dodatno, uz intuiciju, Hertting (2010, prema Nikšić i sur., 2024) pedagoški takt povezuje s osnovnim humanističkim pogledom.

Iskustvo je zbog toga neophodno za razvoj pedagoškog takta. Nastavnici početnici kojima nedostaje bogatstvo iskustva različitih izazovnih situacija u većoj mjeri se oslanjaju na teoriju (i zadani kurikulum), dok s druge strane, iskusni nastavnici u većoj mjeri reagiraju prema bogatom iskustvu i intuiciji (Vrcelj i sur., 2023). Ipak, bez situacijskog razumijevanja, refleksivne prakse, kritičkog promišljanja i stručnog znanja, neovisno o godinama radnog staža nema ni uspješnog djelovanja (Hattie, 2012; Sipman i sur., 2019). Konačno moglo bi se reći da je pedagoški takt snaga uma nastavnika „u kojoj on pored dobrog znanja, kvalitete iskustva, ima i sposobnost dobre prosudbe“ (Nikšić i sur., 2024, str. 162).

Nastavne situacije oblikovane su iskustvima, specifičnim okolnostima i nepredvidivim događajima, zbog čega je planiranje nužno, ali mora biti fleksibilno. Pedagoški takt prema Herbartu omogućuje sigurnost u promjenjivim situacijama, a nastavnik koji ima razvijeni pedagoški takt sposoban je balansirati između pripremljenog nastavnog plana i spontanog prilagođavanja (Nikšić i sur., 2024). Pedagoški takt nastavnika očituje se u tome koliko poštuje učenike i uvažava njihove posebnosti, sposoban je protumačiti njihove misli, motive, osjećaje, želje, uzročno-posljedične odnose (i iz neizravnih znakova kao što su geste, ekspresije lica, držanja tijela (van Manen, 1991)), poznaje ih, te u obzirom na to primjereno djelovati u

nepredvidivim i složenim situacijama (Vrcelj i sur., 2023). Primjerice, tako taktičan učitelj svjestan je i nastoji (zna) protumačiti razloge učinkovitosti prihvaćanja povratnih informacija ovisno o danom kontekstu, odgovarajućoj formulaciji, putem određenog medija i u pravo vrijeme u konkretnim situacijama s određenim učenikom.

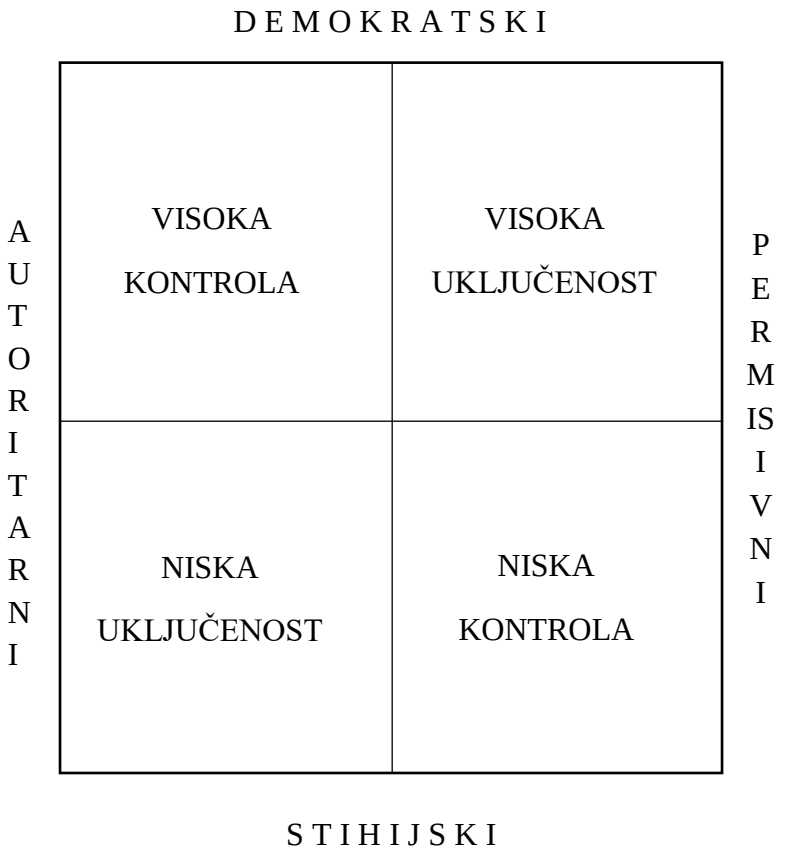
Posebice u kontekstu povratnih informacija važno je tzv. znanje o učenicima koje se razvija kroz pedagoški odnos (relaciju). Za ostvarenje takvog odnosa potrebno je njegovati poticajno, opušteno i ugodno razredno ozračje. Tek nastavnik koji ima razvijen odnos s učenicima i poznaje njihove individualne posebnosti, stavove, uvjerenja, odnos prema matematici, način razmišljanja, metakognitivne vještine itd. može nastavu prilagoditi učeniku (i povratne informacije) i tada poučavanje postaje smisleno. Odnos između nastavnika i učenika, iako zahtijeva bliskost, podrazumijeva održavanje potrebne distance koja je prijeko potrebna u pedagoškom odnosu (Friesen i Osguthorpe, 2017). Zbog toga interakcija između nastavnika i učenika nikako ne može biti simetrična (ravnopravna, pregovaračka) nego asimetrična (van Manen, 1991).

Asimetrična interakcija podrazumijeva da odnos na relaciji nastavnik – učenik nije „ravnopravan“ jer nastavnik ima više znanja, odgovornosti i moći. Nastavnik je taj koji posjeduje znanje kako oblikovati nastavne situacije, donosi odluke i vodi brigu o dobrobiti djeteta (Vrcelj i sur., 2023). Nastavnik koji posjeduje visokorazvijeni pedagoški takt svjestan je asimetričnosti odnosa te zbog toga postupa osjetljivo, odgovorno, ne zloupotrebljavajući moć te na dobrobit djeteta, u skladu sa specifičnom situacijom, interesima i potrebama. Odgovornost za drugoga (van Manen, 1991) ključna je u pedagoškim odnosima i uključena u pedagoški takt. Jukić (2010) navodi da uspostavljanje pedagoškog (kon)takta zvuči kao aktivna pojava, ali da (kon)takt može biti uspostavljen i na pasivan način. Pasivan (kon)takt najčešće se uspostavlja putem skrivenog kurikuluma, razrednog ozračja, posredovanjem osobnosti nastavnika i kroz posjedovanje određenog nastavničkog stila.

2.3.3.2. Nastavnički stil

Jedan od ključnih prediktora kvalitetnog i ugodnog razrednog ozračja je nastavnički stil poučavanja (Koludrović i sur., 2015). Budući da je prethodno već rečeno da je za učinkovitost povratnih informacija odgovarajući autoritativan stil rada nastavnika te zbog postavljene metodologije rada (kontrole i kvalitativne analize nastave), kratko će se razmotriti nastavnički stilovi kao važan kontekstualni faktor u ispitivanju učinkovitosti povratne informacije kao središnjeg konstrukta rada. Dodatno, donijet će se obilježja i vrsta povratnih informacija koja proizlaze iz obilježja pojedinih nastavničkih stilova.

Stil rada nastavnika usmjerava proces poučavanja te utječe na učenike i sposobnost učenja učenika (Grasha, 2002, prema Šimić Šašić, 2011). Obzirom na razinu kontrole i uključenosti (emocionalne topline) moguće je razlikovati četiri stila rukovođenja razredom: autoritarni, demokratski (autoritativni), permisivni (popustljivi) i stihijski (Bosworth i sur, 1996). Na slici 17. dan je vizualni prikaz tipologija stilova.



Slika 17. Tipologija nastavničkih stilova obzirom na razine kontrole i uključenosti

Autoritarni nastavnički stila rukovođenja razredom karakterizira visoki nadzor i kontrola (niska uključenost), kažnjavanje učenika (Tschannen-Moran i sur., 1998, prema Horvat, 2019), a navedeno je povezano sa stresom, neprijateljskim odnosima između nastavnika i učenika, nezadovoljstvom (Yoon, 2002) te niskom razinom očekivanja od učenika. Ovakve nastavnike učenici doživljavaju kao stroge i nepravedne (Šimić Šašić, 2011). Kod nastavnika sa ovakvim stilom rada pedagoški takt je vrlo nizak, karakteristična je jednosmjerna komunikacija, a što se odnosi i na povratne informacije. Povratne informacije uglavnom ističu ono što nije dobro napravljeno, a nerijetko je praćeno prijetnjom o kazni, nedovoljnoj ocjeni i sl. Dakle, uglavnom je riječ o neodobravajućim i negativnim evaluativnim informacijama prema Tunstall i Gipps (1996), odnosno o povratnim informacijama koje daju informaciju o rezultatu (KR) prema

Shute (2008). Ipak, istraživanja su pokazala da takav stil može voditi visokim učeničkim postignućima, ali ono stvara neugodno razredno ozračje (Šimić Šašić, 2011; Vizek Vidović i sur., 2003).

Permisivan nastavnički stil neuspješan je i po pitanju učeničkih školskih postignuća i po pitanju međuljudskih odnosa te razrednog ozračja (Vizek Vidović i sur., 2003). Ovaj stil karakterizira niska kontrola, a visoka emocionalna uključenost (Šimić Šašić, 2011). Nastavnici permisivnog stila imaju neujednačen pedagoški takt, ne postavljaju se jasne granice u pedagoškim odnosima, a takt zapravo prelazi u pretjeranu popustljivost. Povratne informacije kod takvih nastavnika rijetko se daju i većinom su evaluativne pozitivne, čak i kada su nezasluženе. Izbjegava se svaki oblik kritike i sukoba pa tako i povratne informacije koje bi mogle izazvati „neugodnosti" radi ukazivanja na netočnosti. Ne postavljaju se visoki (ili nikakvi) standardi, zahtjevi ili izazovi, nastavnik nema očekivanja i ne reagira na (ne)uspjeh.

Kod nastavnika stihijskog stila rada pedagoški takt u potpunosti je odsutan, nema pedagoškog odnosa ni pedagoškog odgovora u potrebnim nastavnim situacijama, odnosno karakterizira ga niska kontrola i niska uključenost (Šimić Šašić, 2011).

Nastavnik koji ima autoritativni stil rukovođenja razredom ima visokorazvijeni pedagoški takt, stvara ugodno razredno ozračje i dobre odnose s učenicima, pogreške su dobrodošle, a komunikacija je dvosmjerna. Nastavnik s autoritativni stilom rukovođenja ima visoku razinu kontrole i visoku razinu emocionalne uključenosti (Šimić Šašić, 2011). U takvom razredu povratne informacije su pravovremene, poticajne, individualizirane (prilagođene učeniku), konstruktivne i usmjerene na poboljšanje postignuća.

2.3.3.3. Model interpersonalnog ponašanja nastavnika

Interakcija se općenito definira kao odnos dvije ili više jedinki koje međusobno utječu jedna na drugu (Duran, 2000; Wagner, 1994). U nastavnom kontekstu značajno je nekoliko razina interakcije, a u suvremenoj nastavi one se prikazuju didaktičkim trokutom (Friesen i Osguthrope, 2017), odnosno tetraedrom, kao što je rečeno ranije u potpoglavlju 2.1.4.4.1.

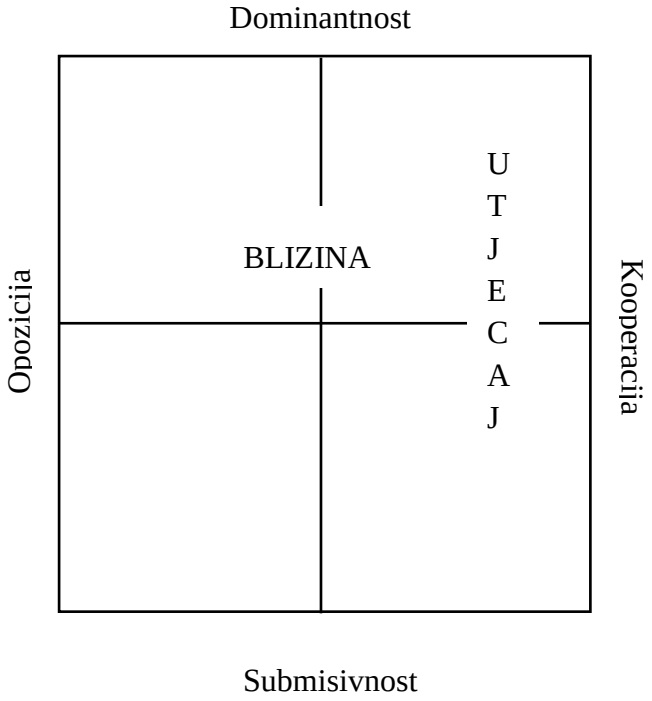
Wubbels, Creton i Holvast (1988) promatrali su nastavničko ponašanje, posebno komunikaciju, u razredu iz perspektive teorije sustava pri čemu razred predstavlja sustav, a nastavnik i učenici te njihove međusobne interakcije čine komponentne tog sustava.

Slično kao u Bandurinom modelu recipročnog determinizma u okviru socijalno-kognitivne teorije, smatra se da sudionici sustava utječu jedni na druge, tj. da učenici utječu na okolinu i nastavnika jednako kao i nastavnik na njih. Zbog toga se cirkularni komunikacijski procesi ne sastoje samo od ponašanja nego i određuju ponašanja (Fisher i sur., 1995). Socijalna interakcija

između nastavnika i učenika vrlo je važna za davanje (i prihvaćanje) te učinkovitost povratnih informacija (Cowie, 2005; Hattie i Timperley, 2007) te se u sklopu ovog rada promatra kao parazitarna varijabla davanja učinkovitih povratnih informacija. Obzirom na to bilo je potrebno kontrolirati varijablu interpersonalnog stila ponašanja nastavnika zbog pogreške u izboru uzorka. U tu su svrhu analizirani profili nastavnica uključenih u istraživanje (a koji su dobivenim primjenom upitnika temeljenog na Wubbelsovom modelu). Odabirom nastavnica s međusobno sličnim ili usporedivim stilovima nastojao se smanjiti utjecaj interpersonalnog stila kao potencijalne parazitarne varijable, kako bi se učinci intervencije mogli pouzdanije pripisati nezavisnoj varijabli, tj. povratnoj informaciji. Nadalje, radi kontrole i obogaćivanje rezultata u radu se provela kvalitativna analiza gustog i detaljnog opisivanja čime se obuhvatio i aspekta stila rada i interpersonalnog ponašanja. Zbog svega prethodno navedenog, u nastavku rada dat će se kratki prikaz razvoja modela interpersonalnog ponašanja te odgovarajuća tipologija nastavničkih profila.

Adaptacijom Learyjevog modela (1957, prema Fisher i sur., 1995) sa slike 18. Wubbels i suradnici (1985) razvili su model interpersonalnog ponašanja koji u fokus stavlja socio-emocionalne odnose između nastavnika i učenika koji se temelji na dimenziji utjecaja i blizine. Utjecaj ima dvije krajnosti koje su dominantnost (D) i podređenost, tj. submisivnost (S), a upućuje na stupanj i razinu kontrole. Dimenzija blizine je određena stupnjem suradnje ili bliskosti, a može biti kooperativna (C) (suradnička) ili opozicijska (O). Navedene dimenzije su neovisne i njihovi tipovi (D-S i C-O) predstavljaju krajnje instance određenog ponašanja.

Stoga, prema navedenom, nastavnička ponašanja mogla bi se okarakterizirati kao suradničko-dominantna (CD), suradničko-submisivna (CS), opozicijsko-dominatna (OD) ili opozicijsko-submisivna (OS), a model se može prikazati u koordinatnom sustavu (slika 18.).

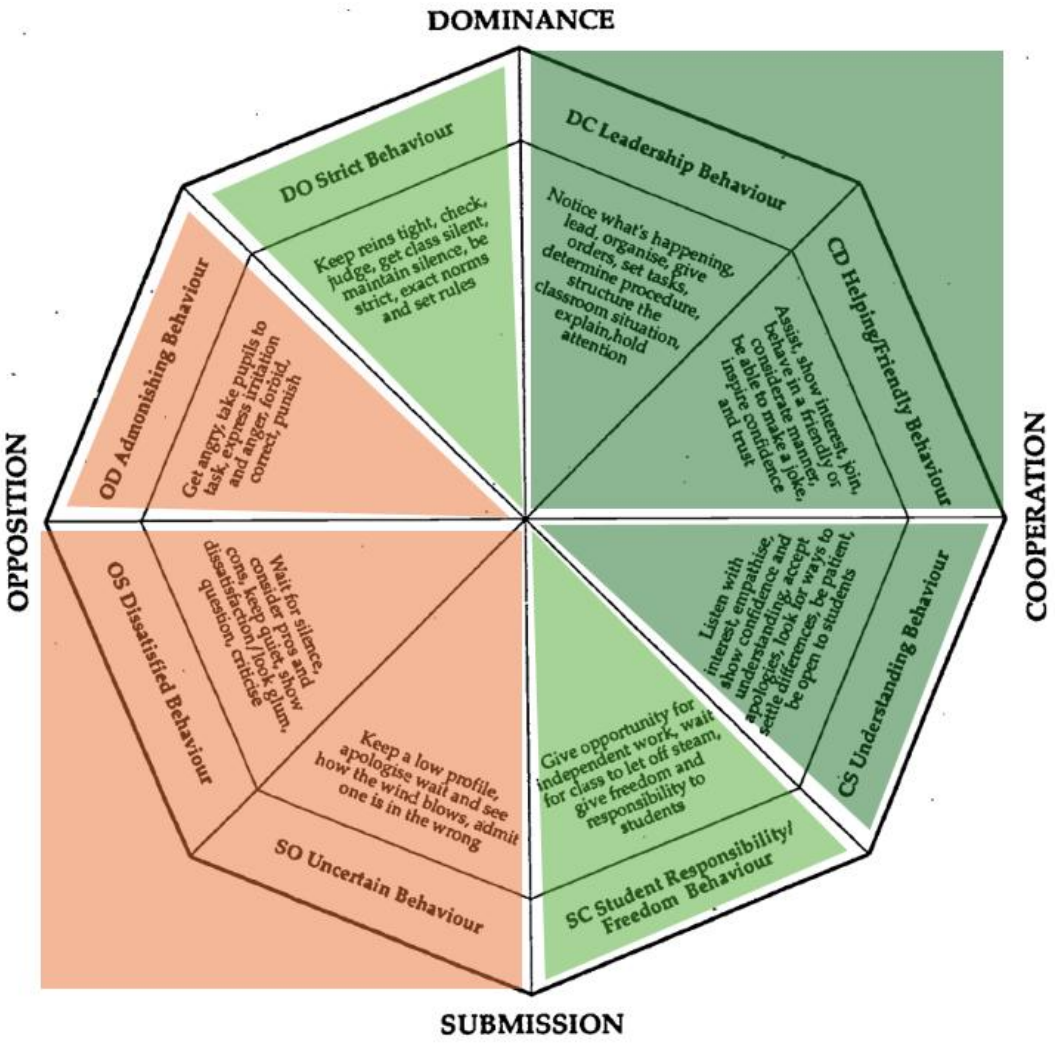


Slika 18. Learyjev model prema Goh (1994)

Wubbels i suradnici (1991, prema Fisher i Rickards, 1998) svaki od navedenih kvadranata (sa slike 18.) podijelili su u još dva sektora opisujući različite aspekte interpersonalnog ponašanja, a svaka komponenta interpersonalnog ponašanja može se smjestiti unutar oktagona između osi. Mogu se izdvojiti četiri podtipa ponašanja: dominantno-suradničko (DC, CD), dominantno-opozicijsko (DO, OD), podređeno-suradničko (SC, CS) i podređeno-opozicijsko (SO, OS). Tipovi ponašanja koji su u smješteni bliže jedno drugome u oktagonu dijele više zajedničkih obilježja i povezani su (npr. DC i CD), dok tipovi ponašanja koja se nalaze nasuprot jedno drugome prikazuju dijametralno suprotna ponašanja (npr. DC i SO). Pri tome autori su posebno izdvajali ponašanja OS i SO i sl. pa iako su oba ponašanja određena s opozicijom i submisivnosti, kod ponašanja koje je označeno sa OS je opozicijsko ponašanje jasnije izraženo i više uočljivo, dok je kod ponašanja koje je označeno kao SO, dimenzija submisivnosti dominantnija u odnosu na opozicijsko ponašanje itd. (Fisher i Rickards, 1998).

Temeljem ovih dimenzija opisuje se model koji sadrži osam nastavničkih interpersonalnih ponašanja: lidersko ponašanje (DC/LD), prijateljsko ponašanje (CD/HFr), ponašanje razumijevanja (CS/UND), ponašanje koje pruža slobodu/omogućuje učeničku odgovornost (SC/SRe), nesigurno ponašanje (SO/UNC), nezadovoljno ponašanje (OS/DIS), opominjuće ponašanje (OD/ADM), strogo ponašanje (DO/STR). Prikaz modela dan je na slici SM pri čemu nijanse boje (tamnozelena, svijetlozelena i crvena) ističu različite razine pozitivne utjecajnosti

ponašanja na učenička postignuća i odnose, a tamnozelenom se ističu ono pozitivno najutjecajnije.



Slika 19. Model interpersonalnog ponašanja prema Fisher i sur., (1995, str. 9)

U području dominantno-suradničkog ponašanja naglasak je na vođenju, organiziranju rada, davanju jasnih uputa i održavanju pažnje, ali uz prijateljski odnos i poticanje sudjelovanja te samopouzdanja. Dominantno-opozicijsko ponašanje uključuje strogu disciplinu, podrazumijeva „tišinu u razredu“, inzistiranje na pravilima i kažnjavanje kako bi se održao red ili poticalo na učenje.

Suprotno tome je podređeno-suradničko ponašanje koje učenicima daje više slobode i odgovornosti, potiče samostalan rad te pokazuje otvorenost i razumijevanje za različite interese i potrebe učenika. Podređeno-opozicijsko ponašanje najnegativniji oblik ponašanja manifestira nesigurnost i nezadovoljstvo, povlačenje i izbjegavanje sukoba.

Podtipovi interpersonalnog ponašanja DC i CD oboje uključuju dimenzije dominacije i suradnje, no redoslijed slova upućuje na to koja je dimenzija izraženija u navedenom ponašanju. DC predstavlja lidersko ponašanje, dominacija je izraženija i očituje se na način da nastavnik drži pažnju učenika pri objašnjavanju koncepta, zadavanju zadataka ili pri uspostavljanju procedura (Goh, 1994). S druge strane, kod prijateljskog tipa ponašanja (CD) nastavnik pokazuje više suradnje, a manje dominacije (pr. nastavnik se kreće među skupinama učenika pomažući im i motivirajući ih) (Goh, 1994).

Goh (1994) ističe da se lidersko ponašanje (DC), prijateljsko ponašanje (CD), ponašanje razumijevanja (CS) i ponašanje koje pruža slobodu/omogućuje učeničku odgovornost (SC) karakteriziraju kao pozitivna ponašanja nastavnika. Dodatno, Wubbels (1993) navode da imaju pozitivan utjecaj na stavove učenika u nastavi prirodoslovlja i matematike (Wubbels, 1993).

U ponovljenom istraživanju posebno za matematiku kao značajne varijable istaknute su lidersko i prijateljsko ponašanje, dakle dominantno-suradničko (Fisher i Rickards, 1998). U tom kontekstu, prema Goh (1994) nesigurno ponašanje (SO), nezadovoljno ponašanje (OS), opominjuće ponašanje (OD), strogo ponašanje (DO) predstavljaju negativna ponašanja. Ipak, strogo ponašanje (DO) zajedno s liderskim (DC) i prijateljskim (CD) pozitivno su povezana s učeničkim postignućima (Wubbels, 1993) za razliku od ponašanja koje u većoj mjeri daje slobodu učenicima i koje je negativno povezano s učeničkim postignućima (Wubbels i sur., 1991, prema Wubbels, 1993).

Temeljem toga Wubbels i sur. (1995) donose osam tipova interpersonalnog profila nastavnika: direktivni, autoritativni, tolerantno-autoritativni, nesigurno-tolerantni, nesigurno-agresivni, represivni, iscrpljeni.

Direktivni nastavnik stvara vrlo strukturirano okruženje za učenje koje je orijentirano na zadatke. Direktivni nastavnik je vrlo organiziran i dobro raspolaže vremenom, dominira u razrednim raspravama, ali zadržava učenički interes. Direktivni nastavnik nije blizak učenicima, iako povremeno pokazuje razumijevanje za učenike i prijateljski pristup. Direktivni nastavnik postavlja visoke zahtjeve, ponekad iskazuje ljutnju, a češće kritizira i proziva učenike koji se neprimjereno ponašaju. Povratna informacija direktivnog nastavnika je češće korektivna, kratka, dana na razrednoj razini te usmjerena na točnost i kontrolu rada.

Autoritativni nastavnik stvara ugodno razrednoj ozračje u kojem su pravila ponašanja jasna i poštuju se, a okruženje za učenje dobro je strukturirano i orijentirano na zadatke. Autoritativni učitelj je entuzijastičan, pokazuje otvorenost i interes za potrebe učenika. Povratna informacija

autoritativnog nastavnika je individualna, pravovremena, dana u ZPD, tj. na odgovarajućoj razini te formulirana u skladu s petljom povratne informacije.

Tolerantno-autoritativni nastavnik stvara okruženje za učenje u kojem je u većoj mjeri podržana sloboda i izbor učenika. U odnosu na prethodna dva tipa tolerantno-autoritativni nastavnik razvija veću bliskost s učenicima koji su vrlo aktivni i voljni u radu. Razredno ozračje je vrlo ugodno, opušteno, prisutan je humor u učionici, a nastavnik ignorira manje poremećaje „discipline". Povratna informacija kod ovog nastavnika slična je kao kod autoritativnog nastavnika, ali uz to se usmjerava i na trud, rad i zalaganje te uključuje pohvale.

Tolerantni nastavnik stvara ugodnu atmosferu, a nastavnik pokazuje visoki interes za osobni život učenika, odnosno ostvarena je visoka razina bliskosti. Učenici u većoj mjeri imaju utjecaj na oblikovanje nastave, u većoj mjeri je zastupljen samostalni rad i sloboda učenika te učenje vlastitim tempom rada. No, Wubbels i suradnici (1995) upozoravaju da je tanka granica između toga da se takva nastava poima neorganiziranom, nepripremljenom i bez visokih očekivanja nastavnika. Povratne informacije rjeđe se daju, manje su strukturirane, češće su pozitivno evaluativne i odobravajuće ili se daju na osobnoj razini.

Nesigurno-tolerantni nastavnici su visoko kooperativni i spremni su više puta objasniti učenicima koji nisu slušali/shvatili, a nastavni sat nema strukturu. Nastavnici ne pokazuju liderska ponašanja u razredu, pokazuju visoku razinu tolerancije na nered (ignoriraju ga dok predaju), nema razvijena pravila ponašanja i dosljedno reagiranje na loša ponašanja. Učenici ne prate nastavu, a nastavnik ne postavlja visoka očekivanja za učenike. Povratna informacija često je dana na neodgovarajućoj razini i nejasna.

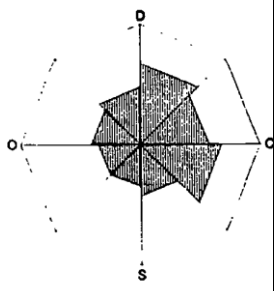
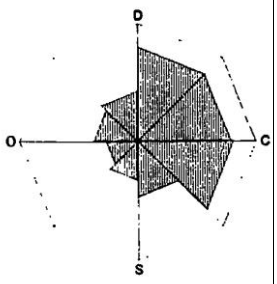
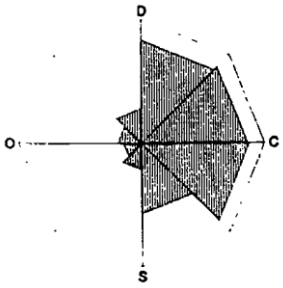
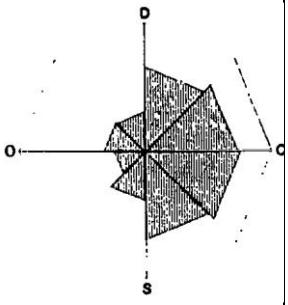
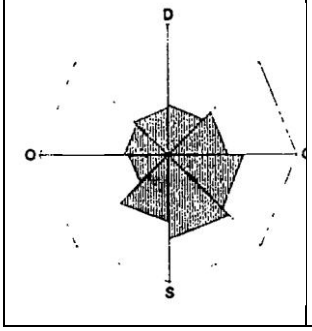
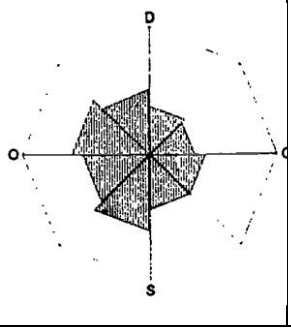
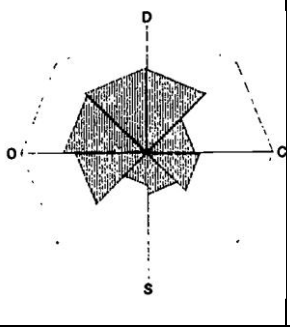
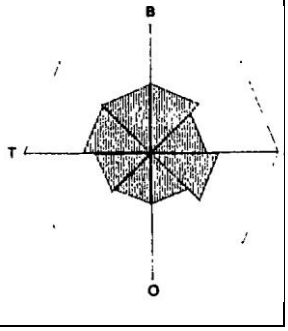
U razredu kod nesigurno-agresivnih nastavnika vlada vrlo negativno razredno ozračje u kojem se nastavnici i učenici međusobno smatraju protivnicima i svo vrijeme provode u sukobu, a pravila ponašanja nisu jasno iskomunicirana. Većinu vremena takav nastavnik provodi pokušavajući uspostaviti disciplinu u razredu, često ishitrenim, paničnim i agresivnim reakcijama (npr. otimanjem osobnih predmeta učenika za koje je procijenjeno da su uzrok učeničkog ometanja nastave), a učenje ostaje u drugom planu. Povratna informacija često je na osobnoj razini, neodobravajuća, negativna i evaluativna.

Represivni nastavnik postiže izrazito visoku razinu discipline i poslušnosti. Ozračje je neugodno, vlada atmosfera ispitne anksioznosti te straha od nastavnikovih ljutih ispada, pretjeranih reakcija, sarkastičnih primjedbi ili kazne. Osim toga, a odnos je vrlo distanciran i rezerviran. Represivni nastavnik ima visoku razinu dominacije u razredu, dobro strukturira nastavni sat u kojem vlada tišina, pitanja nisu dopuštena, a pomoć od nastavnika nije dostupna.

Represivnog nastavnika učenici doživljavaju kao nesretnog i nestrpljivog. Kod ovog nastavnika dominiraju povratne informacije kao i kod nesigurno-agresivnih nastavnika.

Za posljednji tip nastavnika obzirom na interpersonalni odnos s učenicima koristi se naziv „iscrpljeni nastavnik“, odnosno nastavnik koji je pred sagorijevanjem. Nastavnik se neprestano bori s upravljanjem razredom (disciplina i sudjelovanje) u čemu uspijeva, ali uz velike napore. Nastavnik ne ostvaruje bliskost s učenicima, usmjeren je na predmet i uglavnom dominira na način da on uglavnom govori na satu. U sljedećoj tablici dan je vizualni prikaz nastavničkog profila obzirom na zastupljenost pojedinog tipa interpersonalnog ponašanja kod nastavnika. Povratna informacija često izostaje, sadrži samo jedan dio petlje i uglavnom se daje na razrednoj razini.

Tablica 5 Prikaz nastavničkih profila prema rezultatima upitnika nastavničke interkacije (dalje: QTI) (Wubbels i sur., 1995)

DIREKTIVAN	AUTORITATIVAN	TOLERANTNO-AUTORITATIVAN	TOLERANTAN
			
NESIGURNO-TOLERANTAN	NESIGURNO-AGRESIVAN	REPRESIVAN	ISCRPLJEN
			

Iz svega navedenog razvidno je da interpersonalni stil nastavnika oblikuje kontekst u kojem se povratne informacije daju, interpretiraju i prihvaćaju. Upravo zbog toga, u ovom se istraživanju navedeno uzima u obzir kao kontrolna varijabla, kako bi se jasnije izdvojio učinak davanja

učinkovite povratne informacije na postignuća. Više o učinkovitim povratnim informacijama slijedi u idućem poglavlju.

2.4. Učinkovita povratna informacija

Osim u svrhe poboljšanja stjecanja znanja (d=0,51), povratna informacija istražuje se i primjenjuje i motivacijskoj (d=0,33), fizičkoj (d=0,63) i ponašajnoj (d=0,48) domeni (Wisniewski i sur., 2019). U ovom poglavlju donose se teorijska uporišta i pregled istraživanja o povratnoj informaciji u kognitivnom području, a posebno o njezinoj primjeni u nastavi (srednjoškolske) matematike. Cilj ovog poglavlja je pružiti cjeloviti pregled teorijskih i praktičnih aspekata povratne informacije, istaknuti važnost, varijabilnost i moderatore njezine učinkovitosti te izazove primjene u praksi.

2.4.1. Povratna informacija prema teorijama učenja i poučavanja

Najopćenitija definicija povratne informacije je da je to informacija o aspektima nečije izvedbe ili razumijevanja, a može biti dana od strane učitelja, roditelja, učenika, knjige, samoga sebe itd. (Hattie i Timperley, 2007). Slično, Wiggins (2012) za povratnu informaciju podrazumijeva sve vrste komentara koji se daju nakon određene aktivnosti. Kroz povijest te utjecajem pojedinih paradigmi i teorija učenja i poučavanja mijenjala se definicija povratne informacije. Osim toga, Hattie i Gan (2011) navode da se funkcija, klasifikacija i svi drugi nezavisni čimbenici temeljem kojih je moguće opisati povratnu informaciju i moderirati/posredovati njezinu učinkovitost razlikuju ovisno o temeljnim teorijama učenja i poučavanja koje se u nastavi primjenjuju te o kontekstu učenja i poučavanja na kojima se temelje istraživanja. Obzirom na to i povratna informacija se različito definira. Tako je početkom 20. stoljeća povratna informacija bila definirana kao svaki oblik informacije kojom se učeniku kazivala točnost odgovora (Kluger i DeNisi, 1988). Prijašnja istraživanja naglašavala su da je primarna uloga povratne informacije uočavanje pogrešaka i poticanje na usvajanje točnih alternativa (Fyfe i sur., 2012). Prvo proširenje definicije donio je Kulhavy (1977) navodeći da povratna informacija ne bi trebala isključivo informirati o točnosti odgovora već da se njezina složenost treba povećavati dok sam iterativni proces davanja povratne informacije ne postane oblik poučavanja, a ne samo ispravljanja. Kulhavy (1977) daje preporuke da bi se povratne informacije trebale davati što češće, ali da davanje povratnih informacija ne bi trebalo prethoditi učeničkom odgovoru jer povratne informacije koje slijede nakon pogreške imaju najveći pozitivni učinak na učenje (Anthony, 1996; Jorro, 2000, prema Santos i Pinto, 2010), dok suprotno dovodi samo do potvrđivanja točnosti odgovora (Kulhavy, 1977), a u najgorem slučaju

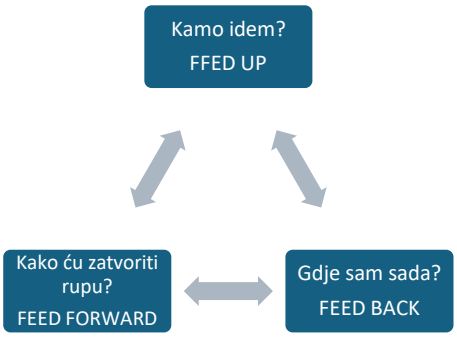
samo „prepisivanja“ točnih odgovora (Wiliam, 1999). Preuranjeno davanje povratne informacije smanjuje prilike za učenje (Anthony, 1996). Carlsonova definicija (1979, prema AARE/NZARE, 2003) naglašava jednosmjerni proces povratne informacije, odnosno dominantnu ulogu nastavnika. Prema njemu povratna informacija je autoritativna informacija koju učenici primaju i koja će pojačati ili modificirati učeničke odgovore u nastavi i učinkovitije ih voditi u ostvarivanju ciljeva učenja (Carlson, 1979, prema AARE/NZARE, 2003). Navedeni pogledi na povratnu informaciju kao ekstrinzični motivator koji utvrđuje točnost i/ili ispravlja greške kroz sustav nagrada i kazni (Brroks i sur., 2019), počiva na jednosmjernom prijemu-prijenosu u učenju kako bi se povećala razina znanja i stopa točnih odgovora u najvećem dijelu odgovaraju bihevioristočkoj (objektivističkoj) paradigmi (Hattie i Gan, 2011).

Sadler (1989) donosi definiciju *formativne* povratne informacije koja počiva na socijalno-konstruktivističkoj teoriji učenja i poučavanja. Prema Sadleru (1989) glavni cilj davanja povratne informacije je popunjavanje rupe između onoga “što se zna” i onoga “što se treba naučiti”, tj. smanjenju raskoraka između trenutnog razumijevanja i izvedbe te željenog (zadanog) cilja, tj. ishoda (Hattie i Timperley, 2007). Glavna uloga povratnih informacija je stvaranje napretka u učenju (Stobart, 2008). Sadler (1989) zahtijeva zadovoljavanje tri kriterija učinkovitosti povratne informacije koja: govori učeniku što se traži, omogućava mu da usporedi ono što zna i ono što se traži te potiče na akciju koja će pomoći učeniku popuniti rupu između onoga što zna ili radi i onoga što treba ostvariti. Može se uočiti da je za ovakvu definiciju povratne informacije vrlo važno postavljanje ciljeva učenja i poučavanja (od strane nastavnika, ali i učenika), razumijevanje kriterija vrednovanja te razvoj samoreguliranog učenja (Hattie i, Timperley, 2007), a u prvom redu samoevaluacije (Brooks i sur., 2019). Povratne informacije moraju biti jasne i specifične u odnosu na zadane kriterije (Moreno, 2004; Shute, 2008). Uspoređivanje ishoda učenja i kriterija vrednovanja s trenutnim rezultatom (izvedbom) učenika omogućuje jasno uočavanje jaza koji se treba premostiti i usmjeravanje pozornosti nastavnika na korake koje treba učiniti da bi se ostvario napredak (Gipps, 1994; Sadler, 2010, prema Brooks i sur., 2019). Povratna informacija u tom smislu mora angažirati učenika kako bi mogao popuniti taj raskorak (Sadler, 1989). Nastavno na Saldera, nešto detaljniju i opisniju definiciju povratne informacije donose Winne i Butler (1994, str. 5740) navodeći da su „povratne informacije informacije kojima učenik može potvrditi, nadopuniti, prebrisati, prilagoditi ili restrukturirati informacije u pamćenju, bilo da su te informacije znanje o domeni, metakognitivno znanje, uvjerenja o sebi i zadacima ili kognitivne taktike i strategije“. Pritom, ovakva definicija povratne informacije u najvećoj mjeri oslanja se na kognitivističku teoriju

učenja i poučavanja. U kognitivističkom smislu (obrada informacija) povratna informacija ima ulogu povezivanja prethodno stečenog znanja s mentalnim strukturama i uvjerenjima (Hattie i Gan, 2011), tj. povratna informacija pomaže u stvaranju veza između onog što već učenici znaju s novim znanjima na način da akomodiraju ili asimiliraju informacije. Nadalje, povratne informacije oslanjaju se na kognitivne analize zadataka i pogrešaka kako bi definirali oblik i sadržaj povratnih informacija (Rakoczy i sur., 2008). U tom pogledu primarna svrha povratnih informacija je pomoći učeniku da prilagodi svoje razmišljanje kako bi se postigli bolji ishodi učenja, a u procesu davanja povratne informacije nastavnika učenicima učenička percepcija ima važnu ulogu (Shute, 2008). U daljnjim radovima Butler i Winne (1995) u većoj mjeri okreću se kognitivističko-konstruktivističkom definiranju povratne informacije, približavajući se teoriji samoreguliranog učenja i ističući da prethodno znanje i uvjerenja učenika imaju utjecaj na učeničko prihvaćanje i interpretaciju povratnih informacija, kao i samoregulaciju učenja. Autori (1995) uvode pojam *kalibracije* opisujući da korištenjem povratnih informacija učenici rekurzivno prilagođavaju svoje učenje u odnosu na zadani cilj. I u suvremenim istraživanjima povratne informacije brojni autori ističu ulogu povratnih informacija u osnaživanju studenata u razvoju sposobnosti metakognitivnih vještina i samoreguliranog učenja (uključujući samoefikasnost i samopouzdanje) (npr. Irons, 2008; Guo i Wei, 2019). Narciss (2008) navodi da povratna informacija mora poticati učenički angažman, pružati podršku za razvoj samoregulacije kroz davanje korektivnih informacija koje učenik može iskoristiti za savladavanje grešaka u budućim aktivnostima. William (2012) navodi da isključivo evaluiranje zadataka po principu je li riješen točno ili netočno te bavljenjem isključivo prošli pogreškama i postignućima (*feed back-om*) nije dovoljno nego da mora postojati interakcijski odnos između učenika i nastavnika kojim se učenik na temelju dobivenih povratnih informacija angažira za daljnje učenje. Osim toga, isključivo verificiranje ispravnosti rješenja i direktivne povratne informacije vode ka manjoj upotrebi organizacije kao strategije učenja od strane učenika, manjoj razini samostalnosti (ne doprinosi razvoju samoreguliranog učenja) i većem oslanjanju na nastavnike (npr. Guo i Wei, 2019; Lipnevich i Smith, 2008; Mužar Horvat, 2023).

Veliki doprinos u definiranju povratne informacije dali su Hattie i Timperley (2007), a njihova definicija svojevrsna je modifikacija Sadlerove definicije. Hattie i Timperley (2007) govore da učinkovita povratna informacija mora odgovoriti na tri pitanja: Kamo idem? (Što su ciljevi?), Kako napredujem? (Kako ću postići ciljeve?) i Što dalje? (Što se treba poduzeti da bi se ostvario daljnji napredak?). Sukladno tome, Hattie i Timperley (2007) zapravo govore da bi svaka učinkovita povratna informacija trebala zatvoriti petlju povratne informacije (slika 20.) koja se

sastoji od tri komponente: *feed up* (Kamo idem?), *feed back* (Kako napredujem?) i *feed forward* (Što dalje?).



Slika 20. Ilustracija petlje povratne informacije

Hattie i Gan (2011) govore da je funkcija povratne informacije prema socio-kulturalnom i konstruktivističkom pristupu da promovira interakciju kroz smislene rasprave. Drugim riječima povratna informacija ne služi samo da ispravi greške, nego da kroz raspravu i zajedničko (suradničko) rješavanje problema razvija znanje, razumijevanje i razmišljanje učenika, pri čemu jak utjecaj na učenje ima kultura. Slično kao i kod Locke i Latham (1990) fokus je na omogućavanju postavljanja razumnih i dohvatljivih ciljeva učenicima te praćenje vlastitog rada i napretka u odnosu na postavljene ciljeve kako bi po potrebi mogli prilagoditi trud, strategiju i sl. Konačno, Hattie i Gan (2011) nude i teoriju vidljivog učenja (*visible learning theory)* koja ima elemente konstruktivizma, socio-konstruktivizma, ali i pragmatizma. U ovoj teoriji povratna informacija je dvosmjerna, podrazumijeva dijalog, naglasak je na pozitivnom razrednom ozračju (društvena okolina ima veliki značaj), a učenje je transparentan *vidljiv* proces – zna se što se uči (ciljevi), što se ocjenjuje (kriteriji) i kako se napreduje (usmjerenost na poboljšanje) (npr. Brooks i sur., 2021; Keeley i Tobey, 2011; Kyriacou, 2001).

2.4.2. Klasifikacije povratne informacije

2.4.2.1. Klasifikacija Bangert-Drowns (1991)

Bangert-Drowns i suradnici (1991) u svojoj meta-analizi pokazali su generalno pozitivan, ali niži učinak na postignuća učenika (d=0,26), uz izraženu varijabilnost ($d \in [-0.83, 1.24]$). U meta-analizu bilo je uključeno 40 radova, odnosno 58 istraživanja koji su imali dovoljno kvantitativnih informacija za izračun veličine učinka, kontrolnu skupinu, nisu pokazala ozbiljne metodološke nedostatke (npr. značajne i neispravljene razlike između skupina prije tretmana), a ujedno i dostupne. Općenito, autori su došli do zaključka da učinkovitost povratne informacije ovisi o vrsti povratne informacije (najbolja je ona koja upućuje na ispravan odgovor, ali nudi i

objašnjenje), kontekstu (najbolji učinak ima u kada se učenici redovito testiraju, a povratna informacija im se daje neposredno nakon testiranja) te kontroli odgovora (treba je dati nakon što učenici samostalno pokušaju riješiti zadatak). Ipak, u meta-analizu uključeno je vrlo malo istraživanja iz područja nastave matematike, samo četiri od čega je samo jedno vezano za populaciju učenika srednje škole, a u trima je metoda poučavanja bila računalno-potpomognuta. Prosječna veličina učinka u tim istraživanjima je nešto veća od prosječne d=0,32, a pritom su povratne informacije uključivale samo informaciju o točnom odgovoru (d=0,49; d=0,1), davale informaciju o (ne)točnosti odgovora (d=-0,19) ili pružale objašnjenja (d=0,49). I druga istraživanja pokazuju da se u nastavi matematike najčešće daju povratne informacije koje na najnižoj razini (evaluativne, usmjerene na osobu, usmjerene na točnost odgovora, informiranje o ispravnosti odgovora i sl.) (npr. AARE/NZARE, 2003; Gipps i sur., 2000; Guo i Wei, 2019; Mužar Horvat, 2023; Santos i Pinto, 2009; Shute, 2008; Voerman i sur., 2012) Ipak, istraživanja pokazuju da bi povratna informacija trebala davati više od same točnosti rješenja (Wisniewski i sur., 2019).

2.4.2.2. Klasifikacija Kluger i DeNisi (1996)

Prijelomno istraživanje po pitanju povratnih informacija donijeli su Kluger i DeNisi (1996), koji su napravili ekstenzivnu meta-analizu istraživanja o povratnim informacijama. Njihovo istraživanje uključivalo je ona istraživanja u kojima je bila prisutna samo jedna manipulacija (obrazovna intervencija), tj. samo davanje povratnih informacija, ako su uključivali barem jednu kontrolnu skupinu, mjerile postignuća, a provedene na uzorku od minimalno 10 sudionika. Važno je za napomenuti da su u tu meta-analizu uključena sva istraživanja o povratnim informacijama, pa čak i ona koja nisu provedena u učionici, odnosno ona koja su napravljena izvan obrazovnog konteksta. U svojoj meta-analizi, Kluger i DeNisi (1996) na taj način uključili su 131 istraživanje, a čija prosječna veličina učinka iznosi d=0,38. Veliki je značaj ovog istraživanja jer su dotad povratne informacije promatrane i istraživane pod pretpostavkom o tome da svaka intervencija posredovanjem povratnih informacija doprinosi poboljšanju učenja i postignuća (Kluger i DeNisi, 1996). Ovom meta-analizom pokazalo se da to nije tako te da je davanje povratnih informacija uistinu „dvosjekli mač“ jer je čak 32% učinaka bilo negativno (Kluger i DeNisi, 1996). Navedeno ukazuje na to da povratna informacija ne djeluje uvijek jednako te da varijabilnost i učinak ovise o nizu moderatora. Učinak nekih dihotomnih moderatora dan je u tablici 6.

Tablica 6 Učinci povratne informacije obzirom na različite moderatore (Kluger i DeNisi, 1996, str.273)

Moderator	Broj učinaka	Veličina učinka
Korektivna povratna informacija		
Točno	114	0,43
Netočno	197	0,25
Usmjerenost na zadatak (ovisno o prethodnim pokušajima)		
Da	50	0,55
Ne	380	0,28
Povratna informacija koja vodi obeshrabrenju		
Da	49	–0,14
Ne	388	0,33
Pohvala za zadatak		
Da	80	0,09
Ne	358	0,34
Pomoću računala		
Da	87	0,41
Ne	337	0,23
Učestalost davanja		
Velika	97	0,32
Mala	171	0,39
Složenost zadatka		
Složen	107	0,03
Jednostavan	114	0,55
Postavljani ciljevi (ishodi)		
Teški	37	0,51
Laki (*napravi najbolje što možeš*)	373	0,30
Prijetnje samopoštovanju		
Male	170	0,47
Velike	102	0,08

Općenito, od svih moderatora najznačajnijim se pokazao onaj koji se odnosi na zadatak, posebno najučinkovitije su one povratne informacije kada pružaju informacije o točnim

odgovorima koji je su uslijedili nakon nekoliko neuspješnih prethodnih pokušaja. Na utjecaj povratnih informacija utječe složenost zadataka kao i postavljeni ciljevi, pri čemu povratna informacija najveći pozitivni utjecaj ima kada su postavljeni ciljevi izazovni, ali je složenost zadataka jednostavnija. Oblik i način davanja povratnih informacija također utječu na manji ili veći učinak davanja povratnih informacija na postignuća, pri čemu su verbalne najmanje učinkovite, a zatim slijede pisane i one dane pomoću računala. Kad god povratna informacija nije u kontekstu učenja, nego je npr. pohvala za uspješnost zadatka ili je usmjerena na osobnu razinu ona je neučinkovit(ij)a. Osim toga, u svom radu Kluger i DeNisi (1996) donijeli su tablicu korelacije moderatora čime se djelomično može objasniti varijabilnost povratne informacije te istovremeno djelovanje više različitih moderatora može mijenjati učinak, npr. povratne informacije koje su dane javno i verbalne povezane su s negativnim učincima (jer se pojačavaju prijetnje samopoštovanju i skreću pažnju sa zadatka) na grupnoj razini. Analizom je utvrđeno da učinak povratne informacije uvelike ovisi o međusobno neovisnim karakteristikama povratnih informacija kao što su vrsta, načinu davanja, oblika davanja i karakteristike zadatka.

2.4.2.3. Klasifikacija Tunstall i Gipps (1996)

Provedena istraživanja o kvaliteti dane povratne informacije u nastavi matematike (Santos, Pinto, 2009; AARE/NZARE, 2003) većinom se analizira u skladu s kategorizacijom povratne informacije koju su donijeli Tunstall i Gipps (1996), a koji su povratne informacije podijelili u dvije skupine: evaluativne i deskriptivne. Polazeći od pretpostavke da je povratna informacija socijalizacijsko sredstvo pa je kao takvo povezana s različitim nastavnim procesima, stavovima, vrijednostima i nastavnim situacijama, oni su svaku od njih podijelili još u četiri podskupine: odobravajuće i neodobravajuće, nagrađujuće i kažnjavajuće, one koje preciziraju postignuća i poboljšanja te one koje izgrađuju postignuća i daljnji put (vidi tablicu 7) (Tunstall i Gipps, 1996). Evaluativne i deskriptivne povratne informacije mogu se podijeliti i obzirom na to jesu li pozitivne ili negativne.

Tablica 7 Kategorizacija i uloga povratne informacije prema Tunstall i Gipps (1996)

Tip		**EVALUATIVNA POVRATNA INFORMACIJA**		**DESKRIPTIVNA POVRATNA INFORMACIJA**	
Kategorija	POZITIVNE	Nagrađivanje	Odobravanje	Preciziranje postignuća	Izgradnja postignuća

	NEGATIVNE	Kažnjavanje	Neodobravanje	Preciziranje poboljšanja	Izgradnja daljnjeg puta
Uloga		Upravljanje razredom/pojedincem *Motivacija /Odvraćanje*	Usmjerenost na izvedbu *Manipulacija ponašanja /Upozorenje*	Usmjerenost na savladavanje *Utvrđivanje/ Ispravljanje*	Usmjerenost na učenje *Osvještavanje/ Osnaživanje*

Nagrađivanje je pozitivna evaluativna povratna informacija koja se daje na osobnoj razini, a najčešće s ciljem motiviranja ili nagrađivanja truda učenika i temelji se na ekstrinzičnoj motivaciji (Tunstall i Gipps, 1996). U nastavnoj praksi najčešće se očituje kroz dobivanje raznih simboličnih nagrada (naljepnice, smajlići, pečati i sl.), pohvale i javno priznanje (pljesak razreda, izlaganje rada i sl.) te pogodnosti (posebno mjesto, donošenje nekih odluka i sl.) (Tunstall i Gipps, 1996). Nasuprot tome, kažnjavanje je negativna evaluativna povratna informacija dana na osobnoj razini i najčešće je izvan konteksta procesa učenja (češće se odnosi na emocionalnu aspekt) te ima za cilj zaustaviti neprihvatljivo ponašanje ili aktivnost (Tunstall i Gipps, 1996). U nastavnoj praksi najčešće se učenika udaljava iz aktivnosti, grupe, razreda, obraćanje je praćeno neverbalnim signalima (izrazi lica, ton), a može uključivati i križanje/bacanje rada (Tunstall i Gipps, 1996). Odobravanje je također pozitivna evaluativna povratna informacija prema Tunstall i Gipps (1996) koja se dijelom može poklapati s nagradom ili voditi ka nagradi, ali se uglavnom razlikuje od nagrade u tome što je verbalna potvrda nastavnika učenikovog rada. Najčešće je to pohvala koja je općenita i koristi se za poticaj za daljnji rad, trud i zalaganje. Uobičajeni primjeri kojima se iskazuje odobravanje su: „Jako sam zadovoljna tvojim radom“, „Bravo, ti si genijalac“ ili „Odličan pokušaj, nastavi samo tako dalje!“. Neodobravanje je negativna evaluativna povratna informacija kojom se izražava nezadovoljstvo (i/ili razočaranje) za izostanak truda ili neprihvatljivo ponašanje, najčešće nije vezano za kognitivnu domenu (Tunstall i Gipps, 1996). Neodobravanje se izražava verbalno (iskazivanjem ljutnje, razočaranja, osobne kritike i etiketiranje, prijetnje i sl.) u kombinaciji s neverbalnom komunikacijom (pogled, gestikulacija, ton) i najčešće se daje na razrednoj i grupnoj razini. Preciziranje postignuća pozitivna je deskriptivna povratna informacija koja je usmjerena na proces učenja, a pomoću koje nastavnik ističe što je učenik uspješno napravio u odnosu na zadane kriterije. Tunstall i Gipps (1996, str. 398) navode neke specifične primjere takvih povratnih informacija: „Ovo je iznimno dobro objašnjeno. Da Christopher to ispriča

nekome tko nije vidio pokus, siguran sam da bi znao što se dogodilo.“, „Upotrijebio si riječi koje prije nisi znao i opisne riječi, stvarno radiš dobro.“. Preciziranje poboljšanja prema Tunstall i Gipps (1996) predstavlja negativnu deskriptivnu povratnu informaciju jer se fokusira na ono što je pogrešno napravljeno, ali neutralnim tonom, bez prijetnji i kazni te specifično u odnosu na zadane kriterije i zadatak navodi što se i kako može poboljšati. Ovom povratnom informacijom naglašava se proces učenja i omogućuje razvoj i daljnji napredak pa ova povratna informacija nije negativna u istom smislu kao kažnjavanje ili neodobravanje. U formulaciji ove povratne informacije često se poziva na samostalnost, daljnje vježbanje i samoprovjeru i samoispravljanje, npr. „Provjeri kako se pišu riječi koje sam podvukla.“. Izgradnja postignuća pozitivna je deskriptivna vrsta povratne informacije i poziva na refleksiju o radu, izražavanje mišljenja, samoprocjenu (Tunstall i Gipps, 1996). Najčešće se iskazuje u obliku pitanja kao što su: „Možeš li mi objasniti kojim redoslijedom si zbrajao brojeve? Što misliš, postoji li možda i brži način?“. Izgradnja daljnjeg puta negativna je deskriptivna povratna informacija kojom se potiče razmišljanje o nedostatcima rada, ali fokus nije na konkretnoj korekciji već na upućivanju na korištenje drugih strategija i mogućnosti za popravak (Tunstall i Gipps, 1996). I ovom aktivnošću razvija se samoprocjena, samoevaluacija i planira se te preuzima odgovornost za buduće učenje. Primjer povratne informacije koja izgrađuje daljnji put je sljedeći: „Ispravno primjenjuješ formulu za opseg kruga. Pokušaj napisati formulu za opseg kruga pomoću dijametra umjesto radijusa?“.

2.4.2.4. Klasifikacija Gipps (1999)

Kasnije, Gipps (1999) je ipak sažela podvrste evaluativnih i deskriptivnih podvrste povratne informacije. Deskriptivne povratne informacije Gipps (1999) dijeli na dvije podvrste: one koje preciziraju napredak i one koje služe izgradnji daljnjeg puta (učenja). Povratne informacije koje preciziraju napredak isključivo daje nastavnik učeniku pri čemu mu govori što treba učiniti kako bi poboljšao svoj rad (Gipps, 1999). S druge strane, povratne informacije koje se odnose na izgradnju daljnjeg puta usmjerene su na potporu razvoja samoreguliranog učenja (poticanje na daljnje i dublje promišljanje o zadatku, tj. refleksiju) formuliraju se u suradnji s učenikom, zajedno se dogovaraju budući koraci (odgovornost je podijeljena) (Gipps, 1999).

Slično kao Gipps (1999) i drugi autori se u istraživanjima povratne informacije odlučuju na nešto jednostavniju klasifikaciju povratne informacije na evaluativne i informativne (deskriptivne) (npr. Narciss i Huth, 2004; Rackozy i sur., 2008).

2.4.2.5. Klasifikacija Beesley i Apthorp (2010)

Ažuriranom i proširenom meta-analizom istraživanja Pieckering i suradnika (2006) o tome *što funkcionira u razredu,* odnosno najučinkovitijim strategijama poučavanja identificirana je veličina učinka g=0,76 (*Hedges g*) za povratne informacije (Beesley, Apthorp, 2010). Beesley i Apthorp (2010) navode da povratna informacija treba biti instruktivna (prema Hattie i Timperley, 2007), ali ne i zamjena za (ponovo) poučavanje, treba sadržavati informaciju o točnosti, udaljenosti do cilja te objašnjenje kako do njega doći, koji su učenikovi sljedeći koraci. Isto tako, Beesley i Apthrop (2010) navode da učenicima najčešće ne nedostaju određene informacije nego ih krivo koriste, interpretiraju, rade greške ili imaju miskoncepcije te da pomoć treba biti u obliku promptova ili pitanja. Osim toga, kao važnu komponentu povratne informacije ističu pravovremenost davanja, a koja se prilagođava ovisno o nastavnoj situaciji. Ukoliko su učenici zaokupljeni rješavanjem složenijih zadataka, tada se preporuča odgoda, dok se neposredno davanje povratne informacije preporuča kada je učenicima ona potrebna za dovršenje zadatka (Beesley i Apthrop, 2010). Konačno, autori smatraju da povratne informacije trebaju biti deskriptivne, usmjerene na zadatak te da se pomoću njih treba pružati podrška za razvoj samoreguliranog učenja (samovrednovanja, samostalnog nadzora procesa učenja, samostalnog izbora ciljeva učenja), a ne evalutativnog karaktera i usmjerene na osobu (Beesley i Apthrop, 2010; Pieckering i sur., 2006).

2.4.2.6. Ostale klasifikacije

Brojni drugi autori u manjoj mjeri se bave teorijskom klasifikacijom i definiranjem povratne informacije, ali ističu određena obilježja povratne informacije:

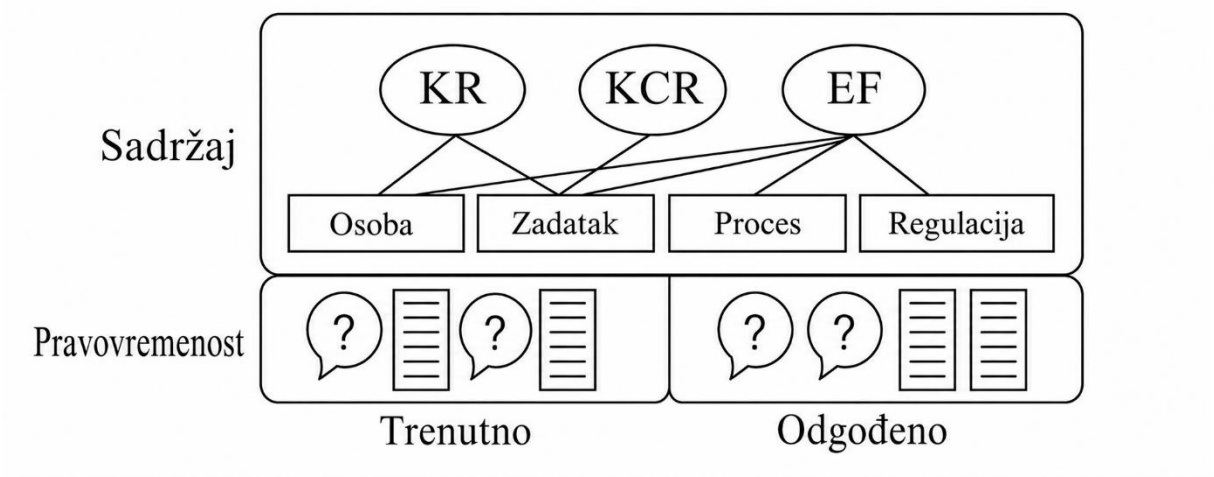
- povratne informacije moraju biti korektivne i informirati učenika gdje se nalazi (na kojoj razini) u odnosu na cilj učenja (Marzano, 2003)
- povratna informacija treba biti usmjerena i vezana uz zadatak, potrebno je izbjegavati bilo kakvo upućivanje na učenikovu sliku o sebi ili samopoštovanje (Pearson Education, 2021)
- povratna informacija je bilo koju informaciju o nečijoj izvedbi, radu i razumijevanju na način da je učenik može iskoristiti tako da potvrdi, odbaci ili promijeni prethodno znanje (Mory, 2004)
- povratne informacije trebaju biti dovoljno složene da prenesu potrebne korektivne informacije ili da objašnjavaju, a s druge strane ne smiju biti presložene kako bi se izbjeglo kognitivno preopterećenje (Kulhavy i sur., 1985; Shute, 2008)

- jednostavne povratne informacije - donose samo informaciju o ispravnosti odgovora i složene povratne informacije - objašnjavaju ispravnost odgovora te usmjeravaju učenika kako poboljšati učenje (učinkovitije, prema Van der Kleij i suradnicima (2015)).

Klasifikacija od Shute (2008) donosi 3 vrste povratne informacije:

- *znanje o točnog odgovora (KCR)* – informacija koja daje točan odgovor, ako je on netočan
- *znanje o rezultatu (KR)* – daje potvrdu o točnosti učeničkog odgovora (točan ili netočan); verifikacijska, odnosno na razini zadatka prema Hattie i Timperley (2007)
- elaborirana (EF) - nudi objašnjenja točnog odgovora, upućuje na korištenje materijala za učenje i daje prikaz u potpunosti točno riješenog zadatka; na razini procesa izvršenja zadatka prema Hattie i Timperley (2007).

Van der Kleij i suradnici (2012) sintetiziraju model povratne informacije prema Hattie, Timperley (2007) i Shute (2008) dajući grafički prikaz odnosa određene vrste povratne informacije i pravovremenosti davanja (slika 21.).



Slika 21. Prikaz vrsta povratnih informacija prema Shute (2008) povezanih s razinama povratnih informacija koje su donijeli Hattie i Timperley (2007) te pravodobnošću davanja svake od njih prema Shute (2008) (Van der Kleij i sur., 2012, str. 264)

Van der Bergh i suradnici (2013) navode različite dimenzije povratne informacije: fokus (na što se odnosi povratna informacija, tj. razina prema klasifikaciji Hattie i Timperley (2007)), postojanje povezanosti sa ciljem/ishodom, načina na koji je dana u smislu poticanja, usmjeravanja ili ohrabrivanja te *prirodu* povratne informacije kako ju nazivaju (potvrđujuća, kritizirajuća, konstruktivna, destruktivna). Klasifikacija je dana u sljedećoj tablici.

Guo (2017) donosi klasifikaciju povratnih informacija koja uključuje pet vrsta:

- Verfikacijske – daje informaciju o točnosti učeničkog odgovora (točan ili netočan)
- Direktivne (instruktivne) – učenicima daju izravan odgovor ili potpuno rješenje
- Postupno vođene (scaffolded) – tragovi, *hintevi*, upiti, parcijalna rješenja (rješenja po dijelovima zadatka) koji se daju učenicima kako bi ih učenici samostalno došli do točnih odgovora
- Pohvale – truda, stavova, rješenja
- Kritika – negativni odgovori na učenikov rad putem izražavanja gađenja, neodobravanja ili odbacivanja

Obzirom na sadržaj i „bogatstvo informacijama" koje u sebi nose, a u skladu s modelom Hattie i Timperley (2007) u revidiranoj meta-analizi o učinkovitosti povratne informacije Wisniewski i suradnici (2019) izdvajaju tri vrste. Potvrda ili kazna (odobravanje ili neodobravanja) primjenjuju se za povećanje učestalost pozitivnog ponašanja ili smanjenje učestalosti negativnog ponašanja, tj. odgovora, a pružaju minimalnu količinu informacija na razini zadatka (Wisniewski i sur., 2019). U skladu s time i učinkovitost je najmanja i ona varira između 0,06 i 0,43. Korektivne povratne informacije uglavnom sadrže informacije na razini zadatka, pružaju informaciju o točnosti i točnom odgovoru (KR i KCR prema Shute (2008)). Cohenova veličina učinka za korektivne povratne informacije je između 0,39 i 0,55. Povratna informacija s visokim stupnjem informiranosti (*high-information feedback*) koja je „nabogatija" u sadržaju, tj. sadrži sve informacije kao i korektivna te dodatno i informacije kako bi se izvedba mogla poboljšati, kao i informacije koje su na razini samoregulacije (emocije, motivacija i sl.), najučinkovitija je vrsta povratnih informacija obzirom na sadržajnu strukturu, a njezina veličina učinka varira između 0,82 i 1,15.

Povratna informacija može se dati na brojne načine, a s ciljem restrukturiranja razumijevanja, davanja učenicima drugačijeg pogleda na kognitivne procese, potvrđivanja učenicima jesu li točno ili netočno odgovorili, isticanja učenicima da su potrebne još neke informacije, pokazivanje smjera kojim treba ići, ukazivanje na moguće alternativne strategije za razumijevanje ili rješavanje problema (Hattie, 2012).

2.4.2.7. Evaluativne informacije

Povratna informacija nema efekt u „vakumu", tj. da ona ima učinak jedino u kontekstu učenja i kada je povezana s procesom učenja (Hattie i Timperley, 2007). Evaluativne povratne informacije sadrže malo informacija povezanih sa zadatkom i njegovim razumijevanjem, procesom rješavanja i ciljevima zbog čega im je i učinak mali, nema ga ili je čak negativan

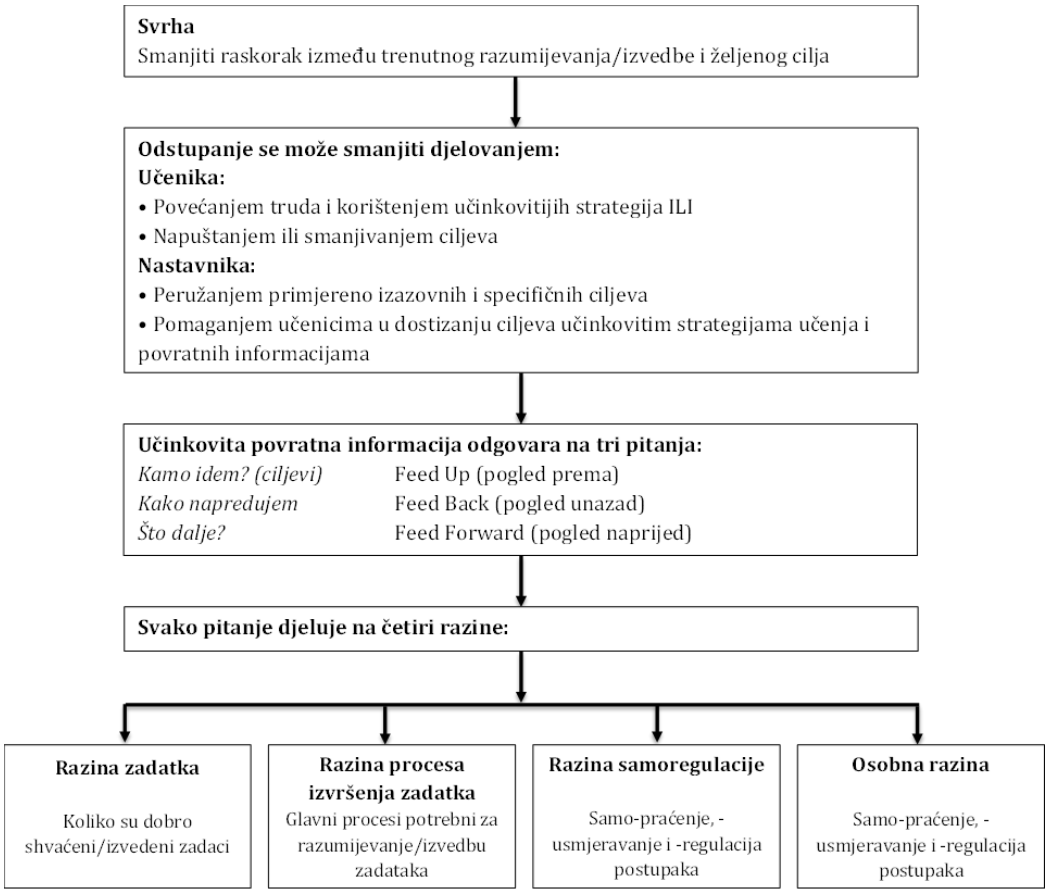
(Gipps, 1999; Hattie, 2012). Gipps (1999) navodi da evaluativne povratne informacije zapravo predstavljaju vrijednosnu prosudba (fokusirana je na ocjenu) u odnosu na (kurikulumski) standard ili druge učenike. Deci i sur., (1999) evaluativne povratne informacije čak i ne nazivaju povratnim informacijama nego ih opisuju kao dio aktivnosti ocjenjivanja, dok ih Barringer i Gholson (1979) izjednačavaju s ocjenjivanjem. William (2011) navodi da pisani komentari značajno više doprinose poboljšanju postignuća nego brojčano iskazivanje rezultata (u bilo kojem obliku, ocjena, rezultat (3/6) ili postotak). Uz to, William (2011) navodi da i uparivanje komentara s brojčanim iskazivanjem rezultata smanjuje učinak komentara jer učenicima sav fokus odlazi na *brojčani rezultat* pa ga učenici s nižim rezultatima ne žele prihvatiti (čitati), a učenici s višim rezultatima ga smatraju nepotrebnim. U tom (evaluativnom) kontekstu, često se spominju i pohvale, tj. nagrađujuće i odobravajuće povratne informacije koje imaju nizak utjecaj na učenička postignuća (Wilkinson, 1998). Čak štoviše, Kluger i DeNisi (1996) pokazali su kako povratna informacija sa pohvalom (d=0,09) ima manji utjecaj od one koja je lišena pohvale (d=0,34), a isto navode i Hyland i Hyland (2001), William (2005), Kessels i sur., (2008, prema Hattie, 2012), Hattie i sur., (2021). Deci i Ryan (1991) navedeni fenomen objašnjavaju u okviru teorije samoodređenja prema kojoj ljudi imaju urođenu potrebu za kompetencijom, autonomijom i društvenom povezanošću. Obzirom na to da čovjek želi autonomno djelovati povratne informacije koje su kontrolirajuće, manipulirajuće ili prisiljavajuće, kao što je to slučaj sa evaluativnima (pohvale itd.) prema Tunstall i Gipps (1996) imat će negativan učinak na motivaciju i postignuća, čak i ako su formulirana na pozitivan način, tj. pohvale (Deci i Ryan, 1991). Istovremeno, budući da čovjek želi biti kompetentan, tj. ostvariti vidljiv utjecaj na svoju okolinu, povratne informacije koje su informativne, potporne i upućuju kako ostvariti napredak bez pritiska, ostvaruju pozitivan učinak na postignuća (Deci, Ryan, 1991). Naime, pohvala može zbuniti učenike ukoliko se daje „nezasluženo“ i skreće pažnju učenika sa zadatka te umanjuje pravi učinak povratne informacije na postignuća, intrinzičnu motivaciju i ishode učenja (Deci i sur., 2001; Hyland i Hyland, 2006). Nadalje, navodi se da pohvala može proizvesti i kontraefekt i izazvati negativan utjecaj na ono kako učenici vide svoje sposobnosti, ovisno je li dana na individualnoj ili grupnoj razini (Meyer i sur., 1979). Javno priznanje ili pohvala pred razredom može izazivati mješovite emocionalne reakcije kod učenika (Tunstall i Gipps, 1996). Hoće li pohvala kao povratna informacija imati neutralan, negativan ili pozitivan utjecaj ovisi o između ostalog i o dobi učenika te kulturološkim značajkama (De Luque i Sommer, 2000). Zbog toga, Hattie (2012) sugerira kategorizaciju povratne informacije obzirom na razinu na kojoj je dana te preporuča da se povratna informacija usmjerena na osobu ne bi

trebala koristiti, ali je najučestaliji oblik davanja povratne informacije (Bond i sur., 2000; AARE/NZARE 2000).

2.4.2.8. Model povratne informacije Hattie i Timperley (2007)

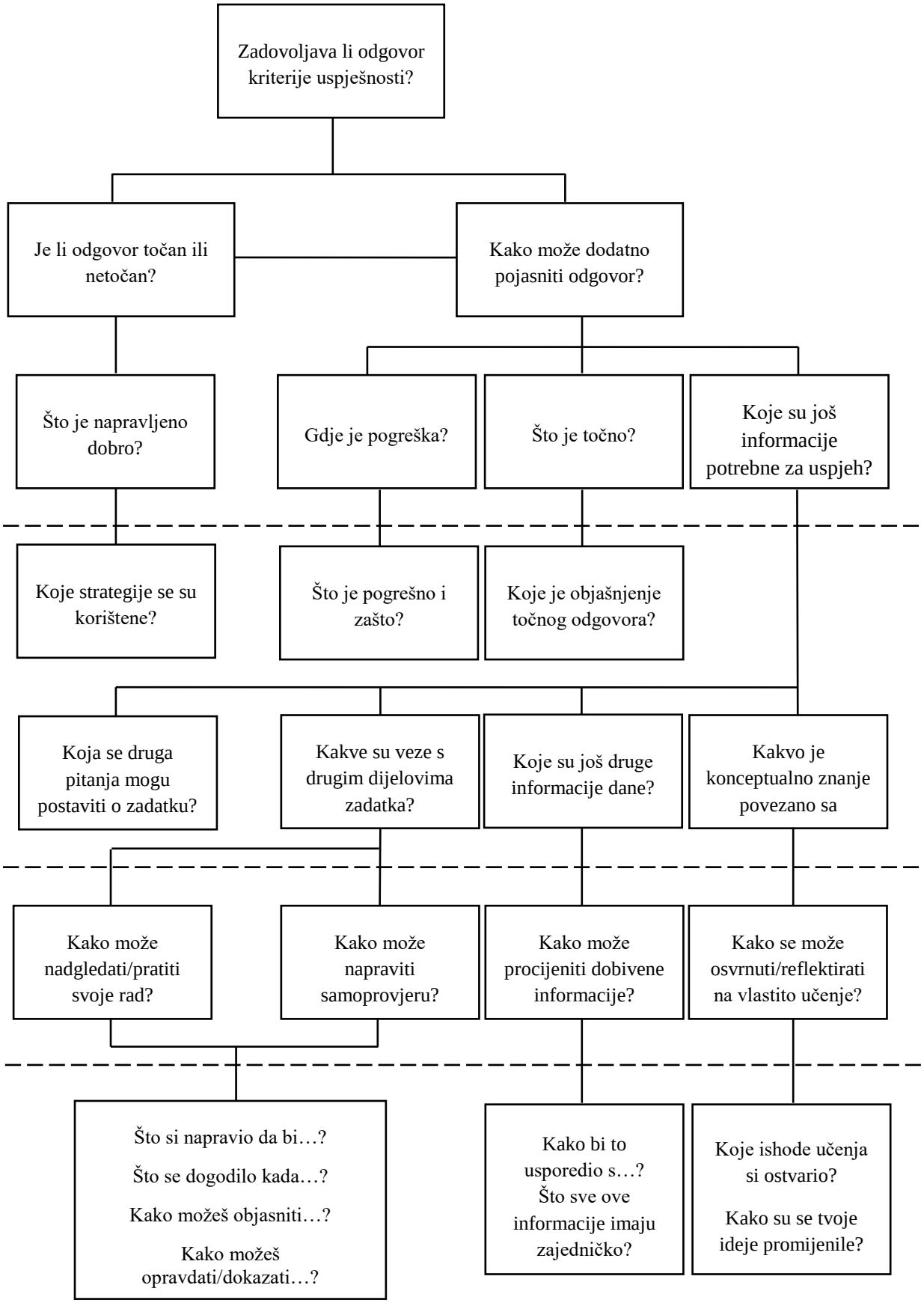
Hattie i Timperley (2007) razlikuju četiri razine na koje se povratna informacija može odnositi: zadatak, proces izvršenja zadatka, samoregulaciju i osobu. Povratna informacija dana na razini zadatka informira o točnosti riješenosti zadatka, daje dodatne ili različite informacije koje su vezane uz zadatak te usmjerava na ispravljanje greške, a u literaturi se naziva još i korektivna povratna informacije, znanje rezultata te direktivna (Hattie, 2012). Npr. „Da, to je točno.“, „Provjeri drugi korak u množenju.“, „Dobro si uvrstio zadane brojeve, ali si krivo označio.“. Ovo je prva, odnosno najniža razina povratne informacije jer se daje učenicima koji imaju najnižu razinu znanja, tj. „učenicima početnicima“ (Heubusch i Lloyd, 1998, prema Hattie, 2012). Ova povratna informacija najčešće se primjenjuje u nastavi u srednjoj školi (Brooks i sur., 2021; Hattie i Masters, 2011; Van den Bergh i sur., 2010, prema Hattie, 2012). Povratna informacija usmjerena na proces izvršavanja zadatka podrazumijeva obradu informacija koje zahtijevaju razumijevanje i usmjerava na rješavanje/dovršenje zadatka, a ne isključivo na konačni rezultat (Hattie i Timperley, 2007). Ovo je povratna informacija druge razine, a može voditi smanjenju kognitivnog opterećenja, pomoći u razvijanju strategija učenja i prepoznavanja grešaka (te kako učiti iz njih), potaknuti na učinkovitije pretraživanje potrebnih (nedostajućih) informacija, doprinijeti prepoznavanju odnosa između ideja, potaknuti uporabu alternativnih metoda obrade informacije i različitih strategija rješavanja zadataka (Hattie, 2012). Primjerice, „Prije nego što kreneš rješavati, pokušaj prvo zapisati sve poznate i nepoznate veličine.“, „Vidim da si koristio metodu faktorizacije, ali nisi pravilno prepoznao zajednički faktor. Možda bi pomoglo da prvo podcrtaš sve članove koji imaju isti faktor.“. Povratna informacija koja se daje na razini samoregulaciju potiče razvoj samoevaluacije, samoučenja, samopouzdanja, samoprocjene, metakognicije (Hattie i Timperley, 2007). To je povratna informacija najveće razine (učinka), a najčešće je u formi refleksivnih pitanja (Hattie, 2012). Npr., „Što bi se dogodilo da si u supstituciji zamijenio varijablu X?“, „Ukoliko si gotov, provjeri svoje rješenje s onim danim u udžbeniku.“, „Pokraj zadatka napiši napomenu što ti je bilo najteže u ovom zadatku te da je uvijek potrebno provjeriti rješenje.“. Hattie (2012, str. 120) detaljno razrađuje i analizira primjer povratne informacije na razini samoregulacije: „Provjerio si svoj odgovor u knjizi [samopomoć] i otkrio da si riješio krivo. Imaš li neku ideju zašto je krivo, što si krivo napravio? [poziv na uočavanje greške] Koju strategiju si koristio? Možeš li se sjetiti još neke koja bi se mogla primijeniti za taj zadatak?.“ Iako (povratne) informacije koje

se odnose na osobu, (usmjeravaju na povećanje truda, uključuju pohvale, nisu povezane s procesom učenja i sl.), Hattie i Timperley (2007) donose kao četvrtu razinu, oni navode da zapravo to i nisu povratne informacije jer nisu povezane s učenjem. Primjeri takvih informacija su: „Ti si rođeni matematičar!“ i „Odlično, ponosna sam na tebe!“. Hattie (2012) navodi da su pohvale dobrodošle u razredu, ali ne na način da smanjuju učinak povratne informacije, treba ih držati i davati odvojeno.



Slika 22. Model povratne informacije prema Hatie i Timperley (2007, str. 87)

Nije uvijek jednostavno odrediti razinu povratne informacije, stoga je Hattie (2012) napravio dijagram tijeka kojim se pojedinac može služiti kako bi mogao odlučiti na kojoj razini je potrebno dati povratnu informaciju.



Slika 23. Dijagram tijeka razina povratne informacije (Hattie, 2012, str. 133)

Hattie i Timperley (2007) navode da učenik mora moći sam odgovoriti na ova pitanja *Kamo idem?, Kako napredujem?, Što dalje?* da bi povratna informacija bila učinkovita. Prvo pitanje, zapravo povezano je sa postavljanjem ciljeva i jasnim artikuliranjem ishoda učenja s učenicima kao i kriterijima vrednovanja zadat(a)ka (Hattie, 2012). Ukoliko ciljevi učenja i kriterija nisu jasno definirani ni rezultati u smanjivanju raskoraka između izvedbe i cilja neće biti optimalni (Hattie i Timperley, 2007). Dakle, neizostavan preduvjet za prihvaćanje povratne informacije je da su učenici upoznati i svjesni kriterija vrednovanja (Black i sur., 2003; Brooks i sur., 2019) jer će se tada lakše usredotočiti na ono što trebaju naučiti/usvojiti. Učenici koji imaju jasnu sliku o ishodima učenja „na pola su puta do razvijanja samoreguliranog učenja" (Hattie, 2012, str. 117). Osim toga, tada i nastavnici mogu lakše procijeniti uspješnost učeničkog rada te im dati odgovor na drugo pitanje *Kako napredujem?*. On se daje temeljem vrednovanja procesa učenja obzirom na unaprijed zadani cilj i kriterije. Pitanja na koja treba odgovoriti su *Što su ishodi učenja?, Kako izgleda uspješno riješen zadatak?*, a Nicol i Macfarlane-Dick (2006) navode da je korištenje (riješenih) primjera posebno korisno za povezivanje vlastitog rada sa standardima koji se očituju u tim primjerima. Također, Hattie (2012) upozorava da često učenici nemaju razvijenu sposobnost artikuliranja ishoda učenja i često smatraju da su ishodi riješiti zadatak ili jednadžbu, više se truditi, napraviti zadano na vrijeme i sl. Za odgovaranje na drugo pitanje važno je kontinuirano praćenje i formativno vrednovanje različitim metodama kao što su: pitanja, liste samoprocjene (samovrednovanje), rubrike, razredne diskusije, međuvršnjačka vrednovanja, tehnike kojima se osvješćuju ishodi učenja itd. (Hattie, 2012). Fuchs i Fuchs (1986) pokazali su da su učenici koji su češće bili izloženi formativnom vrednovanju (testiranju dva do pet puta tjedno) ostvarili bolja postignuća u odnosu na druge (d=0,7). Do istog saznanja dolazi i Bangert-Drowns sa svojim suradnicima (1991) koji zaključuju da je povratna informacija učinkovitija kada uključuje neki od načina testiranja (d=0,6), a ako ona bude dana neposredno nakon testiranja tada joj se učinkovitost još povećava (d=0,7). Pitanja koja si učenik može postaviti su: *Što sam napravio dobro, a što ne? Što trebam popraviti? Kako znam da sam na dobrom putu?*. Konačno, odgovaranje na treće pitanje *Što dalje?* pomaže učenicima da premoste jaz između trenutne izvedbe i cilja sugerirajući kako da to naprave, kako da napreduju i ostvare sljedeći korak u procesu učenja te pozivaju na učenički angažman. Dakle, treća komponenta odnosi se na planiranje budućeg učenja i daljnjih koraka u učenju te pronalaženje strategija koje omogućuju unaprjeđenje (Hattie i Clarke, 2019). William (1999) navodi da upute poput „vježbaj više" ili „trebao bi biti sistematičniji" ne daju uputu za konkretnu akciju te nisu formativne. One trebaju biti konstruirane tako da učenici iz njih mogu steći uvjerenje da je

sposobnost u matematici moguća i postupno ostvariva kroz vježbu (William, 1999). Pitanja koja si učenik može postaviti su: *Na čemu trebam još poraditi?, Koje resurse ili pomoć mogu koristiti da unaprijedim svoje učenje?, Što mogu sljedeće napraviti kako bih još više napredovao?*. Autori navode da se ovaj dio učinkovite povratne informacije ne smije zanemariti te da je vrlo bitno zatvoriti petlju povratne informacije davanjem prilika za daljnje napredovanje i učenje postavljanjem izazovnijih zadataka (ciljeva), opskrbljivanjem prilikama koje razvijaju samovrednovanje i refleksiju itd. (Brooks i sur., 2021). Štoviše, pojedina istraživanja pokazala su da upravo *feed forward* učenici percipiraju kao najkorisniji dio povratne informacije (npr. Brooks i sur., 2019; Gamlem i Smith, 2013).

Ovaj teorijski okvir, odnosno model povratne informacije pruža kontekst za razumijevanje napretka učenika prema cilju učenja. Brooks i suradnici (2019) istraživali su koliko se dobro konceptualna struktura modela povratne informacije prema Hattie i Timperley (2007) primjenjuje u praksi (u nastavi engleskog jezika). Rezultati istraživanja pokazali su da se u nastavnoj praksi povratne informacije najčešće daju verbalno (Brooks i sur., 2019). Rijetko kad je u praksi zatvorena petlja povratne informacije (Boud i Molloy, 2013), najčešće se daje *feed back* (50%), potom *feed up* (31%), a najmanje *feed forward* (19%), a što prema Brooks i suradnici (2019) smanjuje učinkovitost povratne informacije. Prema razini povratne informacije najčešće se daje na razini zadatka (78%), zatim na razini procesa izvršenja zadatka (16%), a vrlo rijetko se daje na razini samoregulacije (6%). Kada se napravi analiza interakcija prethodnih rezultata, dolazi se do podatka da se najčešće daje *feed back* na razini zadatka (42%), a najrjeđe *feed forward* na razini samoregulacije (2%). Temeljem toga autori su izradili matricu povratne informacije koja objedinjuje razine povratne informacije (uparenu s učenikovom razinom predznanja, čime se ističe potreba za individualnim pristupom), različite dijelove petlje te nudi konkretne prijedloge i primjere aktivnosti te promptove za pomoć u oblikovanju povratnih informacija u nastavnoj praksi utemeljenih na teorijskim osnovama (Brooks i sur., 2019) (vidi sliku 24.).

Faza učenika	Razina povratne informacije	Feed up: Kamo idem?	Feed back: Kako napredujem?	Feed forward: Što dalje?
Početnik	**Zadatak**	**Pitanja:** □ Danas učimo… □ Uspjeh u ovom zadatku će izgledati kao… (primjer/model) □ Ključni kriteriji za uspjeh su… □ Tražimo… **Strategije:** □ Pojednostavi □ Koristi primjere/modele □ Identificiraj miskoncepcije (pogrešna shvaćanja) □ Koristi dijagnostičko vrednovanje za postavljanje ciljeva	**Pitanja:** □ Jesi/nisi ispunio cilj učenja jer… □ Jesi/nisi ispunio kriterije uspjeha jer… □ Tvoj odgovor nije ono što se traži jer… **Strategije:** □ Izbjegavaj pretjeranu analizu grešaka □ Povratna informacija treba biti trenutna □ Istakni kriterije uspjeha	**Pitanja:** □ Da bi u potpunosti ostvario ishod učenja mogao bi… □ Uvažavanje ovih kriterija uspješnosti poboljšalo bi tvoj rad… □ Dodavanje/uklanjanje ____ poboljšalo bi tvoj rad. **Strategije:** □ Koristi jezik iz kriterija uspješnosti □ Koristi scaffolding □ Povratna informacija treba biti pravovremena □ Koristi izazove □ Osvrći se na ishode učenja
Vješt	**Proces izvršenja zadatka**	**Pitanja:** □ Ključne ideje/koncepti u ovom zadatku su… □ Ove ideje/koncepti su povezani sa… □ Ključna pitanja koja možeš postaviti o zadatku su… □ Vještine koje su potrebne u ovom zadatku su… □ Strategije koje su potrebne u ovom zadatku su… **Strategije:** □ Koristi grafički organizator □ Smanji podršku (scaffolding) □ Povećaj složenost □ Koristiti ishode usmjerene na svladavanje znanja	**Pitanja:** □ Tvoje razumijevanje ideja/koncepata u ovom zadatku je… □ Tvoje razmišljanje o ovom zadatku je… □ Pokazao si ____ vještine na ____ razini. □ Koristio si ____ strategije na ____ razini. **Strategije:** □ Količina povratne informacije može se povećati □ Složenost povratne informacije može se povećati □ Koristiti poticaje ili tragove	**Pitanja:** □ Možeš poboljšati razumijevanje ____ koncepata tako što… □ Dalje razmišljanje o ____ može poboljšati tvoj rad tako što… □ Možeš unaprijediti svoje ____ vještine tako što… **Strategije:** □ Povećaj količinu smjernica za feed forward □ Povećaj složenost smjernica za feed forward □ Koristi *hinteve*, poticaje, tragove □ Koristi izazov
Napredan	**Samoregulacija**	**Pitanja:** □ Kako ćeš koristiti ishod učenja? □ Kako možeš koristiti kriterije uspješnosti? □ Na koje druge načine možeš pratiti svoj rad? **Strategije:** □ Smanji davanje primjera □ Postavi ciljeve usmjerene na svladavanje znanja i postignuća	**Pitanja:** □ Jesi li na dobrom putu u radu? Kako znaš? □ U kojoj mjeri ispunjavaš kriterije uspješnosti? □ Jesi li na putu da postigneš svoj cilj? Kako znaš? **Strategije:** □ Odgoditi povratnu informaciju □ Možda će biti potrebna samo potvrda	**Pitanja:** □ Kako možeš produbiti svoje razumijevanje? □ Kako možeš poboljšati svoj rad? □ Koji je sljedeći korak u tvom učenju? □ Kako znaš? **Strategije:** □ Odgoda povratne informacije □ Smanjiti oslanjanje na nastavnika □ Razvoj samoreguliranog učenja

Slika 24. Matrica povratne informacije za učenje (Brooks i sur., 2019)

Osim toga, Hattie (2012) smatra da metoda postavljanja pitanja (promptova) doprinosi primanju povratnih informacija te nudi pomoćna pitanja koja će pomoći učeniku u određivanju razine na kojoj se nalazi. Prema Hattieu (2012) pitanja mogu poticati učenje na brojne načine, npr. organiziranje znanja (Koji su glavni zaključci?), poticati objašnjavanje (Možeš li obrazložiti zašto ova nejednakost ne vrijedi?), nadgledanje procesa rada („Do kojeg koraka si došao u rješavanju?). U predmetnom kurikulumu matematike ističe se važnost postavljanja pitanja kao što su: *Je li to uvijek tako?, Može li drugačije?, Što se događa kada…?* i sl. (MZOM, 2019). U nastavku je dana tablica s mogućim pitanjima obzirom na razinu povratne informacije koja se daje.

Tablica 8 Primjeri pitanja prema razini povratne informacije u skladu s modelom Hattie iTimperley (2007) (Hattie, 2012, str.129)

Razina	Primjer pitanja
Zadatak	Je li odgovor točan? Je li odgovor netočan?
	Možeš li obrazložiti odgovor?
	Koji dio zadatka je točan?
	Gdje sam pogriješio?
	Koji odgovor je točan?
	Što još nedostaje da bi zadatak bio u potpunosti točan?
Proces izvršenja zadatka	Što je krivo i zašto?
	Koju strategiju si koristio?
	Kako se može obrazložiti točan odgovor?
	Koja se još pitanja mogu postaviti o zadatku?
	Kakva je povezanost s drugim dijelovima zadatka?
	Koje su još informacije dane, a da ih se može upotrijebiti?
	Što znaš o…(određenom konceptu koji je povezan sa zadatkom)?
Samoregulacija	Koji zadatak bi mogao sljedeći riješiti?
	Što se dogodilo kada si ...?
	Što si naučio iz ...?
	Kako znaš da je to točno?
	Što si otkrio/zaključio kad si ...?

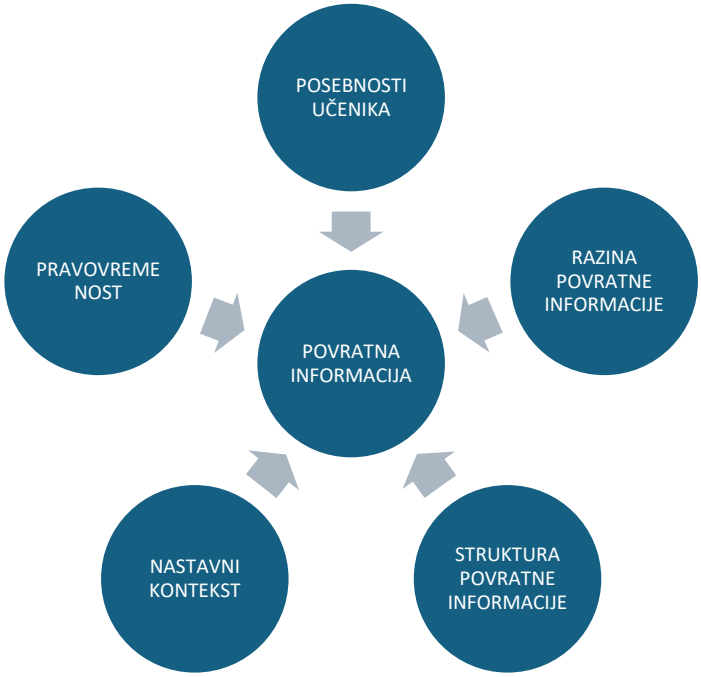
	Koji se zaključci mogu izvući za ...?
	Imaš li nekih nejasnoća u vezi ovog zadatka?
	Jesi li uočio neku povezanost između ovih zadataka?
	Što si naučio?
	Što bi još trebao uvježbati/ponoviti?
	Što ti je bilo najlakše, a što najteže u ovom zadatku?
	Kako si možeš pomoći ubuduće ako zapneš?
	Kako bi objasnio to nekom drugom? Kako možeš pomoći drugom učeniku da to nauči?

2.4.3. Moderatori povratne informacije

Brojna suvremena istraživanja zbog varijabilnosti učinka povratne informacije, zapravo istražuju moderatore (i medijatore) učinka povratne informacije. Za uspješne intervencije povratnim informacijama u obzir treba uzeti posebnosti učenika, nastavne i strukturne karakteristike kako bi se izbjegli neučinkoviti (neutralni) ili čak štetni učinci (negativni) na ishode učenja (Narciss i Huth, 2004). Brookhart (2009; Mory, 2004) učinkovitu povratnu informaciju opisuje pomoću određenih moderatora, za njega ona mora biti pravovremena, deskriptivna, pozitivna, jasna i povezana s kriterijima namjeravanog učenja. Nadalje, određeni autori smatraju da učinkovitu povratnu informaciju određuju i sadržaj, kvaliteta, pravovremenost i učenički angažman (Kulik i Kulik, 1988; Gibbs i Simpson, 2004; Weeden i Winter, 1991, prema AARE/NZARE, 2003). Učestalost davanja povratnih informacija nije garancija učinka na postignuća (Sadler, 1989; Brooks i sur., 2019), ono što se pokazalo bitnijim faktorima su sadržaj (formulacija) i posebnosti učenika i njihova percepcija (Santos, Pinto, 2010; Weeden i Winter, 1991, prema AARE/NZARE, 2003). Hattie (2012) navodi da je cilj dati povratnu informaciju koja je „baš na vrijeme“, „baš za učenika“, „baš u odnosu na njegovu razinu izvedbe“ i „baš ono što učenik treba da bi se pomakao prema naprijed u učenju“. Carenini i suradnici (2014) navode da operacionalizacija povratnih informacija u istraživačkom okruženju mora dati odgovore na pitanja kada treba pružiti povratne informacije (pravovremenost), što trebaju sadržavati (formulacija, petlja) i kako ih dati (na koji način i u kojem obliku). Zaključno, učinkovitost povratne informacije ovisi o:

- posebnostima učenika – specifično i opće matematičko predznanje učenika, socio-emocionalni odnos prema nastavniku, predmetu i sl.,

- strukturi povratne informacije – formulacija, sadržaj (zatvaranje petlje), način (medij) i (socijalni) oblik davanja,
- razini povratne informacije – u odnosu na model Hattie i Timperley (2007) i
- nastavnom kontekstu – socio-kulturalni čimbenici, razina obrazovanja (primarno, sekundarno, tercijarno i sl.), predmetne specifičnosti, stil rada nastavnika, metode poučavanja itd.
- pravovremenosti – koja ovisi o svemu prethodno navedenom



Slika 25. Grafički prikaz čimbenika koji utječu na učinkovitost povratne informacije

2.4.3.1. Struktura povratne informacije

Struktura povratne informacije ovisi o sadržaju, formulaciji te načinu (medij putem kojeg se daje) i (socijalnom) obliku davanja.

2.4.3.1.1. Sadržaj i formulacija

Struktura povratne informacije podrazumijeva da u svom sadržaju ona zadovoljava tri kriterija učinkovitosti prema Sadleru (1989), odnosno da se može zatvoriti petlja povratne informacije (*feed back, feed up, feed forward*) i da u njoj nije sadržana pohvala (npr. Kluger i DeNisi, 1996). Formulacija je usko vezana uz sadržaj, tj. vrstu povratne informacije koja se daje. Primjerice, povratne informacije koje se daju na razni zadatka ili donose samo informaciju o točnosti odgovora, najčešće će se davati u obliku smajlića, kvačice i iksića ili će podrazumijevati križanje netočnog odgovora i podcrtavanje onoga što je u zadatku neispravno (Santos i Pinto, 2009; Tunstall i Gipps, 1996). Formulacija (jezična) povratne informacije ovisno o predmetu

može imati varijabilni učinak na učinkovitost povratne informacije. Vrsta zadatka i njegova složenost utječu i na složenost i sadržaj povratne informacije koja se daje. Santos i Pinto (2009) navode da postoji povezanost između vrste matematičkog zadatka i duljine povratne informacije. Primjerice, u zadatcima višestrukog izbora za uspješnost rješavanja zadatka učinkovitije su jednostavnije i kraće povratne informacije, one koje se odnose samo na točan odgovor (Kulhavy i sur., 1985) dok, Santos i Pinto (2009) tvrde da je za matematičke zadatke otvorenog tipa učinkovitije davanje složenijih i duljih povratnih informacija. Timmerman i Kruepke (2006) istraživali su učinak različitih vrsta povratnih informacija u okviru računalno-potpomognutog poučavanja. Pritom se pokazalo da informiranje isključivo o točnim odgovorima (npr. točan odgovor je B) ima čak negativan učinak (d=-0,11), obrazlaganje točnih (i netočnih odgovora) je vrlo učinkovito (d=0,66), a povratna informacija s korekcijom (smjernice za ispravljanje greške i sl.) je najučinkovitije (d=0,73). Više autora (npr. Beesley i Apthrop, 2010; Brown i Edmondson, 1989; Hattie, 2012) navode da se povratne informacije trebaju formulirati u obliku promptova ili refleksivnih pitanja te da metoda postavljanja pitanja doprinosi prihvaćanju povratnih informacija te nudi listu takvih potencijalnih pitanja. Hattie i suradnici (2021) ispitivali su koji oblici povratne informacije najviše doprinose poboljšanju u pisanju učeničkih/studentskih eseja, s fokusom na dio povratne informacije koji odgovara na pitanje *Što dalje?*, što se treba poduzeti da bi se ostvario daljnji napredak. Iskorak je ovog istraživanja u odnosu na prethodna istraživanja jer su ispitanici imali priliku primijeniti dobivenu povratnu informaciju *draft-plus-rework* metoda je korištena, povratne informacije davale su se pomoću računala (kombinacija umjetne inteligencije i nastavnika), a za analizu podataka korištene su napredne i složene statističke metode: strukturalno modeliranje, multivarijantna analiza i regresija. Iako je i u ovom istraživanju veličina učinka imala raspon od -2,26 do +4,97, prosječna veličina učinka iznosi 0,7, za učenike 0,54, a za studente 0,82. Najveći napredak ostvarili su oni ispitanici koji su na početku imali lošije eseje. Ispitanici su dobili prosječno 14 povratnih informacija/komentara na esej, a najčešće su korišteni specifične i opće povratne informacije *Što dalje?* (npr. u ovom dijelu trebaš citirati xy; npr. nedostaje argument u uvodu) i izjave koje zahtijevaju dodatna objašnjenja. Najveći utjecaj na poboljšanje postignuća imao je broj ukupnih komentara (d=0,44) te opće i specifične povratne informacije *Što dalje?* (d=0,13).

2.4.3.1.2. Medij i način davanja

Medij putem kojeg se daju povratne informacije također moderira učinak dane povratne informacije na učenička postignuća. Više istraživanja pokazalo je da su najučinkovitiji načini

davanja povratne informacije u audio i video obliku te one dane uz pomoć računala (npr. Biber i sur., 2011; Hattie, 1999; Robinson i sur., 2015). U današnje vrijeme kao pomoć pri učenju, učenici sve više koriste screencastove (snimljene slike zaslona uz popratni govor), a istraživanja su pokazala da su i učinkoviti oblik povratne informacije u nastavi matematike iz perspektive učenika (Robinson i sur., 2015). Ipak, najčešći oblik davanja povratne informacije od strane učitelja je u direktnoj interakciji učitelja i učenika i to verbalno, a rjeđe u pisanom obliku, pri čemu su onda većinom zastupljene evaluativne povratne informacije (AARE/NZARE, 2000). Ipak, revidiranom meta-analizom o učinkovitosti povratne informacije iz 2019. godine, pokazalo se da medij putem kojeg se povratne informacije daju nisu statistički značajni (Wisniewski i sur., 2019). Obzirom na tendenciju u tom smjeru te druga brojna istraživanja može se reći da povratne informacije dane digitalnim putem imaju veći potencijal u odnosu na druge medije.

Način na koji se daje povratna informacija – individualno ili na grupnoj razini ima važnu ulogu u primanju povratne informacije od strane učenika (Hattie i Timperley, 2007). Iako je vremenski najekonomičnije, ukoliko se primijeti određena miskoncepcija ili greška kod većeg broja učenika u razredu, dati povratnu informaciju na grupnoj (razrednoj) razini, za određeni dio učenika ona može biti u potpunosti neučinkovita (Rust 2001, prema O'Donovan i sur., 2015). Naime, učenici mogu misliti da se na njih ne odnosi i odbaciti je (Hattie, 2012; Nadler, 1979; Pearson Education, 2021), stoga je povratnu informaciju vezanu uz zadatak poželjnije davati individualno. Dodatno, povratne informacije koje se daju individualno pred cijelim razredom one mogu imati i negativan utjecaj, ovisno o posebnosti učenika (Kluger i DeNisi, 1996). Ipak, Carless (2006) navodi da se povratne informacije dane od strane nastavnika u najvećoj mjeri daju na razrednoj razini.

2.4.3.1.3. Pravovremenost

Istraživanja su pokazala kako pravovremenost davanja povratne informacije nije jedinstvena, a pravodobno davanje povratne informacije obzirom na nastavnu situaciju je krucijalan (npr. Beaumont i sur., 2011; Hattie i Timperley, 2007; Kulik i Kulik, 1988). Freeman i Lewis (1998) smatraju da je povratne informacije potrebno dati što je prije moguće nakon i da je odgoda u korelaciji s manjom vjerojatnosti da će ju učenik smatrati korisnom ili djelovati temeljem njih. S druge strane, određeni autori smatraju da pravovremenost davanja ovisi o razini povratne informacije koja se daje. Ukoliko se radi o povratnoj informaciji vezanoj uz zadatak, poželjna je vremenska odgoda (Kulik i Kulik, 1988), no ako je riječ o procesu izvršavanja zadatka, poželjna je trenutna intervencija (Bangert – Drowns i sur., 1991). Također, mjeren je utjecaj

odgođene povratne informacije obzirom na složenost zadatka i pokazano je da je odgađanje za složenije zadatke najučinkovitije, a da ima negativan utjecaj za lakše zadatke (Clariana i sur., 2000). Shute (2008) smatra da bi povratna informacija trebala biti trenutna, direktivna ili postupno vođena (scaffolded) za učenike koji ostvaruju niža postignuća, a s odgodom, usmjeravajuća i potvrdna (evaluativna) za učenike s višim postignućima.

2.4.3.1.4. Kulturalni utjecaj

Suvremena istraživanja ukazuju na to da učinkovitost povratne informacije nije neovisna ni od kulturalnog utjecaja. Različiti obrazovni sustavi, nastavne tradicije, zakonodavni okviri, propisani kurikulumi i društveno-kulturne vrijednosti moderiraju učinkovitost povratnih informacija, tj. način na koji učenici doživljavaju, prihvaćaju, interpretiraju i primjenjuju.

Istraživanje Zhang i suradnika (2019) pokazalo je da različite vrste povratne informacije imaju različit učinak na učenike. Autori su u istraživanju koristili dizajn trorazinske povratne informacije: sokratske (postavlja pitanja, ne daje direktne odgovore); usmjeravajuće i instruktivne (jasne, direktne i konkretne upute). Kod kineskih učenika sokratski oblik povratne informacije nije bila dovoljna pomoć da učenici riješe zadatak (Zhang i sur., 2019). Autori su mišljenja da ih je usmjeravajuća povratna informacija zbunila zbog toga što su učenici opetovano tražili povratnu informaciju na toj razini i često se prebacivali sa zadatka na povratnu informaciju (Zhang i sur., 2019). Iako autori tvrde da je usmjerujuća, sugestivna povratna informacija učinkovitija od korektivne, direktivne, instruktivne (npr. Hattie i Timperley, 2007; Chi, 1996). Takvi diferentni nalazi ukazuju da se može uočiti socio-kulturalni utjecaj na odnos prema povratnoj informaciji, ali i njezina varijabilna učinkovitost. U kineskoj kulturi je obrazovanje usmjereno na samokultiviranje (Zhang, 2009, prema Zhang i sur., 2019) pa kineski učenici žele zadatak riješiti uz dobivanje minimalne pomoć. Budući da je u kineskim školama uobičajena izravna metoda poučavanja, a s njom usklađena instruktivna povratna informacija, kada su se učenici susreli s povratnim informacijama otvorenijeg tipa i refleksivnim pitanjima, osjećali su se zbunjeno i frustrirano, posebno što nisu uspjeli riješiti zadatak nakon što su zatražili pomoć više od dva puta (Zhang i sur., 2019). U Kini se matematiku poučava tradicionalno, izravnim poučavanjem matematičkog sadržaja, naglasak je na mentalnom računanju te „drill and practice“ metodi (Zhang i sur., 2019). Nadalje, u kineskim školama vlada kultura učenja temeljenog na rezultatu (Zhang i sur., 2019), što podrazumijeva praćenje učeničkog napretka putem rezultata na testovima (ocjene, postotak, bodovi), a rezultati na testu i glavni su oblik povratne informacije. Uz to, prisutne su instruktivne povratne informacije, tj. eksplicitna uputa što i kako ispraviti da bi riješili unaprijed pripremljene provjere znanja (Zhang

i sur., 2019). Najčešći način davanja povratne informacije je verbalni (Li i sur., 2016, prema Zhang i sur., 2019) pri čemu se učenicima govori što nije točno u situacijama kada ne mogu samostalno identificirati pogreške i za njih je ono najučinkovitija povratna informacija. Rezultati ovog istraživanja o povratnoj informaciji pokazuju da povratna informacija koja nije usklađena s načinom poučavanja nije učinkovita (nema konstruktivnog poravnanja), da je učinkovitost određene vrste i razine na kojoj se daje povratna informacija kulturalno ovisna. Osim toga, ovo istraživanje doprinosi teoriji povratne informacije uključivanjem kulturalnog konteksta te konstruktivnog poravnanja (usklađenosti ishoda – aktivnosti – vrednovanja) kao dodatnih moderatora učinkovitosti povratne informacije.

Guo i Wei (2019) pokazali su da povratna informacija u obliku kritike i neodobravanja ne utječe na smanjenje motivacije ili upotrebu različitih strategija učenja, jedino dovodi do povećane ispitne anksioznosti. Guo i Wei (2019) navode da su ovi rezultati dobiveni u na kineskim učenicima u suprotnosti s rezultatima istraživanja provedenima u zapadnim kulturama u kojima je kritika nastavnika ili neodobravanje dosljedno pokazivala negativne učinke. Ovaj rezultat pojačava tezu da je (formulacija, kvaliteta, učinkovitost) povratna informacija socio-kulturalno ovisna (Zhang i sur., 2019).

Guo i suradnici (2019) navode da se učinak povratne informacije koju daje nastavnik razlikuje ovisno o specifičnom školskom kontekstu kao što su školska kultura, klima i učenička percepcija iste. U svom istraživanju ispitali su razlike u povratnoj informaciji u nastavi srednjoškolske matematike te zaključili da se vrsta povratne informacije koju nastavnici daju učenicima značajno razlikuje obzirom na razinu postignuća škole. U školama s visokim postignućima značajno češće se daju povratne informacije u obliku pohvala, kao i direktivne i postupno vođene povratne informacije, a značajno manje kritike u odnosu na škole s niskim postignućima (Guo i sur., 2019). Osim toga, autori su potvrdili da određena vrsta povratne informacije ima različit učinak na učenike koje pripadaju školama s niskim i školama s visokim postignućima (Guo i sur., 2019). Primjerice, postupno vođena povratna informacija značajnom se pokazala za motivaciju i efikasnost samo u školama s niskim postignućima, kritika je pozitivno utjecala na razvoj strategija za dublje učenje i razumijevanje u školama s niskim postignućem, a negativno na učenike u školama s visokim postignućem, dok se kod njih verifikacijska i direktivna povratna informacija pokazala značajnom. Dakle, učinak određene vrste povratne informacije ovisi o vrsti škole, a što Guo i suradnici (2019) diskutiraju da je moguće iz razloga jer se škole značajno razlikuju po obilježjima kao što su učenička obrazovna

iskustva, učeničke razine postignuća, učenička i nastavnička uvjerenja o učenju i povratnoj informaciji, osjećaju sigurnosti u školi i povjerenju, nastavničkom stilu poučavanja itd.

2.4.3.1.5. Posebnosti učenika

2.4.3.1.5.1. Predznanje

Hattie i Timperley (2007) ističu da je prethodno znanje učenika važno za razumijevanje kako i koliko povratna informacija djeluje. To znači da ista povratna informacija neće jednako djelovati na sve učenike, a učinak u velikoj mjeri ovisi o općem matematičkom i specifičnom (predznanju potrebnom za usvajanje određenog nastavnog sadržaja i određenih odgojno-obrazovnih ishoda) predznanju učenika, tj. razini znanja. Budući da je učinkovitost povratne informacije u snažnoj korelaciji s učeničkim predznanjem (Pearson Education, 2021), povratne informacije morale bi se prilagođavati pojedincima, biti individualne, potencijalno personalizirane (Robinson i sur., 2015; Nazemi i sur., 2010, prema Zhang i sur., 2019). U ovisnosti o predznanju potrebno je kreirati povratnu informaciju i uskladiti s ostalim nezavisnim varijablama koje utječu na varijabilnost njezinog učinka (moderatore). U suvremenom dobu četvrte industrijske revolucije, pojedini autori sugeriraju ne samo korištenjem digitalnih tehnologija, kao što su screencastovi, nego i putem umjetne inteligencije (preuzete iz inteligentnih tutorskih sustava (Mousavinasab i sur., 2018, prema Zhang i sur., 2019).

Nekolicina je istraživanja pokazala da su povratne informacije bile učinkovite samo za učenike koji ostvaruju veća postignuća (ostvaruju bolje rezultate na testovima) (npr. Fuchs i sur., 1999). Učenici niže razine (pred)znanja često trebaju veću podršku i korisnije su im upute, dodatno objašnjavanje ili pokazivanje riješenih primjera u matematici od povratne informacije (Hattie i Timperley, 2007; Fyfe i sur., 2012). Krause i suradnici (2009) proveli su istraživanje koje je ispitivalo učinkovitost povratnih informacija koje su studentima matematike davani u obliku riješenih primjera, a pokazalo se da su od takvih povratnih informacija koristi imali samo studenti s niskom razinom predznanja, dok ostali nisu imali koristi od te vrste povratne informacije. U početnoj fazi učenja (kada se pred učenike stavljaju jednostavniji izazovi i zadatci) učenici imaju veće koristi od neposrednih (trenutnih) i direktivnih povratnih informacija koje su potkrijepljene (tj. daju im se samo dovoljno informacija za napredak) povratnih informacija (Clariana i sur., 2000; Shute, 2008). S druge strane za učenike s većom razinom znanja i pri rješavanju složenijih zadataka više koristi imaju od odgođenih povratnih informacija (jer im se omogućuje više vremena za obradu informacija) (Clariana i sur., 2000; Shute, 2008) te informacije poput nagovještaja i znakova (Shute, 2008.; Wiliam, 2005, prema Pearson Education, 2021).

Fyfe i suradnici (2012) također su se bavile ispitivanjem učinka (različitih vrsta) povratnih informacija na postignuća učenika u rješavanju problemskih zadataka u matematici obzirom na razinu predznanja učenika, a u okviru heurističke metode. Autori su koristili povratnu informaciju na razini verifikacije, odnosno procjene točnosti odgovora te na razini zadatka koju su nazvali povratna informacija o strategiji, koja se odnosi na procjenu ispravnosti korištenja određene strategiju u rješavanju zadatka (Fyfe i sur., 2012). Rezultati (prvog i ponovljenog) istraživanja pokazali su da predznanje moderira učinak povratne informacije; što je veća razina učeničkog predznanja, to je učinak povratne informacije manji (ponekad čak ima i ometajući učinak) neovisno o vrsti povratne informacije koja je dana (Fyfe i sur., 2012). Nadalje, istraživanje je pokazalo da učenici prosječne razine predznanja imaju veću koristi pri heurističkom istraživanju ukoliko ne dobiju povratnu informaciju, dok je ona potrebna za daljnji napredak učenicima s niskim predznanjem (Fyfe i sur., 2012). Navedeni rezultati upućuju na to da povratna informacija nije jednako učinkovita za sve učenike obzirom na razinu predznanja (Hattie, 2012). Ipak, treba istaknuti da ovakvi rezultati ne čude budući da su autori u istraživanju koristili povratne informacije na najniže razine (koje daju informaciju o ispravnosti odgovora) i za koje se u literaturi potvrdilo da imaju učinak isključivo na učenike s najnižom razinom znanja (npr. Hattie i Timperley, 2007). Posebno, treba istaknuti da se u eksperimentu intervencija unosila u radu s učenicima *jedan-na-jedan*, odnosno individualno i nakon jednokratne individualne poduke radilo se finalno testiranje.

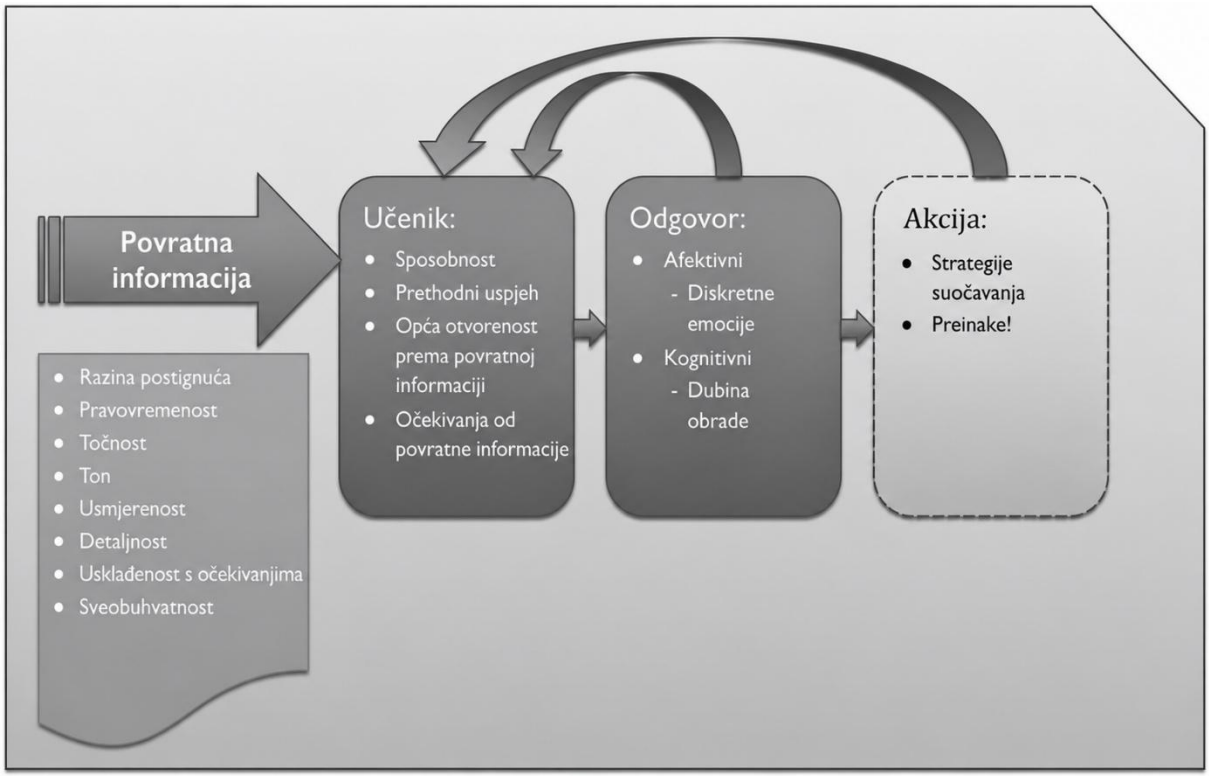
2.4.3.1.5.2. Učenici kao agenti

Brojni autori utvrdili su da učenici povratnu informaciju mogu prihvatiti, promijeniti (pa čak i krivo shvatiti) ili odbaciti (Gibbs i Simpson, 2004; Higgins i sur., 2001; Kulhavy, 1977; MacDonald, 1991; Narciss, 2008; Santos i Pinto, 2010; William, 2011; Yang i sur., 2006). Sukladno tome varira i učinkovitost pa Narciss (2008; Brookhart, 2009; MacDonald, 1991; Stobart, 2008) navodi da su i najkvalitetnije oblikovane povratne informacije beskorisne ako učenik ne obraća pažnju na njih ili nije voljan i motiviran uložiti vrijeme u primjenu povratne informacije s ciljem ispravljanja grešaka. Kluger i DeNisi (1996) navode da nije dovoljna povratna informacija sama po sebi nego je važno kako učenici na nju reagiraju te da postoje četiri vrste reakcije: promjena ponašanja, modificiranje cilja, napuštanje cilja i odbijanje povratne informacije. Navedeno dovodi do osam mogućih učinaka intervencija povratnih informacija koje su dane u sljedećoj tablici.

Tablica 9 Mogući učinci povratne informacije (Kluger i DeNisi, 1996)

Vrsta reakcije	**Povratna informacija pokazuje da izvedba premašuje cilj**	**Povratna informacija pokazuje da izvedba zaostaje za ciljem**
Promjena ponašanja	Ulaže manji napor	Povećava napor
Promjena cilja	Povećava razinu aspiracije	Smanjuje razinu aspiracije
Napuštanje cilja	Zaključuje da je cilj prelagan	Zaključuje da je cilj pretežak
Odbacivanje povratne informacije	Ignorira povratnu informaciju	Ignorira povratnu informaciju

Veliku ulogu u tome hoće li neka povratna informacija postati učinkovita ima hoće li ju učenik primiti i hoće li se angažirati oko nje (Lipnevich i sur., 2016). Lipnevich i suradnici (2016) predložili su model interakcije učenika s povratnom informacijom koji ističe kako učenik prima povratnu informaciju i kako je njezina primjena moderirana s učeničkim karakteristikama kao što su očekivanja, emocionalno stanje, sposobnosti i sl. (vidi sliku 26.).



Slika 26. Model interakcije učenika s povratnom informacijom prema Lipnevich i suradnicima (2016, str. 177)

Higgins i suradnici (2001; Goldstein, 2006) utvrđuju da mnogi učenici imaju poteškoće u interpretaciji i razumijevanju (prihvaćanju) povratnih informacija i da ih mogu negativno percipirati ako se ne odnose na objašnjavanje miskoncepcija, ne pružaju dovoljno informacija koje su usmjerene na poboljšanje učenja ili imaju poteškoća u primjeni povratnih informacija u učenju. Na percepciju povratne informacije utječe to kako učenici percipiraju pružatelja povratne informacije, tj. nastavnika s posebnim naglaskom na moć, pravednost i pouzdanost (Higgins i sur., 2001). Drugim riječima, socio-emocionalni odnos prema nastavniku uz stil rada nastavnika ima utjecaj na prihvaćanje povratne informacije. Nadalje, utvrđeno je da pozitivna reakcija (u smislu povećanog truda i upornosti) učenika na povratne informacije ovisi o posvećenosti učenika školskim ciljevima, percipiranom smislenošću te o razrednoj klimi koja prihvaća neuspjeh i pogreške (Hattie i Yates, 2014; Kluger i DeNisi, 1996).

Određeni dio povratnih informacija ne bude prihvaćen kada su one dane na grupnoj, razrednoj razini, a ne individualno (Carless, 2006; Meyer i sur., 1979) budući da tada učenici mogu misliti da se na njih ona ne odnosi (Nadler, 1979) ili mogu čak i negativno utjecati (Kluger i DeNisi, 1996). Ipak, Carless (2006) je utvrdio da je većina povratnih informacija danih od strane nastavnika obično dana na razrednoj razini.

Stobart (2008; Shute, 2008) eksplicitno navodi tri preduvjeta koja trebaju biti zadovoljena kako bi povratna informacija mogla biti učinkovita, a to su: učenikova potreba za povratnom informacijom, prihvaćanje povratne informacije uz postojanje prilike da je upotrijebi, učenikova želja da primjenjuje povratnu informaciju. Greške se smatraju prilikom za učenje (Hattie, 2012), a znanje je dugotrajnije ukoliko učenik samostalno može pronaći svoje greške, ispraviti ih i doći do točnog rezultata (Santos i Pinto, 2010). Tako primjerice Santos i Pinto (2009) navode da su određene povratne informacije pokazale neučinkovite (ne zbog vrste i forme) zbog toga što su učenici s niskim postignućima više cijenili postizanje točnog odgovora od objašnjenje procesa korištenog za postizanje odgovora. Osim toga, povećanje količine danih povratnih informacija i koncentriranje isključivo na davanje povratnih informacija (učinkovitu strukturu i formulaciju) može biti zavaravajuće ako se ne uzme u obzir i ne traži potvrda primanja povratne informacije (Hattie, 2012).

Brooks i suradnici (2019) donose tri preduvjeta za ostvarenje potencijala učinkovitosti povratne informacije, a prvi od njih je jasno iskazati očekivanja i standarde učenicima te planirati davanje ciljanih povratnih informacija tijekom učenja. Učenici su spremniji posvetiti se rješavanju zadatka kada su zadatci izazovni, a ciljevi i ishodi jasno zadan**i** (Locke i Latham, 2002; Black i sur., 2003) te su u tim slučajevima učenici spremniji i sami tražiti povratnu informaciju (Locke

i Latham, 1990). Ipak, ciljevi i ishodi trebaju biti dohvatljivi i u zoni približnog razvoja kako učenici ne bi osjetili strah od neuspjeha jer će tada smanjiti svoj rad i trud kako bi se zaštitili (Black, William, 1998). Butler i Winne (1995) navode da uvjerenja učenika o procesu učenja i ciljevima također utječu na primanje i percepciju povratnih informacija. Stoga, povratne informacije trebaju naglašavati i pozitivan odnos između truda i postignuća, posebno u matematici (Mory, 2004), a ne biti usmjerene na ocjene ili osobu. Preostali preduvjeti odnose se na poticanje i omogućavanje praksi koje vode razvoju samoregulacije te zatvaranju petlju povratne informacije pružanjem *feed forward*, za koji su istraživanja pokazala da najčešće izostane (Boud i Molloy, 2013; Brooks i sur., 2019). Nešto Kasnije, Brooks sa suradnicima (2021) preoblikovao je te uvjete i naveo tri bitna preduvjeta za ostvarenje potencijala snage povratne informacije: učenici se moraju aktivno angažirati prihvatiti povratnu informaciju, povratna informacija mora biti sastavni dio formativnog vrednovanja, nastavnicima je potrebna značajna stručna podrška u implementaciji povratne informacije.

Brojni autori stoga su proveli istraživanja o tome kako učenici primaju povratne informacije od nastavnika (npr. Sadler, 1989; Shute, 2008; Brooks i sur., 2021). Shute (2008) je za učinkovitu i korisnu povratnu informaciju ključnim istaknula: motivaciju, priliku i značenje. Drugim riječima, učenik treba imati motiv i želju znati kako napreduje i što može poboljšati (jasno postavljene ciljeve i kriterije), ona ima smisla samo ako student vidi vrijednost u njoj i ako je motiviran (Brookhart, 2009) primijeniti ju u daljnjem radu te mora dobiti priliku za iskoristiti povratnu informaciju u učenju (Wiggins, 2012). Uz to, Shute (2008) je dala smjernice slične Mory (2004) za oblikovanje učinkovitih povratnih informacija za nastavnike:

- usmjeravanje povratne informacije na zadatak, a ne na učenika
- povratna informacija mora biti elaborirana – uključuje informacije koje odgovaraju na pitanja što je napravljeno, kako to ostvariti napredak i ispraviti greške, zašto je to važno
- ne davati preopsežne povratne informacije – izbjegavati kognitivno preoterećenje i hiperinformiranost
- davati povratne informacije razumljivim, jednostavnim i jasnim jezikom (ali ne smiju biti ni prejednostavne)
- davati specifične, a ne općenite povratne informacije
- pomoći u smanjivanju nesigurnosti učenika po pitanju diferenciranja trenutne izvedbe i cilja učenja
- davanje nepristrane i objektivne povratne informacije

- zastupati učenje usmjereno ka cilju (stavljati fokus i isticati važnost procesa učenja i prihvaćanja pogrešaka kao sastavnog dijela učenja)
- davati povratnu informaciju tek nakon što učenik pokuša riješiti zadatak (vođenje ka samoregulaciji).

William (2012) navodi da razumijevanje utjecaja povratne informacije na učenje zahtijeva širi fokus od same intervencije povratne informacije, a posebno se odnosi na učeničko reagiranje na povratne informacije i okruženja učenja u kojem povratne informacije djeluju.

2.4.3.1.5.3. Učenička percepcija povratne informacije

Obzirom na socio-konstruktivistički i samoregulacijski model povratne informacije, ali i rezultate brojnih istraživanja koja su pokazala da učinkovitost povratne informacije ovisi o tome hoće li ju i kako učenici primiti, interpretirati i primijeniti (Brooks i sur., 2019), korisno je znati i što to učenici smatraju povratnom informacijom te koji su, prema njihovoj percepciji, najučinkovitiji načini davanja i moderatori povratne informacije.

Istraživanje u Ujedinjenom Kraljevstvu pokazalo je prosječno zadovoljstvo studenata s kvalitetom i pravovremenošću dobivanja povratnih informacija (Higher Eduaction Funding Council for England, 2012, prema Robinson i sur., 2015). Isto tako, učenici naglašavaju potrebu formativnog karaktera povratne informacije, tj. one povratne informacije koje su dobivene nakon sumativnog vrednovanja smatraju nepravovremenima i zakašnjelima (Beaumont i sur., 2011; Smith, Lipnevich, 2009, prema Brooks i sur., 2019). Dodatno, Gamlem i Smith (2013) ističu da učenici kojima nije dano dovoljno vremena za implementaciju povratne informacije najčešće odbacuju takve povratne informacije. Učenici u Projektu Learn (Weedem, Winter, 1999, prema AARE/NZARE, 2003) uglavnom su rekli da je većina povratnih informacija koje su dobivali bila neusmjerena ili od male koristi za poboljšanje. Rezultati istraživanja pokazali su da učenici smatraju korisnima one povratne informacije koje su povezane s kriterijima vrednovanja (Brown i sur., 2009, prema Brooks i sur., 2019; Gamlem, Smith, 2013). Beskorisnim povratnim informacijama učenici vide one koje su nejasne, negativne i kritizirajuće (Harris i sur., 2014, prema Brooks i sur., 2019). Istraživanje Pajares i Graham (1998, prema Brooks i sur., 2019) pokazalo je da učenici radije traže konstruktivne i usmjeravajuće povratne informacije nego pohvale i ohrabrenje. Carless (2006) navodi da nastavnici i učenici nejednako percipiraju kvalitetu i korisnost danih/primljenih povratnih informacija. Prema istraživanju preko 70% nastavnika smatralo je da je dalo detaljnu povratnu informaciju koja je pomogla učenicima u napretku i budućem radu, dok je to isto mislilo samo 45% njihovih učenika (Carless, 2006). Hattie i suradnici (2017) izvještavaju da učenici vrlo

malo povratnih informacija percipiraju korisnima za učenje, dok njihovi nastavnici smatraju da drugačije. Istraživanje van der Kleij (2019) također je pokazalo da postoje jasne razlike između nastavničkih namjera po pitanju povratne informacije i učeničke percepcije i korištenja tih povratnih informacija od strane učenika. Peterson i Irving (2008, prema Brooks i sur., 2019) izvještavaju da učenici posebno cijene povratne informacije koje su usklađene s kriterijima vrednovanja.

Robinson i suradnici (2015) istražili su da studenti preferiraju primanje povratnih informacija pomoću screencastova u odnosu na ostale (tradicionalne) načine. Screencast je videozapis zaslona računala (ili nekog drugog digitalnog uređaja) koji prikazuje što se događa na ekranu (na kojem nastavnik objašnjava određeni koncept ili rješavanje određenog primjera) popraćen naracijom nastavnika (audiozapisom). Robinson (2015) smatra da se povratne informacije koje se daju u odnosu na pisani učenički rad koji se vrednuje uglavnom svode na: kratke komentare napisane direktno na učenički rad (margine, pokraj zadatka i sl.); davanje primjera (idealnog) odgovora kako je trebao izgledati; pregled uobičajenih i najčešće napravljenih pogrešaka (na grupnoj, razrednoj razini); pisani sažetak uobičajenih pogrešaka; individualni razgovor sa učenikom pri davanju rada na uvid. Robinson i suradnici (2015) smatraju da nije dovoljno samo dati npr. komentare na rad u margine i prepustiti učenicima da samostalno premošćuju jaz između trenutnog znanja i izvedbe prvenstveno zbog toga što nastavnici nerijetko misle da su komentari i povratne informacije koje su dali jasni ili da je dovoljno da učenicima daju ogledni primjer (idealnog) odgovora. Ukoliko izostane informacija o tome što točno treba popraviti i koje akcije poduzeti kako bi poboljšali rad, odnosno kako primijeniti povratne informacije, učenici mogu krivo protumačiti povratne informacije ili ih ne mogu primijeniti (Robinson i sur., 2015). Osim toga, studenti su komentirali da je lakše razumjeti obrazloženja ocjenjivača kada su dana audio(vizualno) u usporedbi s pisanim komentarima (O'Malley, 2011). Loch i suradnici (2012, prema Robinson i sur., 2015) navode da učenici pozitivno ocjenjuju povratne informacije koje dobivaju putem screencastova jer imaju mogućnost ubrzati, pauzirati ili ponovo prikazati video dok uče ili se pripremaju za ispit te da ih bolje razumiju (O'Malley, 2011; Vincelette i Bostic, 2013). Mandouit (2020, prema Hattie i sur., 2021) navodi da učenici žele povratne informacije koje su elaborativne, koje donose informacije kako se mogu poboljšati i koje mogu transferirati, ne samo na slične zadatke nego koje im pomažu u razvoju kritičkog, analitičkog i logičkog mišljenja te u samoregulaciji. Ovo je vrlo zanimljivo budući da su različita istraživanja pokazala da je učestalost takvih povratnih informacija najčešće oko 1 do 2% (npr. Brooks i sur., 2019; Hattie i Masters, 2011), a smatraju se najučinkovitijima

(Hattie i Timperley, 2007). S druge strane, istraživanje Brooks i suradnika (2019) pokazalo je nejednake rezultate, odnosno u njihovom istraživanju učenici su percipirali povratnu informaciju na razini samoregulacije kao manje korisnu u odnosu na druge povratne informacije. Autori uzrok tome vode u nedovoljno razvijenim sposobnostima samoregulacije, povećanom kognitivnom naporu koji je potreban za obradu takvih informacija u odnosu one koje su dane na nižim razinama (Brooks i sur., 2019), a može ležati i u neusklađivanju razine povratne informacije s trenutnom izvedbom učenika.

Isto tako, treba uzeti u obzir da neki učenici jednostavno nikad ne pogledaju povratnu informaciju koja je dana na papiru (Robinson, 2015), pogotovo ako uz nju stoji i ocjena (William, 2011). Obzirom da su istraživanja pokazala da učenici u većoj mjeri *pristupaju* povratnoj informaciji kada je dana pomoću digitalne tehnologije (Stoneham i Prichard, 2013, prema Robinson i sur., 2015), da je ona u većoj mjeri individualna (čak i personalizirana Edwards i sur., 2012; Vincelette i Bostic, 2013) potencijalno je i to razlog najveće učinkovitosti ovog oblika davanja povratnih informacija (Hattie, 2007). Generalno, učenici pozitivnije ocjenjuju povratne informacije koje dobivaju u digitalnom obliku (screencastovi ili druge vrste videozapisa) u odnosu na ostale oblike (Edwards i sur., 2012; Vincelette i Bostic, 2013).

2.4.4. Učinkovita povratna informacija

Učinkovita povratna informacija ključna je komponenta idealnog kruga poučavanja, dolazi nakon poučavanja (Hattie, 2012) i odgovor je na učeničku izvedbu tijekom procesa učenja.

Slika 27. Grafički prikaz idealnog kruga poučavanja (Pearson Education, 2021)

Pokazatelji učinkovitosti povratne informacije su formulacija (Hattie i Timperley, 2007; Sadler, 1989) te način, pravovremenost i oblik davanja (Brooks i sur., 2019; Hattie i Timperley 2007). Carenini i suradnici (2014) navode da operacionalizacija povratnih informacija u istraživačkom okruženju mora dati odgovore na pitanja kada treba pružiti povratnu informaciju (pravovremenost), što treba sadržavati (formulacija, petlja) i kako ih dati (na koji način i u kojem obliku).

Povratna informacija mora biti formulirana tako da daje informaciju o razini trenutne izvedbe u odnosu na zadani cilj, ističe koji je cilj učenja te daje informaciju o tome kako da premosti jaz između trenutne izvedbe i željenog cilja (Bangert-Drowns i sur., 1991; Hattie i Timperly, 2007; Sadler, 1989; William, 1999). Učinkovita povratna informacija povezana je s kriterijima vrednovanja koji su napravljeni na temelju ishoda i cilja koji se želi postići (AARE/NZARE, 2003; Brookhart, 2009; Timperley i Parr, 2005). Dakle, formulacija učinkovite povratne informacije mora zadovoljiti tri kriterija učinkovitosti: govoriti učeniku što se traži, omogućava im da usporede ono što znaju i ono što se traži te potiče na akciju koja će pomoći učeniku popuniti rupu između onoga što znaju ili rade i onoga što trebaju ostvariti (Sadler, 1989). Navedeno korespondira s petljom povratne informaciju koja sadrža *feed up* (odgovara na pitanje koji su ishodi učenja), *feed back* (odgovara na pitanje koja je trenutna razina izvedbe u odnosu na zadani cilj) i *feed forward* (daje informaciju o tome što se treba poduzeti kako bi se ostvario napredak). Učinkovite povratne informacije postavljaju pitanja vezana za zadatak, postavljaju

izazove, sugeriraju i potiču razmišljanje o drugim perspektivama i strategijama (Fund, 2014). Učinkovite povratne informacije su one koje daju *tragove* i *hinteve* o tome kako nastaviti dalje (d=1.10) (Hattie, 1999), koje su izazovne, postavljaju pitanja vezana za zadatak, sugeriraju i potiču razmišljanje o drugim perspektivama i strategijama (Fund, 2014). Sukladno navedenom i prethodnim istraživanjima, najvažniji dio petlje povratnih informacija, prema modelu Hattie i Timperley (2007) je *feed forward*, a koji je u najvećoj mjeri izostavljen.

U nastavnom procesu važno je da nastavnik kreira nastavne aktivnosti koje će omogućiti davanje povratnih informacija, ali i omogućiti učeniku da ih upotrijebi. Bangert-Drowns i sur. (1991) navode da je to *najisplativije* kroz učestala testiranja, suvremene izlazne kartice, no to je moguće kroz široki spektar formativnih metoda vrednovanja. Svaki učenički rad za koji se zahtijeva predaja nastavniku na pregled zapravo je prilika za davanje povratne informacije. Proces davanja povratnih informacija je iterativan proces u kojem učenici kontinuirano unapređuju svoje razumijevanje kroz cikluse predaje rada, dobivanja povratne informacije i prilagodbe u skladu s istom. Mogućnost višestruke predaje rada, dobivanja povratne informacije na svaki revidirani rad prije evaluacije ima značajan učinak na postignuća (Attali, 2015; Schwerter i sur., 2022; Yekani i sur., 2019). Nicol i Macfarlane-Dick (2006) također pružaju neke od praktičnih smjernica za kreiranje učinkovite povratne informacije:

- korištenje rubrika, demonstracijskih i riješenih primjera za osiguravanje pružanja jasnih kriterija i ciljeva učenja
- izbjegavanje općenitih i grupnih povratne informacije (usmjerenih na cijeli razred) jer ih učenici mogu ignorirati ukoliko smatraju da se na njih ne odnose
- nepovezivanje povratne informacije s ocjenama, pohvalama ili na način da se uspoređuje s drugim učenicima
- omogućavanje učenicima ponovna predavanja zadataka i davanje novih povratnih informacija učenicima sve dok ne ostvare zadane ciljeve (bez posljedica u smislu evaluacije, davanja ocjena itd.), tzv. metoda *draft-plus-rework*
- korištenje tehnike i metode formativnog vrednovanja za podršku i razvoj samoreguliranog učenja.

Učinkovita povratna informacija je ona koja je dana na individualnoj razini i usklađena sa individualnim potrebama učenika (ovisno o njihovom predznanju i dr.). Iako je povratna informacija o procesu izvršenja zadatka ili samoregulaciji učinkovitija od one vezane za zadatak (Balzer i sur., 1989), razina na kojoj će se povratna informacija dati ovisi o predznanju učenika. Učinkovita povratna informacija pruža prijedloge za poboljšanje usmjerene prema cilju i

koristiti se za informiranje o revidiranim ciljevima koji su na razini ili neposredno iznad trenutnih sposobnosti učenika, odnosno u zoni približnog razvoja učenika (ZPD) (Hattie i Gan, 2011; Locke i Latham, 1990). Dakle, važan utjecaj na učinkovitost povratne informacija ima nastavnikova procjena ZPD i individualnih potreba učenika (Hattie, 2012). Pravovremenost davanja povratne informacije usko je povezana s razinom na kojoj se daje (je li potrebna odgoda ili ne).

Iako povratna informacija može unaprijediti učenička postignuća, osmišljavanje učinkovite individualne, specifične povratne informacije povezane sa zadatkom i referencirane na kriterije uspjeha i cilj učenja zahtijeva uzimanje u obzir niza različitih čimbenika i posebnosti nastavnih situacija kako bi se to uistinu i ostvarilo. U te čimbenike ulaze i stupanj učeničkog angažmana, reagiranje na povratnu informaciju (prihvaćanje), provjeravanje primjenjuje li se dana povratna informacija i dr. (Brooks i sur., 2021; Kluger i DeNisi, 1996; Nicol i Macfarlane-Dick, 2006; Price i sur., 2012; prema O'Donovan i sur., 2015).

2.4.5. Istraživanja povratne informacije u nastavi matematike

Povratna informacija nastavnika ključna je za razumijevanje načina na koji učenici razvijaju matematički način razmišljanja te kreiraju uspješne prilike za napredak (Ross i sur., 2002). Sposobnost učenika da napreduje u razumijevanju matematike prema brojnim autorima temelji se, između ostalog, na mogućnosti dobivanja povratne informacije, procjeni njezine vrijednosti i mogućnosti primjene u učenju (Black i Wiliam, 1998; Bangert-Drowns i sur., 1991; Butler i Winne, 1995; Hattie, 2009; Hattie i Timperley, 2007; Kluger i DeNisi, 1996; Kulhavy, 1977; Sadler, 1989, Shute, 2008; Wisniewski i sur., 2019). Brojni autori ističu važnost i veliki potencijal povratne informacije za poboljšanje učeničkih matematičkih postignuća (Clarke, 2001; Gipps i sur., 2000) i pospješivanje učenja, pri čemu su istraživanja pokazala da se utjecaj povratne informacije razlikuje ovisno o tipu, načinu i obliku davanja obzirom na razinu znanja učenika (Santos i Pinto, 2009).

Santos i Pinto (2009) analizirali su vrstu (simbolička/deskriptivna) i duljinu (kratke/dugačke) povratne informacije koje su davane učenicima u srednjoškolskoj nastavi matematike tijekom istraživačkog projekta. U početku projekta nastavnica je najčešće koristila različite simbole, križala ili podcrtavala (kako bi označili mjesta na kojima su učinjene greške), a kasnije sve češće deskriptivne povratne informacije (Santos i Pinto, 2009). Autori su utvrdili da je ta vrsta povratne informacije koristila samo učenicima koji su ostvarivali bolja postignuća jer su ih učenici interpretirali kao poziv na provjeru, samoevaluaciju i samoispravljanje, dok učenici prosječnog ili ispodprosječnog znanja i dalje nisu znali što i kako ispraviti i češće su tražili

dodatna objašnjenja (Santos i Pinto, 2009). Autori navode da je deskriptivna povratna informacija dolazila u tri oblika: afirmativnom – za potvrdu točnih dijelova i direktno ukazivanje na greške, upitnom – njime se potiče učenika na razmišljanje i samoevaluaciju i mješovitom – njime se daje potvrda, ali i poticaj za daljnje razmišljanje (Santos i Pinto, 2009). Rezultati istraživanja koje su proveli van der Kleij i suradnici (2012) nisu pokazali značajne razlike u postignućima između učenika obzirom na vrstu povratne informacije (trenutna KCR+EF, odgođena KCR+EF i odgođena KR). Ipak, učenici općenito KCR+EF smatraju korisnijom od KR, a najkorisnijom povratnom informacijom za učenje ocijenili su KCR+EF koja se daje bez odgode. Ono što su sami autori istaknuli kao nedostatak i potencijalni razlog zašto se povratne informacije nisu pokazale učinkovite na postignuće je to što nisu imali priliku primijeniti povratnu informaciju u novoj situaciju, tj. učenju (Gamlem i Smith, 2013; van der Kleij i sur., 2012), što je u skladu s teorijskim pretpostavkama (npr. Brookhart, 2008; Stobrat, 2008), učeničkom percepcijom učinkovite povratne informacije (npr. Beaumont i sur., 2011) te opažanjima da učenici najčešće ne primjenjuju povratnu informaciju u ispravku rada (Hattie, 2012). Clarke (2002, prema AARE/NZARE, 2003) navodi da se u nastavi matematike previše vremena posvećuje zadavanjem matematičkih zadataka koji se rješavaju po istom principu te bi se umjesto toga više vremena trebalo posvetiti diskusiji (npr. o sljedećim koracima u učenju), koja uključuje i povratne informacije, a jedna je od značajki učinkovite nastave matematike (Jukić Matić i sur., 2021). Na tragu toga su i AARE/NZARE (2003) koji se zalažu za to da bi se u nastavi matematike povratna informacija u većoj mjeri trebala odnositi na kvalitetu matematičkog mišljenja i zaključivanja, a manje na razinu izvršenja zadatka ili osobu (AARE/NZARE, 2003). To je važno iz razloga jer su u svojoj studiji slučaja Santos i Pinto (2010) pokazali, da su povratne informacije u nastavi matematike (koje je nastavnica koristila) najčešće bile fokusirane na zadatak i bile korektivne (isticale (ne)postojanje pogreške). Osim toga, Santos i Pinto (2010) navode da su se povratne informacije pružale nakon omogućavanja učeniku da sam pokuša riješiti zadatak, bile kratke, poticale refleksiju i najčešće davale metodom postavljanja pitanja. Bleiler i suradnici (2013) istraživali su prakse i kvalitetu u pružanju pisanih povratnih informacija na učeničke argumentacije i dokazivanja tvrdnji u nastavi matematike. Autori navode da je važno razumjeti slabosti i jake strane nastavnika matematike u pogledu njihovih sposobnosti da validiraju, a potom i pružaju pisane povratne informacije na učenikov rad (Bleiler i sur., 2013). U svom istraživanju Bleiler i suradnici uočili su da se u davanju pisanih povratnih informacija nastavnici najčešće fokusiraju „lokalno“, tj. na valjanost svakog koraka u argumentaciji, umjesto da se usredotoče na obrazloženje i logiku

koja podržava argument kao cjelinu. Ovo je posebno važno za naglasiti jer kada je Weber (2010, prema Bleier i sur., 2013) istraživao razloge zašto studenti matematike dokaze koji nisu valjani smatraju kao valjanima, jedan od dva razloga je bio taj što su studenti skloni usredotočiti se na valjanost dokaza od koraka do koraka, a ne u cjelini. Dakle, važno je da nastavnici prilagode svoje povratne informacije usmjeravanjem studenata na razumijevanje i povezanost svih dijelova rješenja.

Postupno vođene (scaffolded) povratne informacije u nastavi matematike mogu pomoći učenicima u napretku i razvoju točnosti znanja (ispravno razumijevanje gradiva bez miskoncepcija) i vještina učenja istovremeno potičući ih na samostalan angažman te bi se trebale davati češće umjesto izravnih odgovora (Guo i Wei, 2019). Kako učeničke sposobnosti rastu, nastavnici trebaju postupno smanjivati vođenje te ih poticati na samostalnost (Guo i Wei, 2019). Pružanje previše uputa može dovesti do toga da učenici nemaju potrebu samostalno razmišljati nego samo slijede upute nastavnika (Mužar Horvat, 2023). Kraće povratne informacije učinkovitije su od duljih (Fund, 2014) jer omogućavaju fokusiranje na specifične aspekte u zadatcima (Santos i Pinto, 2009). Wiliam (1999) je pokazao da je davanje povratne informacije u obliku minimalne intervencije, odnosno „baš onoliko koliko treba“ da učenik samostalno dođe do ispravnog rješenja, učinkovitije od davanja cjelovitih rješenja. Wiliam (1999) smatra da se davanjem cjelovitih rješenja učenicima oduzima prilika za učenje. Stoga, važnim aspektom u davanju povratnih informacija u nastavi matematike pokazuje se nastavnička kompetentnost u pružanju primjerene količine pomoć/uputa/ljestava, ali i njihovo sklanjanje kada one više nisu potrebne. Mužar Horvat (2023, str. 258) dolazi do sljedećih zaključaka o korištenju povratne informacije u razrednoj nastavi matematike nakon provedenog akcijskog istraživanja:

„• prilikom upućivanja povratne informacije treba uzeti u obzir cilj nastave;

• pozitivna povratna informacija je učenicima vrlo važna ako je upućena na odgovarajući način; • povratna informacija mora biti dana pravodobno, odnosno za vrijeme ili neposredno nakon održanoga sata;

• korektivna povratna informacija jednako je važna kao i pozitivna te treba biti izražena na konstruktivan način, odnosno potrebno je da učenik razumije zašto je rezultat točan ili nije točan te na koji način može ispraviti pogreške;

• učenike je potrebno informirati o tome što trebaju promijeniti kako bi poboljšali daljnje učenje; potrebno je naglasiti što u učenju moraju unaprijediti;

• *učenici prihvaćaju nove nastavne metode, ali im treba vremena da se na njih naviknu.“*

Kao i općenito, tako i u nastavi matematike utjecaj povratnih informacija bio je varijabilan, tj. u dijelu istraživanja pokazao se kao neznačajan, a u dijelu istraživanja kao značajan, a ponekad i u ovisnosti o razini predznanja učenika. Fuchs i sur. (1999) ispitivali su utjecaj povratne informacije na postignuća učenika (uspješnost u rješavanju novih zadataka) u nižim razredima nastave matematike, a rezultati su se pokazali značajnima samo za učenike koji su imali iznadprosječna postignuća dok se nisu pokazali značajnima za učenike koji ostvaruju prosječna i ispodprosječna postignuća. Ipak, Santos i Pinto (2009) navode da učenici koji ostvaruju iznadprosječna postignuća u matematici, ako ne shvate dobivenu povratnu informaciju, skloniji su tražiti dodatna objašnjenja, postavljati pitanja nastavniku kako bi dobili novu povratnu informaciju. Rakoczy i suradnici (2008) proveli su istraživanje o utjecaju povratne informacije na postignuće i motivaciju učenika. U istraživanju su pokazali da pozitivne evaluativne povratne informacije doprinose povećanju motivacije, ali ne utječu na postignuće. Navedeno je u skladu sa socijalnom ulogom takvih informacija prema Tunstall i Gipps (1996) te nije za očekivati da će doprinijeti postignućima jer su izvan konteksta učenja (Hattie i Timperley, 2007). Povratne informacije koje su deskriptivne (informativne, daju dodatna pojašnjenja o zadatku, greškama i sl.) nemaju direktan utjecaj na postignuća učenika kada se kontrolira prethodno znanje (Rakoczy i sur., 2008). Radi usporedbe s drugim istraživanjima, važno je napomenuti da je u ovom istraživanju kao inicijalni test korišten test na kojem se ispitivalo predznanje učenika koje je ključno za usvajanje nadolazećeg gradiva, odnosno ostvarivanje budućih ishoda učenja (konkretno vezano za Pitagorin poučak), a ne test kojim se ispitivalo postojeće znanje učenika o onome što će se tek učiti (znanje o Pitagorinom poučku) (kao što je slučaj npr. u istraživanju Baliram i Ellis (2018) koje je pokazalo pozitivan učinak povratne informacije). Rezultati istraživanja Baliram i Ellis (2018) pokazuju da kombinacija metakognitivne prakse i davanja povratne informacije koja je *content-specific,* tj. vrlo specifična u odnosu na sadržaj značajno poboljšava postignuće srednjoškolskih učenika u matematici (geometriji). Postoje određena metodološka ograničenja, nastavnica koja je unosila intervenciju predavala je u obje skupine i kontrolnoj i eksperimentalnoj (prijetnja jednostruke operacionalizacije), a na inicijalnom testu se ispitivalo znanje gradiva koje će se tek učiti, pa su općenito i očekivano rezultati u obje skupine bili poprilično niski. Dakle, generalno predznanje učenika ili predznanje koje je potrebno za usvajanje specifičnog sadržaja nije provjeravano i uspoređivano te se ne može odrediti ima li ono i koliki doprinos u konačnom rezultatu. Pojedini autori su istraživali utjecaj intervencija profesionalnog usavršavanja u području formativnog

vrednovanja u nastavi, pri čemu je ono trajalo tijekom jednog polugodišta (6 mjeseci). Wiliam i suradnici (2004) u svom istraživanju dobili su značajan učinak od 0,32, na rezultate intervencije u nastavi matematike, a pripisali su ih različitoj uporabi metoda koje se odnose na dijeljenje kriterija s učenicima i povratne informacije. Andersson i Palm (2017), također su izvijestili o značajnoj veličini učinka od 0,66 nakon intervencije u nastavi matematike i to godinu dana od početka uvođenja intervencije.

2.4.6. Metode i tehnike formativnog vrednovanja i povratna informacija

Važan dio vrednovanja je prikladan (konstruktivno poravnat) izbor metoda i tehnika formativnog vrednovanja. NCTM (2000) adresira potrebu da (formativno) vrednovanje postane alat koji će pomoći u nastavnoj praksi približiti se (lakše uočiti i djelovati) teškoćama s kojima se učenici susreću. Formativno vrednovanje u nastavi matematike ima ključnu ulogu u osiguravanju učinkovitih povratnih informacija koje učenicima omogućuju napredovanje u učenju, a nastavnicima prilagodbu poučavanja u skladu s uočenim potrebama (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Povratne informacije učenicima se mogu dati na različite načine, korištenjem raznovrsnih formativnih tehnika koje se razlikuju obzirom na njihovu primarnu svrhu u unaprjeđenju učenja i poučavanja (Mužar Horvat, 2023; Zhang i sur., 2019). Keeley i Tobey (2011; 2017) klasificirali su 125 formativnih tehnika u nastavi matematike koje se razlikuju obzirom na mjeru u kojoj identificiraju i pozivaju predznanje, angažiraju i motiviraju učenike, aktiviraju razmišljanje i potiču metakogniciju, potiču matematičku diskusiju, iniciraju istraživanje ideja i koncepata, pomažu razvoju koncepata i transfer znanja, omogućavaju refleksiju, omogućavaju vršnjačko i samovrednovanje, omogućavaju povratne informacije nastavnicima ili učenicima, doprinose poboljšavanju postavljanje pitanja i pružanja odgovora. Tehnike koje su se najčešće koristile u istraživanjima povratnih informacija u nastavi matematike bile su uglavnom: 3-2-1, portfolio te izlazne kartice realizirane pomoću digitalnih alata Kahoot i Plickers (Mužar Horvat, 2023), screencastovi (Robinson i sur., 2015). U nastavku ovog potpoglavlja dat će se pregled različitih metoda i tehnika formativnog vrednovanja koje su relevantne za nastavu matematike i pokrivaju široki raspon stilova učenja i poučavanja, a od kojih su neke, između ostalog, nastavnice sudionice u ovom istraživanju koristile. Neke od tehnika služe za vrednovanje za učenje, neke se koriste za vrednovanje kao učenje, a uz svaku odabranu metodu bit će naznačeno kako ona koristi u kontekstu davanja povratnih informacija nastavnika učenicima, bilo da je riječ o tehnici davanja povratne informacije, bilo da je riječ o samo jednom dijelu petlje povratne informacije. Osim toga, često je teško razlučiti služi li određena tehnika, tj. strategija za vrednovanje, učenje ili poučavanje budući da su i sami procesi

toga isprepleteni (Keeley i Tobey, 2011). Dok studenti uče, nastavnici ih prate i prikupljaju vrijedne informacije o njihovom načinu razmišljanja na temelju čega odlučuju o budućem poučavanju kako bi pružili prilike učenicima da istraže i reflektiraju se na vlastito učenje (Keeley, Tobey, 2011).

2.4.6.1. Uvijek – ponekad – nikad / Istinita-neistinita tvrdnja

Tehnika *Uvijek – ponekad – nikad*, jednako kao i njezina varijanta *Istinita – neistinita tvrdnja*, uglavnom se koristi u dijagnostičke svrhe, učenike se poziva na predznanje, a nastavniku daju povratnu informaciju o predznanju koje učenici imaju o određenoj temi. Prema modelu Hattie i Timperley (2007) ovom tehnikom se daje odgovor na pitanje *Kako napredujem?*, odnosno feed back u okviru petlje povratne informacije. Ova tehnika pogodna je za ispitivanje konceptualnog znanja te uvid u znanje o granicama i uvjetima primjene određenih procedura (Keeley i Tobey, 2011). Ova tehnika nastavniku pomaže u otkrivanju poteškoća u generalizaciji te identifikaciju miskoncepcija. Time se stvaraju uvjeti za pružanje povratne informacije na razini procesa izvršenja zadatka, strategija (Hattie i Timperley, 2007) te razvoju matematičkih vještina zaključivanja i transfera znanja. U okviru tehnike stoji zahtjev za obrazlaganje odgovora što aktivira razmišljanje o vlastitom razumijevanju (metakognicija). Navedeno otvara prostor davanje povratnih informacija učenicima na razini samoregulacije te učenički angažman za daljnje učenje (William, 2012). U tom smislu, ova tehnika se uklapa u model Baliram i Ellis (2019) koji su pokazali da kombinacija metakognitivne prakse i davanja povratne informacije koja je specifična u odnosu na sadržaj značajno poboljšava postignuće srednjoškolskih učenika u matematici. Na taj način tehnike funkcioniraju kao mehanizam za unaprjeđivanje procesa učenja matematike putem učinkovitih povratnih informacija.

2.4.6.2. Frayer model

Frayer model je primjer grafičkog organiziranja znanja o određenom konceptu ili proceduri pomoću četiri kategorije: definicija, obilježja/karakteristike/svojstva, primjer i protuprimjer. Ovom tehnikom nastavnik stječe uvid u ostvarenost ishoda temeljem čega može planirati daljnje poučavanje što je važno u kontekstu suvremene nastave matematike (Frey i Fisher, 2011). Ova tehnika prikladna je za aktiviranje usvojenog znanja, angažiranje učenika, aktiviranje razmišljanja i metakognicije te dobivanje vrijedne povratne informacije (Keeley i Tobey, 2011). Povratna informacija daje se u kontekstu učenja s naglaskom na usporedbu trenutačne razine izvedbe (*Kako napredujem?*) s očekivanom razinom (*Kamo idem?*) (Sadler, 1989). Posebna vrijednost Frayer modela u nastavi matematike očituje se u mogućnosti razotkrivanja proceduralnog znanja bez konceptualnog razumijevanja (Keeley i Tobey, 2011).

Ovo je važno u nastavi matematike jer se fokus pomiče sa točnosti rješenja i povratnih informacija vezanih uz znanje o točnom odgovoru (KCR) i znanje o rezultatu (KR), koje su manje učinkovite od elaborirane povratne informacije (ER) (Shute, 2008). Obzirom na način implementacije ove tehnike, povratna informacija postaje višesmjerna (učenici dobivaju povratne informacije kroz usporedbu vlastitih zapisa s kriterijima pojma, kroz raspravu s vršnjacima i kroz usmjerene nastavnikove intervencije). Na taj način, Frayer model ne funkcionira samo kao organizacijski alat za učenje pojmova, već kao mehanizam za davanje i korištenje učinkovitih povratnih informacija u nastavi matematike.

2.4.6.3. Tehnika 3 – 2 – 1 i SWOT analiza

U kontekstu povratne informacije, tehnika 3 – 2 – 1 može se promatrati kao instrument koji podržava zatvaranje petlje povratne informacije (osobito *feed back* i *feed forward*) jer pitanja koja se koriste daju izravan odgovor na ključna pitanja učinkovite povratne informacije: *Kako napredujem?* i *Što dalje?* Ova tehnika pruža strukturirani način refleksije učenika na njihovo učenje (Keeley i Tobey, 2011). Tehnikom 3 – 2 – 1 učenicima se daje prilika da kažu i promisle o tome što su uspjeli savladati, što im je bilo zahtjevno i u čemu još imaju poteškoća te koje su potencijalne strategije koje bi im mogle pomoći u svladavanju istog. Iako je ova aktivnost prvenstveno namijenjena za samorefleksiju (samovrednovanje), nije dovoljno učenicima samo dati da ju ispune, potrebno je da nastavnik prikupi važne informacije o tome sa čime učenici imaju poteškoća kako bi planirao daljnje poučavanje i dao učenicima individualne povratne informacije (Hattie, 2012). Odgovori učenika u dijelu u kojem se iznose nove spoznaje omogućuju nastavniku uvid u koje elemente gradiva smatraju ključnima, čime se posredno provjerava usklađenost između planiranog, izvedenog i ostvarenog kurikuluma, tj. ishoda poučavanja, što je preduvjet za davanje smislenih povratnih informacija usmjerenih na zadatak i proces izvršavanja zadatka. U tom smislu, tehnika 3 – 2 – 1 pruža podatke potrebne za oblikovanje deskriptivne povratne informacije koja precizira postignuća u odnosu na ciljeve učenja. Dio koji se odnosi na identificiranje i artikuliranje poteškoća i nejasnoća, posebno je relevantan za nastavu matematike jer omogućuje identifikaciju miskoncepcija, proceduralnih pogrešaka i razvoj matematičke komunikacije. Navedeno omogućuje nastavniku usmjeravanje povratne informacije na više razine (razinu procesa izvršavanja zadatka), umjesto da ostane na razini provjere točnosti rješenja (evaluativno). Navođenje jedne strategije ili metode koja bi učeniku mogla pomoći u daljnjem učenju izravno je povezan s komponentom *feed forward* i ostvarivanje mogućnosti davanja povratne informacije usmjerene na razinu samoregulacije. Na taj način tehnika 3-2-1 ne služi samo kao alat samovrednovanja, nego i kao temelj za

nastavnikovu povratnu informaciju koja potiče razvoj samoreguliranog učenja. Važno je istaknuti da se korisnost ove tehnike u kontekstu povratne informacije ne ostvaruje samim ispunjavanjem obrasca nego proizlazi iz nastavnikove analize učeničkih odgovora i njihove upotrebe u formuliranju povratnih informacija (Keeley i Tobey, 2011).

Varijacijom tehnike 3–2–1 može se smatrati prilagođena primjena SWOT analize, koja zadržava temeljnu refleksivnu strukturu ove tehnike i petlju povratne informacije, ali je proširuje. Kategorije snaga i slabosti odgovaraju dijelovima tehnike 3–2–1 koji se odnose na osvješćivanje postignuća i poteškoća, dok se kategorija mogućnosti izravno odnosi na planiranje daljnjih strategija učenja i rješavanja zadataka. Uvođenjem kategorije prijetnji dodatno se naglašava kontekst učenja, uključujući prepreke koje nisu isključivo kognitivne prirode, a mogu utjecati na učeničku izvedbu i samoregulaciju.

Primjena SWOT analize osobito je prikladna u nastavi matematike pri rješavanju složenih, nestandardnih problemskih zadataka i modeliranju, gdje je važno osvijestiti postupke, strategije, odluke i prepreke (uvjete, nepoznanice) u procesu rješavanja problema. Takav oblik refleksije nastavniku omogućuje dublji uvid u učeničko kognitivno modeliranje zadataka, dok učenicima pruža strukturirani okvir za planiranje rješavanja zadatka.

2.4.6.4. Konceptualni crteži/crtići

Konceptualni crteži/crtići prikazuju djecu ili odrasle kako međusobno razgovaraju, tj. razmjenjuju svoje ideje o svakidašnjim i/ili znanstvenim pojavama, matematičkim idejama ili problemima (Keeley i Tobey, 2011). Ova tehnika koristi se za ispitivanje učeničkog razmišljanja/mišljenja o određenom problemu, čime se stvara mogućnost za davanje povratne informacije. Tvrdnje likova sa crteža ciljano uključuju alternativne ideje, djelomično točne odgovore te tipične pogreške i miskoncepcije čime se učenici potiču na uspoređivanje, argumentiranje, analizu i sl. (Keeley i Tobey, 2011), odnosno donošenje odluka utemeljenih na matematičkom razmišljanju i zaključivanju. Rasprava o različitim izjavama likova potiče učenike na diskusiju, angažman, preispitivanje vlastitih pretpostavki te refleksiju (Keeley i Tobey, 2011). Time se stvara pogodno okružje za učenje i deskriptivne povratne informacije, dok se evaluativne svode na minimum. Osim što se koristi kao uvodna/motivacijska aktivnost, može služiti za utvrđivanje naučenog ili transfer znanja (Keeley i Tobey, 2011). Učenički odgovori pružaju nastavniku informacije potrebne za prilagodbu daljnjeg poučavanja (i povratne informacije) stvarnim učeničkim potrebama. Na taj način, tehnika služi kao posredni mehanizam između vrednovanja i izvedbe, pri čemu je povratna informacija funkcionalan dio nastavnog procesa, a ne zasebna aktivnost (Rakoczy i sur., 2008).

2.4.6.5. Generiranje pitanja

Učenici ponekad imaju poteškoća u interpretaciji nastavnikovih povratnih informacija (Apthrop, 2010), pri čemu razlog ne mora ležati uvijek u formulaciji dane povratne informacije, nego u učeničkim poteškoćama artikuliranja vlastitih nejasnoća (Keeley i Tobey, 2011). Kako bi učenici uvježbali i poboljšali sposobnost postavljanja pitanja, može se koristiti tehnika generiranja pitanja. Sposobnost formuliranja učinkovitih, tj. kvalitetnih pitanja o određenom problemu/temi može biti pokazatelj razine znanja o određenoj temi, konceptu, tj. do koje razine je učenik usvojio određene ishode (Keeley i Tobey, 2011). Kako bi pomogli učenicima u kreiranju pitanja, nastavnici im mogu ponuditi popis započetih pitanja poput onih danih na slici TKZ (Škola za život, 2019). Kada se učenike postavi u poziciju da osmišljavaju pitanja koja će postaviti, njihovo promišljanje nadilazi razinu prisjećanja i spoznaju da se moraju osloniti na svoje (pred)znanje o određenom problemu/temi, a formuliranjem pitanja vježbaju i metakogniciju jer prepoznaju koja je razina znanja potrebna za rješavanje zadataka koje su postavili (Keeley i Tobey, 2011). Korištenjem ove tehnike učenici uče razliku između postavljanje učinkovitih i neučinkovitih pitanja što doprinosi boljem prihvaćanju i korištenju povratne informacije.

2.4.6.6. Popis ishoda učenja

U ovoj tehnici naglasak je na osvješćivanju ishoda učenja, a isticanje ishoda učenja te upoznavanje učenika koji je jedan od glavnih čimbenika uspješnog učenja i poučavanja (Hattie, 2017), ali i učinkovitosti davanja/primanja povratnih informacija (Hattie, 2012). Jasno definirani i učenicima razumljivi ishodi učenja omogućuju učenicima da uspoređuju vlastitu trenutnu razinu znanja s očekivanim postignućima i razvijaju sposobnost samoreguliranog učenja (Hattie, 2012). U tom smislu, konceptualno tehnika popisa ishoda učenja izravno doprinosi *feed up* komponenti povratne informacije jer učenicima jasno odgovara na pitanje *Kamo idem?,* tj. što se uči, zašto se uči i prema kojim se kriterijima procjenjuje uspješnost učenja te ostvaruje preduvjete za prihvaćanje povratne informacije (Shute, 2008). Također, redovitim povezivanjem nastavnih aktivnosti s istaknutim ishodima učenja i vrednovanjem osigurava se konstruktivno poravnanje (Biggs i Tang, 2011). Na taj način, tehnika popis ishoda učenja služi kao alat formativnog vrednovanja koji omogućuje usmjereno planiranje poučavanja i davanje povratnih informacija u skladu s namjeravanim učenjem.

2.4.6.7. Popis terminologije

Ovu tehnika funkcionira na principu upitnika kojim se propituje koliko su učenici upoznati s ključnim matematičkim pojmovima (nazivima, oznakama) određenog nastavnog sadržaja (Keeley i Tobey, 2011). Učenici procjenjuju vlastitu razinu poznavanja, a po potrebi dodatno obrazlažu značenje pojma, čime se nastavniku omogućuje uvid u moguće miskoncepcije i razinu konceptualnog, a ne deklarativnog znanja (Keeley i Tobey, 2011). U kontekstu povratne informacije, ova tehnika ima uglavnom dijagnostičku funkciju te doprinosi *feed up* komponenti petlje povratne informacije jer učenicima signalizira koji su pojmovi ključni za ostvarenje ishoda učenja. Iako ova tehnika nije primarno namijenjena provjeri dubinskog konceptualnog znanja, ona ima važnu ulogu u strukturiranju učenja i usmjeravanju pozornosti učenika na temeljni matematički vokabular (vezan za ishode učenja) čime se stvara osnova za učinkovitiju povratnu informaciju (Mory, 2004).

2.4.6.8. Lista za (samo)procjenu

Lista za (samo)procjenu je tehnika formativnog vrednovanja kojom se učenicima omogućuje sustavno praćenje i procjenjivanje vlastitog rada u odnosu na unaprijed definirane i istaknute kriterije uspješnosti, a što je važan aspekt u prihvaćanju povratne informacije (Peterson i Irving, 2008, prema Brooks i sur., 2019). Na taj način ova tehnika korespondira s odgovorima na pitanja *Gdje idem?* i *Kako idem?*. Učenici aktivno sudjeluju u zatvaranju petlje povratne informacije jer procjena vlastite razine znanja u odnosu na konačni ishod učenja postaje polazište za daljnje učenje. Na temelju liste procjene nastavnik može oblikovati povratnu informaciju koja je usmjerena na *feed forward*, upućivanje učenika na to kako da dođu do cilja. Lista za (samo)procjenu služi i kao sredstvo za razvoj metakognitivnih vještina i preuzimanje odgovornosti za vlastito učenje matematike.

2.4.6.9. Analitička rubrika

Rubrike su tehnika vrednovanja kojom se unaprijed definiraju kriteriji uspješnosti i detaljno opisuju razine njihove ostvarenosti, čime se omogućuje transparentno, kriterijsko i relativno ujednačeno vrednovanje učeničkih radova (Stevens i Levi, 2013). U kontekstu povratne informacije, rubrike imaju važnu ulogu jer učenicima eksplicitno prikazuju što se od njih očekuje, prema kojim se kriterijima procjenjuje uspješnost te kako izgleda napredovanje od nižih prema višim razinama ostvarenosti (Black i sur., 2003; Brooks i sur., 2019). Rubrikama se jasno odgovara na pitanje Kamo idem? – koji su ishodi učenja i kriteriji uspješnosti, a važna pretpostavka je povezanost svakog zadatka s jednom sastavnicom rubrike. Konceptualno,

dostupnost rubrika učenicima prije ili tijekom rada, smanjuje se neizvjesnost (i ispitna anksioznost), omogućuju se da povratna informacija bude smisleno povezana s unaprijed poznatim kriterijima te razvijaju metakognitivne vještine, vještine samovrednovanja itd. (Hattie, 2012). Rubrike se najčešće koriste za vrednovanje složenijih zadataka. Ovisno o stupnju razrađenosti razlikuju se analitičke i holističke rubrike (Mertler, 2001). Analitičke rubrike omogućuju vrednovanje pojedinih sastavnica učeničkog rada prema više razina ostvarenosti kriterija, čime pružaju detaljniju povratnu informaciju o različitim aspektima izvedbe. Holističke rubrike omogućuju bržu procjenu rada kao cjeline, ali rezultiraju općenitijom povratnom informacijom, primjerenijom sumativnom vrednovanju. Važno obilježje rubrika jest da omogućuju ujednačenu, ali ne u potpunosti individualiziranu povratnu informaciju, iako učenici mogu jasno prepoznati razinu na kojoj se nalaze u odnosu na pojedine kriterije. Rubrike ne nude uvijek odgovor na pitanje *Što dalje?*, odnosno koje konkretne korake učenik može primijeniti kako bi unaprijedio svoje učenje. Upravo zbog toga njihova se učinkovitost u kontekstu povratne informacije značajno povećava kada se kombiniraju s dodatnim oblicima deskriptivne povratne informacije, refleksije ili samovrednovanja.

3.METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

3.1.Istraživački problem

Meta-analize brojnih istraživanja pokazale su da povratna informacija može imati veliki učinak na učenička postignuća (Hattie i sur., 2017; Wisniewski i sur., 2019). Međutim, ono što je u dosadašnjim istraživanjima u najvećoj mjeri izazivalo varijabilnost u rezultatima, odnosno veličini učinka povratne informacije, konstrukt je povratne informacije koji je nejednak ili nedovoljno dobro definiran u istraživanjima koja su izdvojena za meta-analizu te slaba kontrola u istraživanjima (Wecker i sur., 2017). Iako prihvaćanje povratnih informacija nije problem ovog istraživanja, literatura navodi da je prihvaćanje povratnih informacija vrlo individualno (Nadler, 1979) te da općenito učenje i poučavanje ovisi i o interakciji nastavnika i učenika te o percepciji (kvaliteti) učeničkog odnosa s nastavnikom (npr. Hattie, 2019; Kyriacou, 2001), zbog čega će se ova važna varijabla kontrolirati i izmjeriti. Nadalje, učinkovite povratne informacije su one koje su dane na individualnoj razini i konstruirane uvažavajući individualne potrebe i posebnosti učenika (Hattie i Timperley, 2007; Nadler, 1979). Budući da literatura navodi varijabilnost veličine učinka obzirom na razinu davanja povratne informacije, a ona razina davanja ovisi o predznanju učenika, jasno je da učeničko predznanje ima veliku ulogu u veličini

učinka povratne informacije. Zbog toga ovim će se istraživanjem predznanje učenika uzeti u obzir kao relevantna varijabla i kontrolirati.

Iz literature su sažeti neki od glavnih zaključaka (Tablica 10) kritike zbog kojih se smatra da se ne može govoriti o velikom učinku davanja učinkovitih povratnih informacija (Ekecrantz, 2015; Slavin, 2018; Wecker i sur., 2017).

Tablica 10 Pregled kritike dosadašnjih istraživanja povratne informacije

ISTRAŽIVAČKI NACRT	• velik broj studija slučaja • velik broj kvazi-eksperimenata i eksperimenata s jednom skupinom • prekratka istraživanja • istraživanja bez inicijalnog testiranja ili kontrole drugih varijabli
UZORAK	• mali uzorci (< 30) • nedovoljno istraživanja s učenicima srednjoškolske dobi • u većoj mjeri uzorak čine učenici s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama • dominantna pripadnost određene skupine učenika (dob, visokomotivirani nastavnici)
ZAVISNA VARIJABLA	• mjerenje postignuća uglavnom unutar psihomotorne i afektivne domene • nedovoljno istraživanja u području matematike
KONSTRUKT POVRATNE INFORMACIJE	• zanemarivanje utjecaja posebnih karakteristika i čimbenika povratne informacije kao i njihove interakcije, tj. nedovoljno dobro definiran konstrukt učinkovite povratne informacije
STATISTIKA I KLASIFIKACIJA VELIČINA UČINKA	• prigovor odbacivanju i zanemarivanju veličine učinka d < 0.4 neovisno o kvaliteti istraživanja (kontrola, trajanje itd.)

Stoga, uzevši u obzir prethodno navedeno, teza da povratne informacije imaju veliki učinak na učenička postignuća ovim istraživanjem nastojat će se polazeći od postpozitivističke paradigme falsificirati (Bognar, 2012). To jest formulirat će se hipoteze koje će se ispitati uz: jasno definiranje konstrukta i veći uzorak, uz kontrolu značajnih varijabli (predznanje učenika, interakcija učenik – nastavnik) i korištenjem metode eksperimentalne manipulacije s nacrtom koji će imati i netretiranu skupinu, uz duže trajanje istraživanja od mjesec dana, mjerenje kognitivnih postignuća te korištenje triangulacije izvora podataka. Ipak, obzirom na kompleksnost odgojno-obrazovne stvarnosti, uzet će se u obzir i moguće postojanje drugih

objašnjenja za dani problem, tj. da mogu postojati i druga objašnjenja za slabija učenička postignuća u nastavi matematike te da se može dogoditi i da davanje učinkovitih povratnih informacija ne dovede do poboljšanja učeničkih postignuća (u nastavi matematike) (König i Zedler, 1998). Jedna od ključnih varijabli u varijabilnosti rezultata je uloga nastavnika koji daju povratnu informaciju, a što se smatra nastavničkim umijećem koje ne posjeduju svi nastavnici. Stoga, u ovom istraživanju, razmatrat će se nastavničko umijeće davanja povratnih informacija kvalitativnom analizom teorijskog znanja i kroz praktičnu primjenu u nastavi. Snimanje određenog broja sati nastave služi za kontrolu određenih varijabli kao što su one vezane uz prijetnje konstruktnoj valjanosti te prijetnji valjanosti u kontrolnoj skupini. Kvalitativna analiza uzorka snimljenog materijala koristit će se u svrhu diskusije kvantitativnih rezultata i uvida u širi kontekst rezultata istraživanja.

3.2.Cilj istraživanja i hipoteze

Cilj je istraživanja ispitati utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika u srednjim školama na unaprjeđenje školskog postignuća (kognitivne domene) u nastavi matematike korištenjem kvazi-eksperimentalnog nacrta s dvije skupine (od kojih je jedna netretirana) i uz povećanu valjanost eksperimenta kroz kontrolu brojnih varijabli unutar eksperimentalnog nacrta koje su istaknute od kritičara rezultata meta-analiza o učinku davanja povratnih informacija (npr. Slavin, 2018; Wecker i sur., 2017). Osim onih varijabli koje su stavljene pod kontrolu, a vezane su uz kvazi-eksperimentalni nacrt, posebna pozornost stavljena je na dvije značajne varijable u kontekstu učenja i poučavanja, tj. učeničko predznanje i interakciju na relaciji nastavnik – učenik. Osim toga, ispitat će se postoji li razlika u učinkovitosti davanja povratnih informacija na postignuća učenika obzirom na predznanje učenika i obzirom na interpersonalni odnos učenika i nastavnika. Radi falsifikacije i obogaćivanja dobivenih rezultata, osiguravanje kontrole parazitarnih varijabli i povećanja valjanosti istraživanja koristit će se triangulacija istraživača (za izradu mjernih instrumenata finalnog testa i testa kojim se mjeri učeničko predznanje), triangulacija izvora podataka (etnografski detaljni opisi, testovi postignuća, upitnik nastavničke interakcije) (Cohen, Manion, Morrison, 2007). Istraživanje je primijenjeno jer će dovesti do novih spoznaja koje će poslužiti za donošenje odluka za unaprjeđenje prakse formativnog rada (primarno u pristupu vrednovanja za učenje) u nastavi matematike. Istraživanje je i transverzalno jer se istražuje presjek pojave u određenom trenutku te empirijsko jer se podaci prikupljaju iz neposrednog odgojno-obrazovnog rada (Mužić, 1999).

3.3.Eksperimentalna metoda

U istraživanju će se koristiti eksperimentalna metoda koja je najtočnija operacionalizacija iskustvenog provjeravanja uzročno-posljedičnih veza (Milas, 2009; Mužić, 1999). Utemeljitelji eksperimentalne pedagogije navode da eksperiment predstavlja namjerno izazivanje pojava i da dokazivanje nužnosti leži u eksperimentu te da samo empiričko opažanje nije dostatno (Engels, 1950, prema Mužić, 1977). Eksperimentalni pedagozi navode da se uz pomoću kauzalne (eksperimentalne) metode planski može ustanoviti učinak odgojne akcije, odnosno odgojno-obrazovnog utjecaja, a da plodnost i efikasnost zaključaka za praksu koji su dobiveni eksperimentom ovise o realnim okolnostima i uvjetima odvijanja eksperimenta, tj. razini redukcije stvarnosti i prirodnosti uvjeta provedbe eksperimenta kompleksnih pedagoških pojava (Mužić, 1999).

Cook i Campbell (1979) govore o potrebi visoke korelacije između uzroka i posljedice, tzv. probabilističkoj uzročnosti jer je ono nužan, iako ne i dovoljan uvjet za ustanovljivanje uzročno-posljedične veze. Popper (1959) smatra da se zaključak o uzročno-posljedičnoj vezi može pojačati vođenjem kriterijem oborivosti u smislu opovrgavanja svih drugih uzročnih pretpostavki. Hume i Mill dali su velike doprinose u postavljanju temeljnih zakona o uzročnosti, a ključnima su se pokazali načelo kovarijacije i korelacije, načelo prethođenja te načelo kontrole (Milas, 2009). U ovom radu osnovno načelo logičkog dokaza bit će metoda razlika (Milas, 2009). Metoda razlike nalaže da ako dvije situacije, od kojih se u jednoj očituje određena pojava, a u drugoj ne, imaju zajedničko sve osim jedne pojedinosti, tada ta pojedinost može biti uzrok pojave (Milas, 2009). Obzirom da je nemoguće (posebno u društvenim znanostima) napraviti uvjete koji su posve izjednačeni u svemu osim po jednoj stvari, za maksimizaciju ujednačenosti uvjeta koristit će se eksperimentalna kontrola, standardizacija okolnosti, statistički postupci, uklanjanje ometajućih čimbenika itd. Kako bi se otkrila uzročno-posljedična povezanost pri kreiranju istraživačkih nacrta u kojima se koristi eksperimentalna metoda glavni je zadatak uspostaviti kontrolu nad okolnostima (parazitarnim varijablama) koje bi prikrile prave učinke djelovanja odgojno-obrazovne akcije (Cohen i sur., 2007). Jedan od načina za postizanje toga je zakon jedne varijable, pri čemu se kontrolira (statističkim i metodičkim neutraliziranjem ili eliminiranjem) veći broj varijabli koji mogu imati utjecaj kako bi se izdvojio utjecaj akcije kao uzrok (Mužić, 1999). Druga mogućnost je korištenje složenih modela kojima se istovremeno prati veći broj varijabli u eksperimentu, a čime se može dobiti uvid u to je li neki odgojno – obrazovni postupak efikasniji kod određene podgrupe učenika i sl. (Mužić, 1977). Ipak, pri donošenju zaključaka najteže je isključiti neka druga moguća

objašnjenja. Stoga, u ovom radu izdvojit će se barem dvije ključne varijable koje bi mogle imati efekt na promatranu pojavu, a to su percepcija učeničke interakcije s nastavnicom te matematičko predznanje.

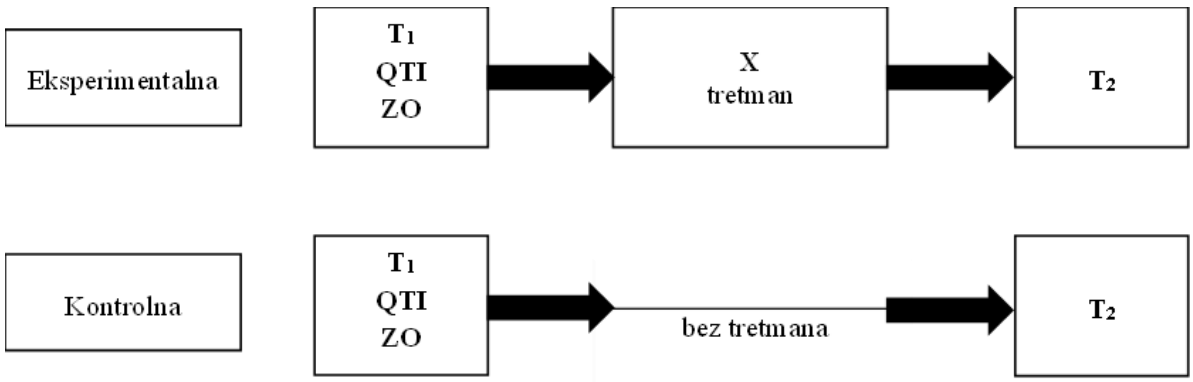
U skladu s postpozitivističkim načelima u istraživanju će se koristiti metoda eksperimentalne manipulacije događajima, a što podrazumijeva davanje tretmana jednoj skupini, a uskraćivanje drugoj (Christensen, 1977). U kontekstu ovog istraživanja to se odnosi na nastavničko davanje učinkovitih povratnih informacija učenicima u eksperimentalnoj skupini, dok u kontrolnoj skupini učenici nisu bili uskraćeni za dobivanje povratnih informacija nego su nastavnice nastavile sa svojim uobičajenim radom. Kako bi se provjerila, a potom i osigurala veća pojavnost učinkovitih povratne informacije u eksperimentalnoj skupini nego što je u kontrolnoj skupini, s nastavnicama koje su sudjelovale u istraživanju provelo se predtestiranje znanja o učinkovitim povratnim informacijama. Nastavno na to, nastavnice u eksperimentalnoj skupini prošle su vođeno uvježbavanje davanja učinkovitih povratnih informacija te su imale neprekidnu podršku tijekom uvođenja tretmana i provedbe istraživanja kako bi se maksimizirala diferencija pojavnosti ove aktivnosti tijekom istraživanja. Ipak, budući da se pretpostavka o tome daju li nastavnice učinkovite povratne informacije (učinkovito) ne može temeljiti samo na njihovom teorijskom znanju o tome, radi kontrole, obogaćenja rasprave i rezultata snimljen je određeni broj nastavnih sati tijekom istraživanja.

3.3.1.Kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrt

Kvazi-eksperimentalni nacrt je onaj u kojem se ispitanici eksperimentalne i kontrolne skupine ne biraju slučajnim odabirom, tj. nisu početno izjednačene (Cook i Campbell, 1979). Goodwin (1995) u kvazi – eksperimente navodi sve one nacrte koji ne zadovoljavaju sve uvjete istinskog eksperimenta, a prema Milas (2009) to su: mogućnost upravljanja nezavisnom varijablom, početna izjednačenost skupina slučajnim izborom te uravnoteživanje uvjeta obzirom na redoslijed izlaganja.

Tablica 11 Prikaz kvazi-eksperimentalnog nacrta istraživanja

Skupina*	**Pre-test**	**Tretman**	**Post-test**



Legenda: T_1 = inicijalni test, T_2 = finalni test, X=tretman davanja učinkovite povratne informacije, *Skupine nisu izjednačene (N≥30)

Osim u početnoj izjednačenosti, kvazi – eksperimenti od istinskih se razlikuju i tome što je u potonjim veća unutarnja, a manja vanjska valjanost (Milas, 2009). Unutarnja valjanost u kvazi – eksperimentima može se povećati mjerenjem, opažanjem i statističkom kontrolom onih varijabli prema kojima grupe nisu izjednačene (složeni nacrti ili analiza kovarijance) (Milas, 2009). Često se istinski eksperimenti vode ciljem spoznavanja radi nje same, dok su kvazi – eksperimenti češće primijenjena istraživanja, s nekom svrhom, kao što je i ovo istraživanje. Obzirom da je ovo empirijsko istraživanje jer se ispituje učinkovitost intervencije u prirodnom okruženju (razredu, školi), zbog složenosti pedagoške situacije, administrativnih i praktičnih razloga, tj. postojanja već oformljenih skupina razreda i škola, ne mogu se osigurati preduvjeti za provođenje istinskog eksperimenta u smislu početne izjednačenosti eksperimentalne i kontrolne skupine slučajnim izborom ispitanika. Nemogućnost istinske kontrole u kvazi – eksperimentima osigurava se statističkom kontrolom za koju je potrebno osigurati dovoljno ispitanika u obje skupine (barem 30) koji kriterij ovo istraživanje zadovoljava. Osnovnu podjelu kvazi – eksperimentalnih nacrta na nacrte na neujednačenim skupinama i nacrte prekinutih vremenskih nizova načinili su Cook i Campbell (1979).

U ovom istraživanju koristit će se kvazi – eksperimentalni nacrt s neujednačenim skupinama, dvokratni nacrt s netretiranom kontrolnom skupinom i zamjenskom mjerom u predispitivanju, prema klasifikaciji Cooka i Campbella (1979). Takav nacrt „uspoređuju grupe čija je početna izjednačenost upitna te je moguće da se razlikuju ne samo prema izloženosti nezavisne varijable nego i drugim obilježjima“ (Milas, 2009), a kako bi se učinci intervencije, tj. tretmana mogli odvojiti od posljedica neujednačenosti, potrebno je raditi s grupama koje se u najvećoj mjeri podudaraju. Glavna zadaća pri korištenju ovakvog nacrta je odijeliti učinke intervencije od

mogućih posljedica neraspodjeljivanja skupina po slučaju (Milas, 2009). Prema Borg i Gall (1979) potrebno je odrediti barem 2 varijable prema kojima se treba osigurati ekvivalentnost, bilo da je to logičkom analizom ili temeljem teorijskih razmatranja, a koje će u ovom istraživanju biti matematičko predznanje i učenička percepcija interakcije s nastavnikom. Kako bi se ojačala ekvivalentnost skupina koristit će se što sličniji dostupni uzorak i učenika i nastavnica te nastojati eliminirati izvori pogrešaka (Mužić, 1977) (više o tome u poglavlju 3.3.3. Kontrola u eksperimentalnoj metodi). Dvokratni nacrt s netretiranom kontrolnom skupinom i zamjenskom mjerom u predispitivanju koristi se kada inicijalni i finalni test ne mogu biti identični (Milas, 2009), a što je najčešće slučaj u obrazovnim istraživanjima, kao što je ovo. Dakle, nema smisla ispitivati predznanje nekog nastavnog gradiva ako će se o njemu tek prvi puta učiti. U tom se slučaju može koristiti neka druga varijabla koja mjeri predznanje potrebno za usvajanje određenog dijela nastavnog gradiva ili ocjena iz srodnog predmeta, kako bi se približno dobro mogla odrediti polazna točka skupina (Milas, 2009). Isto tako, to može biti bilo koja druga varijabla za koju je poznato ili se može pokazati da je u korelaciji sa zavisnom varijablom (Milas, 2009), koje je u ovom slučaju učeničko postignuće na finalnom testu. Ono što je nedostatak korištenja ovakvog nacrta je niža korelacija zamjenske varijable s finalnim testom (drugim mjerenjem) nego kada bi i u početnom i drugom mjerenju bio istovjetni test. Ono potencijalno može dovesti do veće varijance u greški, tj. nemogućnosti dokazivanja potencijalno realne i prisutne razlike među skupinama (Milas, 2009). U ovom istraživanju, korištenjem odgovarajućih statističkih modela (kovarijata, regresijske analize), uklonit će se greška u početnom mjerenju.

3.3.2. Varijable i operacionalizacija

Mužić (1977) navodi da se u eksperimentu susrećemo s postupkom i efektom tog postupka, tj. pojavom (u ovom slučaju učeničko znanje) koja je zavisna o postupku koji izaziva tu pojavu. Prema Mužiću (1977, str. 73), pedagoška definicija varijable je sljedeća: „varijabla je svaka karakteristika bilo koje pedagoške pojave kod koje promatramo kvantitativne ili kvalitativne razlike koje se u njoj javljaju“. Pritom, varijablu koja predstavlja tretman, tj. odgojno – obrazovni utjecaj, uzrok kojim se kontrolirano manipulira i želi ispitati je nezavisna varijabla, dok zavisna varijabla predstavlja posljedicu promjene djelovanja nezavisne varijable (Milas, 2009; Mužić, 1977). U ovom istraživanju nezavisnu varijablu predstavljaju učinkovite povratne informacije nastavnika, a zavisna varijabla je postignuće učenika. Ipak, da bi se varijable mogle iskustveno opaziti, tj. predstavljati vidljive oblike ponašanja, realnu situaciju potrebno je pojednostaviti, a varijable operacionalizirati (Mužić, 1977). Operacionalizacija podrazumijeva

„korake kojima se nekom teorijskom pojmu pridružuju empirijski dokučivi pokazatelji, kako bismo ih sustavno promatrali i ispitivali“ (Atteslander, 1995 prema König i Zedler, 2001, str. 62), a operacionalizacijom se omogućava mjerenje pojave. Iako u ovom istraživanju nije naglasak na opažanju učinkovitosti načina, oblika i razine davanja povratnih informacija, korisno ih je analizirati za obogaćenje rasprave rezultata i (povezati rezultate sa opaženom (ne)uspješnom provedbom manipulacije). Osim toga, precizno određivanje varijabli i njihova operacionalizacija omogućavaju ponavljanje istraživanja, tj. povećavaju vanjsku valjanost. S druge strane, operacionalizacija ugrožava konstruktnu valjanost (Milas, 2009) te se može doći do toga da se složeni konstrukti operacionaliziraju jednostavnim pokazateljima. Uz to, treba voditi računa i o tome da „ni operacionalne definicije nisu nikada čista opažanja, već u načelu uvijek sadrže i određenu interpretaciju“ (König i Zedler, 2001, str. 63). Primjerice, sami nastavnik, ali i istraživači, s obzirom na svoju stručnost, znanja, teorijska polazišta i pedagoški takt mogu različito procijeniti je li povratna informacija dana na odgovarajućoj razini (znanja) učenika i je li učinkovito formulirana. Nadalje, neki autori navode da „svaka operacionalizacija mijenja značenje pojma“ (König i Zedler, 2001). Operacionalizacije koje se bave pitanjem kvalitete i učinkovitosti složenije su i neodređenije jer postoji velik broj mogućnosti njihove operacionalizacije, no prema Atteslander (1995) potrebno je voditi se dvama načelima: pokazatelji moraju biti jednoznačno određeni (dihotomni) te relevantni u odnosu na izvorni pojam. Upravo ta relevantnost, pouzdanost implicira nemogućnost određivanja trajnih operacionalizacija jer su neki pokazatelji svojstveni određenim istraživanjima ili se mijenjaju s vremenom i promjenom uvjeta (Atteslander, 1995). Ovisno o prirodnosti promatrane pojave, pokazatelji se utvrđuju teorijskom analizom ili predispitivanjem sustavnim promatranjem, odnosnom anketnim ispitivanjem (Atteslander, 1995).

3.3.2.1. Nezavisna varijabla

Operacionalizacija nezavisne varijable „davanje učinkovitih povratnih informacija nastavnika učenicima“ provela se temeljem teorijske analize, sukladno empirijskim rezultatima, kako se oblikuje učinkovita povratna informacija i koji su njezini moderatori. Carenini i suradnici (2014) navode da operacionalizacija povratnih informacija u istraživačkom okruženju mora dati odgovore na pitanja kada treba pružiti povratne informacije (pravovremenost), što trebaju sadržavati (formulacija, petlja) i kako ih dati (na koji način i u kojem obliku). Glavni pokazatelji učinkovitosti povratne informacije su formulacija (Hattie i Timperley, 2007; Sadler, 1989) te način, pravovremenost, razina i oblik davanja (Brooks i sur., 2019; Hattie i Timperley 2007). Povratna informacija mora biti formulirana tako da daje informaciju o razini trenutne izvedbe

u odnosu na zadani cilj učenja te informaciju o tome kako da se od trenutne razine dođe do željenog cilja (Hattie i Timperly, 2007; Sadler, 1989). Dakle, prema Sadleru (1989) formulacija učinkovite povratne informacije mora zadovoljiti tri kriterija učinkovitosti: govoriti učeniku što se traži, omogućava im da usporede ono što znaju i ono što se traži te potiče na akciju koja će pomoći učeniku popuniti rupu između onoga što znaju ili rade i onoga što trebaju ostvariti. Iste pokazatelje izdvajaju i Hattie i Timperley (2007) navodeći da učinkovita povratna informacija treba sadržavati *feed up* koji odgovara na pitanja gdje idem, tj. koji su ishodi mojega učenja (Where am I going?), *feed back* koji odgovara na pitanje kako stojim na tom putu, kako mi ide (How am I going?) i *feed forward* koji pruža informaciju o tome što se treba poduzeti kako bi se ostvario daljnji napredak i/ili smanjio raskorak između onoga što već znam i mogu učiniti i onoga što još trebam usvojiti (What next?).

Vrlo je bitan raspon vrijednosti koju nezavisna varijabla i sastavnice njezine operacionalizacije mogu primiti. Način davanja može biti dan na individualnoj ili grupnoj razini, a učinkovitim se smatra kada je dan individualno. Oblik ili bolje rečeno medij kojem se povratna informacija može dati je putem digitalne tehnologije (audio, vizualni ili u obliku računalnog programa), pisani oblik i verbalni, a prema nekim istraživanjima mogu se rangirati prema svojoj učinkovitosti. Istraživanja su pokazala kako je povratna informacija koja je dana uz pomoću digitalne tehnologije (Hattie i Timperley, 2007) najučinkovitiji oblik, posebno iz perspektive učenika matematike (Robinson i sur., 2015), a da je u pisanom obliku učinkovitija od verbalnog (Biber i sur., 2011; Hattie i Timperley, 2007) koji je pak najčešći oblik davanja povratnih informacija. Razina davanja povratne informacije mora biti usklađena sa individualnim potrebama učenika (ovisi o njihovom predznanju) i tek tada je učinkovita. Je li povratna informacija dana na adekvatnoj razini uvelike ovisi o kompetentnosti i procjeni nastavnika (Hattie, 2012) te pedagoškom taktu nastavnika. U literaturi se kao zasebna kategorija izdvaja (povratna) informacija koja je dana na osobnoj razini i/ili je evaluativnog karaktera (Hattie, 2007; Santos i Pinto, 2009). Iako takva informacija u okviru ovog rada nije učinkovita povratna informacija, ona se čestu u nastavnoj praksi (i nastavnica koje su sudjelovale u ovom istraživanju), ali i u različitim socio-kulturalnim kontekstima često tako percipira. Zbog toga, u okviru ovog istraživanja na kvalitativnoj razini će se evidentirati. Da bi povratna informacija mogla postati učinkovita ona mora biti dana u kontekstu učenja s ciljem ostvarenja obrazovnog ishoda (bilo da je korektivna i usmjerena na zadatak, bilo da je usmjerena na proces izvršenja zadatka, samoregulaciju, odnosno sadrži informacije o razini trenutne izvedbe, cilju učenja i kako ostvariti taj cilj) (Hattie i Timperley, 2007). Pravovremenost davanja povratne informacije

usko je povezana s razinom na kojoj se daje, odnosno predznanjem učenika, stoga je ovaj pokazatelj učinkovitosti povratne informacije prilično subjektivan (je li potrebna odgoda ili ne) i ovisi o nastavničkom umijeću. Ukoliko se povratna informacija odnosi na zadatak ili je korektivnog tipa, potrebna je trenutna intervencija, no ukoliko se odnosi na proces izvršenja zadatka ili samoregulaciju potrebna je odgoda (Hattie i Timperley, 2007). Trajanje odgode razlikuje se i obzirom na prethodne dvije razine.

Brown i suradnici (2012) zaključili su da je operacionalizacija (konceptualizacija) povratnih informacija pomoću razina koje su definirali Hattie i Timperley (2007) prikladan oblik analize, a navedeni model povratne informacije koristio se i u drugim recentnijim istraživanjima (npr. Brooks i sur., 2019; Brooks i sur., 2021; Harris i sur., 2015; Hattie i Masters, 2011; Van den Bergh i sur., 2010, prema Hattie, 2012) te će se koristiti i u ovom istraživanju.

Nezavisnom varijablom u ovom istraživanju upravljat će se eksperimentalnom manipulacijom događaja (Christensen, 1997), tj. davanjem tretmana učinkovitih povratnih informacija eksperimentalnoj te uskraćivanjem drugoj. To ne podrazumijeva da će učenici kontrolne skupine biti lišeni dobivanja povratnih informacija što je u suprotnosti s etičkim načelima, nego se „uskraćivanje“ tretmana odnosi na to da nastavnici kontrolne skupine nisu prošli uvježbavanje ponašanja, kako dati i formulirati učinkovite povratne informacije. Kao što je ranije rečeno, za potrebe osiguravanja maksimiziranja diferencije pojave davanja učinkovitih povratnih informacija u samo jednoj, eksperimentalnoj skupini, s nastavnicama koje su sudjelovale u istraživanju provelo se predtestiranje znanja o učinkovitim povratnim informacijama (vidi Prilog A). Nakon edukacija kontrolom uspjeha pokazana je razlika u razini teorijskog znanju nastavnica eksperimentalne skupine o učinkovitim povratnim informacijama. Obzirom da se pretpostavka o nedavanju učinkovitih povratnih informacija nastavnica kontrolne skupine ne može temeljiti isključivo na njihovom teorijskom znanju o tome, radi kontrole i obogaćenja rezultata snimljen je određeni broj nastavnih sati u obje skupine tijekom istraživanja. Isto tako, potrebno je za naglasiti da su nastavnice u eksperimentalnoj skupini osim treninga davanja učinkovitih povratnih informacija tijekom istraživanja uz partnerstvo s voditeljem edukacije planirale svoj rad i osmišljavale aktivnosti za redovno provođenje aktivnosti davanja učinkovitih povratnih informacija kako bi povećale pojavnost ove aktivnosti tijekom istraživanja. Ipak, u tom kontekstu potrebno je istaknuti da je postoji potencijalna prijetnja značajnosti i veličini učinka nezavisne varijable. Naime, ukoliko su nastavnice kontrolne skupine u dovoljnoj (jednakoj) mjeri osposobljene za davanje učinkovitih povratnih informacija, to može pokazati grešku u zaključku o neznačajnosti utjecaja nezavisne varijable.

Isto tako, u slučaju da već unaprijed postoji značajna razlika u osposobljenosti nastavnica neke od skupina za davanje učinkovitih povratnih informacija može dovesti do pogreške u zaključku i pridavanju značajnosti nezavisne varijable kao jedinog uzroka. Upravo radi toga, ali i polazišne paradigme te nastojanja prokušavanja rezultata, tijekom istraživanja provelo se snimanje određenog dijela nastave, a bitni pokazatelji učinkovitih povratnih informacija u obje skupine su zabilježeni.

Iz teorijskih razmatranja te rezultata prethodno provedenih istraživanja razvidno je da izbor nastavnika (koji ima svojstven stil rada, prethodno iskustvo, znanje i praksu o povratnim informacijama) uvelike utječe na manipulaciju nezavisnom varijablom (Hattie, 2012). Stoga, u svrhu smanjenja mogućeg utjecaja nastavničkih karakteristika na manipulaciju nezavisnom varijablom, u istraživanje su uključene nastavnici za koje se pretpostavljalo da imaju podjednaki stil rada, sličnu razinu prethodnog znanja, iskustva i prakse u davanju povratnih informacija, podjednaki odnos s učenicima, karakteristike razrednog ozračja i sl. Navedene će se varijable pratiti, mjeriti i bilježiti tijekom provedbe istraživanja kako bi se empirijski provjerile navedene pretpostavke. U slučaju utvrđenih razlika među nastavnicima, one će biti jasno prikazane i kritički razmotrene prilikom interpretacije rezultata istraživanja. Više o tome u sljedećem potpoglavlju Kontrole u eksperimentalnoj metodi. Kako bi se izbjegao efekt stropa, tj. ne bi ograničila količina promjene, bilo bi potrebno ranije promatrati nastavu dostupnog broja nastavnika i za istraživanje odabrati one koji u najmanjoj mjeri daju učinkovite povratne informacije (radi povećanja raspona nezavisne varijable), a da pri tome zadovoljavaju sve prethodno navedene kriterije. Obzirom na ograničenost velikim brojem parazitarnih varijabli, specifičnost i ograničenost dostupnosti učeničkog uzorka te vođenjem Milasovom tezom (2009) da se ne treba uvijek voditi realističnošću uvjeta zbog statistički značajnijih i teorijski vrjednijih rezultata, to u kontekstu ovog istraživanja nije provedeno. Osim toga, Brunswik (1955) kao zagovaratelj ekološkog nacrta ne zastupa umjetno poticanje drastičnih razlika među razinama nezavisne varijable jer smatra da se time pruža spoznaja o praktičnoj važnosti.

3.3.2.2. Zavisna varijabla

Zavisna se varijabla, također mora operacionalizirati pri čemu se moraju zadovoljiti dva uvjeta, da bude: „valjana reprezentacija izučavanog konstrukta i da se može pouzdano mjeriti i opažati“ (Milas, 2009, str. 113). Zavisna varijabla u ovom istraživanju je postignuće učenika u nastavi matematike. Pokazatelj postignuća učenika su rezultati učenika postignuti na pouzdano izrađenom finalnom testu kojim se mjeri razina ostvarenosti zadanih ishoda za određenu nastavnu temu (Kvadratne jednadžbe).

3.3.3.Kontrola u eksperimentalnoj metodi

Pri provođenju eksperimentalne metode po zakonu jedne varijable najvažnije je uspostaviti kontrolu, tj. odbaciti sva druga moguća objašnjenja kako bi se izdvojio pravi učinak nezavisne varijable na zavisnu. Da bi se eksperimentalna metoda mogla provesti, realnu situaciju je potrebno pojednostaviti, a u ovom istraživanju pokušat će se eliminirati, neutralizirati ili kada to ne bude moguće pratiti ostale nezavisne (parazitarne, prateće, vanjske) varijable kako bi se stvorila situacija u kojoj se u dva slučaja razlikuju samo u jednoj okolnosti, tj. nezavisnoj varijabli (Mužić, 1977). Kontrola u eksperimentalnim metodama s paralelnim grupama važna je kako bi se u što većoj mjeri mogao dobiti „čisti" učinak eksperimentalnog faktora i smanjiti eksperimentalna greška.

3.3.3.1.Parazitarne varijable

Parazitarne varijable mogu biti izvor pogreške u rezultatu ako se ne kontroliraju, a obzirom na izvor dijele se na: pogreške subjekta (S), pogreške grupe (G) i pogreške repeticije (R) (Mužić, 1977). Pogreške subjekta odnose se na ispitanike (učenike) i to su tzv. osobni činitelji, tj. razlike u njihovim osobnostima, predznanju, stavovima, motivaciji, spolu, socioekonomskom statusu i sl. Pogreške subjekta mogu se uravnotežiti raspodjelom ispitanika po slučaju ili kada to nije moguće uparivanjem i statističkim postupcima (Mužić, 1977). Pogreške grupe djeluju na čitavu grupu i odnose se na razlike između grupa, neovisne su o subjektima. Pogreške grupe mogu biti fizički činitelji: okolinski podražaji (svjetlost, temperatura, buka itd.), učinci različitih prostorija (veličina, raspored sjedenja, opremljenost i sl.); činitelji vezani za vrijeme unošenja eksperimentalnog faktora (doba dana (smjenski/nesmjenski rad škola, redni broj nastavnog sata u danu i sl.); društveni činitelji u vezi sa ispitanicima u smislu očekivanja, u vezi s nastavnicima (stručnost u vezi predmeta, pedagoška stručnost, metodička stručnost, dob, spol, stil rada, radno iskustvo, stavovi prema sadržaju i učenicima, pristranost da se potvrde hipoteze, tj. osobna jednadžba nastavnika itd.) te ostali činitelji poput općeg razrednog ozračja. Pogreška repeticije mjesno i vremenski je uvjetovana, a odnosi se na razlike u rezultatima (što utječe na pouzdanost generalizacije zaključaka) do kojih dolazi ponavljanjem istraživanja (Mužić, 1977). Pogreške repeticije mogu se odnositi na specifične razlike u nastavnim planovima i programima, tj. izvedbenim kurikulumima (pr. vremenske specifičnosti) ili većoj motiviranosti za određeni sadržaj (pr. mjesne specifičnosti).

3.3.3.2.Pogreška subjekta

Kontrola parazitarnih varijabli postiže se uklanjanjem, stabilizacijom ili uravnotežavanjem uvjeta (Mužić, 1977). U ovom istraživanju pogreške subjekta nastojat će se kontrolirati homogeniziranjem ispitanika prema barem dvije bitne varijable (Borg i Gall, 1979), koje će se pratiti i statistički kontrolirati (moderatorska regresija i analiza kovarijance). Mužić (1977) kao bitne varijable koje treba kontrolirati u slučaju početne neujednačenosti skupina navodi opću mentalnu sposobnost i predznanje za koje smatra da u najvećoj mjeri utječu na uspješnost usvajanja novog gradiva. U ovom istraživanju ujednačenost po pitanju matematičkog predznanja ispitati će se prikupljanjem informacija o zaključnoj ocjeni učenika iz matematike u prethodnom razredu te u slučaju postojanja značajnih razlika ta varijabla statistički će se eliminirati uključivanjem varijable zaključne ocjene kao kovarijable u statističku analizu.

3.3.3.3.Pogreška grupe

Pogreška grupe vezane uz fizičke činitelje odnosi se na osiguravanje jednakih uvjeta za eksperimentalnu i kontrolnu skupinu, a što osnažuje unutarnju valjanost te valjanost statističkog zaključka (Milas, 2009). Njih će se nastojati u što većoj mogućoj mjeri otkloniti i stabilizirati. Ipak, uvažavajući ekološku valjanost npr. fizičke činitelje i činitelje vezane uz vrijeme unošenja eksperimentalnog faktora neće biti moguće kontrolirati, obzirom na već postojeće dostupne infrastrukturne mogućnosti (koje utječu i na opremljenost i veličinu učionica, ali i na potrebe smjenskog rada u školi), definirane rasporede sati itd. Ono što će se kontrolirati, pratiti i statistički nastojati eliminirati su društveni činitelji u vezi s nastavnicima. Konkretno to su kompetentnost nastavnica u vezi davanja učinkovitih povratnih informacija te interpersonalni odnos nastavnica i učenika. Pogreške grupe vezane uz nastavnike kontrolirat će se i izbjegavanjem prijetnji jednostruke operacionalizacije (Milas, 2009), odnosno uključivanjem barem 2 nastavnika i u eksperimentalnu i u kontrolnu skupinu. Pritom, težit će se tome da je njihova osobna jednadžba što istovjetnija, posebno uzimajući u obzir odnos učenika i nastavnika. Kontrola osobnih činitelja vezanih uz nastavnike smanjuje nesustavni varijabilitet te doprinosi jačanju valjanosti statističkog zaključka (Milas, 2009). Kontrola parazitarnih varijabli koje se odnose na pogreške grupe u vezi s nekim drugim okolnostima ili činiteljima (npr. razlike u izvedbenim kurikulumima), ali i u vezi nastavnika u velikoj mjeri sužava ciljani uzorak učenika (učenici srednjih škola, nematematičkih gimnazija na području Osječko-baranjske županije). Obzirom na to, uzorak dijelom postaje i prigodni uzorak, a škole i razredi u kojima se provodi istraživanje ovise o izboru nastavnika. Kako bi se otklonile pogreške grupe, pri izboru nastavnika vodi se računa o tome da budu barem istog spola ili približno iste dobi,

da poučavaju na standardizirani način u smislu vremenskog slijeda sekvenci, tj. rade po istom kurikulumskom programu matematike (jednak tjedni broj sati), da neposredno prije i tijekom istraživanja rade po istom godišnjem izvedbenom kurikulumu.

Sve prethodno navedene parazitarne varijable stabilizirat će se (kreiranje ujednačenog i dogovorenog GIK-a) i izmjeriti (učeničku percepciju odnosa i interakcije na relaciji nastavnik – učenik, pedagoško-didaktičko-metodička znanja nastavnika o davanju učinkovitih povratnih informacija) prije početka istraživanja kako ne bi došle pod utjecaj djelovanja nezavisne varijable (Petz i sur., 2012).

3.3.3.4.Pogreška repeticije

U ovom istraživanju pogreške repeticije odnose se na poželjnost i popularnost teme istraživanja (povratne informacije, tj. formativnog vrednovanja) zbog aktualne obrazovne kurikularne reforme (Škola za život 2019.), no postoji mogućnost varijacije rezultata ovisno o uspješnosti implementacije i održivosti reforme.

3.3.4.Valjanost

Pitanje kontrole usko je vezano uz pitanje eksperimentalne valjanosti. „Valjanost je stupanj u kojem je neki eksperimentalni nacrt primjeren logički okvir za izvođenje odgovarajućih zaključaka“ (Milas, 2009, str. 119). Cook i Campbell (1979) definirali su četiri vrste valjanosti: unutarnju, vanjsku, konstruktnu te valjanost statističkog zaključka.

3.3.4.1.Unutarnja valjanost

Unutarnja valjanost predstavlja opravdanost zaključivanja o uzročnosti te omogućuje pripisivanje promjena zavisne varijable učinku nezavisne varijable unošenjem eksperimentalnog faktora, a ne drugim varijablama (Milas, 2009). Prijetnje unutarnjoj valjanosti sve su parazitarne varijable koje su u korelaciji sa nezavisnom varijablom i mogu utjecati na zavisnu varijablu poništavajući ili pojačavajući njezin učinak. Prijetnje unutarnjoj valjanosti koje se pojavljuju pri dvokratnom kvazi - eksperimentalnom nacrtu s netretiranom kontrolnom skupinom, a nastojat će ih se kontrolirati su: izbor ispitanika, interakcije s izborom ispitanika sa sazrijevanjem, povijesti, instrumentacijom i statističkom regresijom, difuzija tretmana, nevaljanost u kontrolnoj skupini (Milas, 2009).

Prijetnje vezane za izbor ispitanika kontrolirat će se predispitivanjem, mjerenjem te statističkom kontrolom matematičkog predznanja u vidu zaključne ocjene ispitanika iz prethodnog razreda (kovarijata) te ispitivanjem odnosa prema nastavniku matematike koji unosi eksperimentalni faktor korištenjem upitnika o interakciji na relaciji nastavnik – učenik (Questionnaire on

Teacher Interaction). Obzirom na osiguravanje, barem 30 ispitanika u svakoj od skupina, očekuje se da zbog zakona velikih brojeva neće biti većeg varijabiliteta, tj. statistički značajnih razlika unutar i među grupama (normalna distribucija) (Dalbelo Bašić, 2003). Prijetnje obzirom na difuziju tretmana kontrolirat će se na način da sve grupe unutar iste škole budu ili kontrolne ili eksperimentalne. Prijetnje nevaljanosti u kontrolnoj skupini u smislu rezignacije zbog uskraćenja poželjnog tretmana te suparništva i natjecanja s eksperimentalnom skupinom izbjeći će se neobznanjivanjem učenicima kojoj skupini pripadaju. Suparništvo među nastavnicima te nastojanje kompenzacijskog izjednačavanja kontrolne skupine s eksperimentalnom (kako bi pokazali kvalitetu svoga rada) ne može se direktno kontrolirati. Obzirom na aktualnu obrazovnu reformu Škola za život 2019. u kojoj se velika pozornost daje aktivnostima vezanim uz davanje povratnih informacija u nastavi, za očekivati je da će se i u kontrolnoj skupini do izvjesne mjere davati kvalitetnije i učestalije povratne informacije što bi moglo dovesti do učinka stropa. Prijetnje obzirom na interakciju izbora ispitanika sa prošlosti su svi događaju koji se zbivaju u vremenu od početnog do završnog opažanja i mogu utjecati razlike u postupcima, djelovanje nezavisne varijable i njezin učinak, a u konkretnom slučaju najveća prijetnja su narušeni odnosi na relaciji nastavnik – razred ili narušeno razredno ozračje. Obzirom da se na te prijetnje ne može utjecati, mogu se jedino osnažiti zaključci u smislu dodatnog prikupljanja podataka (snimanjem nastave) i njihove obrade. Očekuje se da neće doći do realizacije prijetnji interakcije izbora ispitanika i sazrijevanja zbog jer se ne očekuje trajanje eksperimenta (znatno) dulje od mjesec dana (Mužić, 1977) te neće bitno utjecati na prirodni razvoj učenika jer ispitanici ni iz jedne skupine ne postaju zreliji, iskusniji, brže učeniji od druge. Ispitanici u obje skupine imat će jednake sustavno pripremljene ishode učenja i predviđeni broj sati za obradu i realizaciju. Prijetnja interakcije izbora ispitanika i statističke regresije nastojat će se otkloniti izradom testova koji sadrže reprezentativan uzorak različitih vrsta i težina zadataka u odnosu na relevantne ishode, odnosno na način da ispunjavanju glavne karakteristike kriterijskih testova (Gronlund i Linn, 1990; Vizek Vidović i dr., 2003) te logičkom analizom. Prijetnja interakcije izbora ispitanika i instrumentacije nastojat će se kontrolirati triangulacijom procjenjivača pri konstruiranju inicijalnog i finalnog testa kao mjernog instrumenata koji će se izraditi prije provedbe testiranja i bez mijenjanja (čim se izbjegava sazrijevanje istraživača). Ujedno će se time nastojati izbjeći učinak stropa i poda, a logički će se analizirati i raspraviti ograničenost mjerenja napretka učenika. Naime, učenici prije tretmana posjeduju određenu razinu znanja, a svaki daljnji napredak iziskuje mnogo veći napor jer se učenje ne modelira linearnom funkcijom (Mužić, 1977).

3.3.4.2. Vanjska valjanost

Vanjska valjanost u obrnuto je razmjernom odnosu sa unutarnjom (često i konstruktnom) i govori o mogućnosti generalizacije dobivenih rezultata (Milas, 2009). Povećanje vanjske valjanosti u smislu provođenja eksperimenta na različitim ispitanicima, situacijama i vremenu, ugrožava unutarnju valjanost jer se povećava broj alternativnih pretpostavki o uzrocima promjene zavisne varijable, povećava varijanca i smanjuje statistička snaga (Milas, 2009). Iako je vanjska valjanost u odnosu na unutarnju sekundarna, ona je izraženija u kvazi – eksperimentalnim nacrtima, a „ugrožavaju je različite vrste interakcija tretmana s načinom odabira ispitanika ili uvjetima" eksperimenta (Milas, 2009, str. 147). Svako istraživanje za cilj ima uopćavanje rezultata dobivenih u konkretnom eksperimentu na različite osobe, situacije, protek vremena itd. Prema tome, vanjsku valjanost može se podijeliti na populacijsku, ekološku i temporalnu (Milas, 2009).

3.3.4.3.Populacijska valjanost

Populacijska valjanost odnosi se na generaliziranje rezultata na različite populacije (npr. prema spolu, dobi, vrsti programa itd.), a često u tome problem predstavlja i odabir uzorka (reprezentativnost) s kojim je rađen eksperiment (Milas, 2009). Uzorci su najčešće, kao i u ovom istraživanju, prigodni, dobrovoljni i ciljani, a za generaliziranje rezultata je upitno odgovaraju li njihova obilježja populaciji koju predstavljaju. Ciljana populacija je ona na koju se rezultati dobiveni ciljanim uzorkom nastoje generalizirati, ali je to teško provedivo. Uzevši u obzir financijske, prostorne, i druge ograničenosti provedbe eksperimenta, kao što su voljnost nastavnika za sudjelovanjem u istraživanju i kontrola u eksperimentu, u istraživanju se koristio dostupni uzorak (učenici određenih srednjih četverogodišnjih škola nematematičkih gimnazija). Pitanje reprezentativnosti u ovom istraživanju nije zadovoljeno.

3.3.4.5.Ekološka valjanost

Ekološka valjanost bavi se pitanjem generalizacije na različite okolnosti i uvjete, tj. pitanjem vrijede li rezultati dobiveni eksperimentom i u realnoj životnoj situaciji i okolnostima (Brewer, 2000). Mook (1983) navodi da za valjanost dobivanja nekih rezultata nisu neophodne realne okolnosti. Međutim, ako je cilj eksperimenta primjenjivost za pedagošku praksu, treba se nastojati da se on ostvaruje u stvarnim uvjetima (Mužić, 1977), a što je ovim istraživanjem zadovoljeno. Posebno, treba imati na umu prijetnju ekološke valjanosti interakcije okolnosti i tretmana tzv. odlike situacije. Ovisno o prirodi pojave koju se istražuje, ova prijetnja ne odnosi se samo na prostornu uvjetovanost na relaciji laboratorij i prirodno okruženje nego i na

konkretne situacije na koje utječe i vrsta intervencije ili eksperimentator. Konkretno, finalno testiranje u istraživanju nije jedna od odlika situacija jer je nacrt istraživanja osmišljen tako da se ne remeti uobičajeni raspored vrednovanja naučenog, testiranje se provodi nakon obrađene nastavne teme, a mjerni instrument za finalno testiranje je ujedno i pisana provjera temeljem koje učenici dobivaju ocjene. U ovom istraživanju odlike situacije koje bi mogle utjecati na ekološku valjanost je snimanje dijela nastave koje nije uobičajeno u suvremenoj hrvatskoj pedagoškoj praksi. Ono što bi također mogle biti odlike situacije vezano je uz samo pitanje učinkovitosti intervencije, tj. učinkovitost davanja učinkovitih povratnih informacije učenicima u nastavi i izvan nastave (putem digitalnih alata za domaću zadaću i slično), kao npr. način na koji će dobiti povratne informacije (verbalno, pisano, audiovizualno).

3.3.4.6.Temporalna valjanost

Da bi rezultati nekog eksperimenta bili što značajniji oni bi se trebali moći nakon izvjesnog vremena, provođenjem istog eksperimentalnog nacrta ponovo dobiti. Vrijeme provođenja istraživanja može utjecati na rezultate jer iz različitih razloga određene zakonitosti mogu prestati vrijediti, a tim se pitanjem bavi temporalna valjanost. Varijacije u rezultatima izazvane vremenskim uvjetima mogu biti trenutne ili trajnije naravi (Milas, 2009). Prijetnje koje proizlaze iz trenutnih vremenski promjena poput sezonskih (godišnje doba, dan u tjednu i sl.) i cikličkih (dnevni ritmovi), zbog ograničenja koja proizlaze iz ekološke i unutarnje valjanosti, pri čemu je cilj provoditi istraživanje u realnim situacijama te pri čemu se uzorak ne može nasumično odabrati (zbog administrativnih ograničenja škola, već formiranih razrednih odjeljenja, utvrđenog rasporeda i sl.) u ovom istraživanju neće biti moguće u potpunosti otkloniti. Planiranjem GIK-a koje ulazi u autonomno odlučivanje nastavnika o redoslijedu obrade nastavnih tema, mogu se stabilizirati sezonske prijetnje, no cikličke nije moguće otkloniti jer ovise o prostornim i drugim uvjetima škola (npr. nastava u obje smjene ili samo u prijepodnevnoj). Ono što predstavlja veću prijetnju dobivanju istih rezultata u ponovljenom mjerenju su promjene trajnije naravi vezane za društvene promjene. „Ponašanje koje je društveni ideal ili nametnuti kulturni okvir obično je povezano s konformizmom ili pribjegavanjem društvenoj poželjnosti“ (Milas, 2009, str. 150). Uzevši u obzir da se provodi istraživanje o davanju učinkovitih povratnih informacija (područje vrednovanja za učenje i formativno vrednovanje) koje je trenutno poželjna promjena zbog aktualne reforme u Republici Hrvatskoj u vremenu provedbe istraživanja, postoji mogućnost varijacije rezultata nakon izvjesnog vremena, a što ovisi i o uspješnosti implementacije i održivosti obrazovne reforme.

3.3.4.7.Konstruktna valjanost

Konstruktna valjanost predstavlja „opravdanost prijenosa utvrđenih zaključaka s iskustvene na teorijsku razinu“ (Milas, 2009). Budući da nezavisna i zavisna varijabla u eksperimentu predstavljaju operacionalizaciju određenih konstrukata, pitanje konstruktne valjanosti odnosi se na pitanje „održivosti pretpostavljenog uzroka odnosno teorijskog tumačenja uzročne veze eksperimentalne manipulacije i promjene u ponašanju“ (Milas, 2009). Da bi određeni konstrukt bilo moguće zamijetiti iskustveno, potrebno ga je operacionalizirati, a svaka je operacionalizacija u određenoj mjeri preuska ili preširoka u odnosu na konstrukt. U potonjem slučaju, može doći do greške kada se za promjenu zavisne varijable proglasi konstrukt koji to nije (nezavisna varijabla sadrži više konstrukata) što je povezano s artefaktom eksperimenta. Obzirom na kvalitetu operacionalizacije prijetnje konstruktnoj valjanosti dijele se na: prijetnje nedovoljne predstavljenosti konstrukta i suviška nevezanog uz konstrukt (Milas, 2009). Operacionalizacija je preuska, nije dovoljno predstavljena, kada ne sadrži sve bitne sastavnice, a što se najčešće događa pri jednostrukoj operacionalizaciji, bilo da je riječ o operacionaliziranju nezavisne ili zavisne varijable temeljem samo jednog pokazatelja. U kontekstu ovog istraživanja, za konstruktnu valjanost iznimno je važno da nezavisna varijabla ne bude opterećena nastavnikovom jednadžbom. U slučaju kada u istraživanju sudjeluje samo po jedan nastavnik u obje skupine, postoji velika opasnost da je rezultat odraz kvalitete, tj. osobne jednadžbe nastavnika, a ne intervencije. Jednostruka operacionalizacija izbjeći će se uključivanjem barem po dva nastavnika u eksperimentalnu i kontrolnu skupinu, čim će se i stvoriti mogućnost statističke provjere, postojanja interakcije nastavnika i intervencije. Nebitne sastavnice koje predstavljaju konstrukt stvaraju prijetnju konstruktnoj valjanosti jer se teže prepoznaje stvarni nositelj promjene pri višestrukim tretmanima, a rezultatima mogu doprinijeti sve sastavnice, samo neke, kao i njihove interakcije (Milas, 2009). U primijenjenim istraživanjima značaj konstruktne valjanosti je manji ako se želi provjeriti cjelovita djelotvornost intervencije, a manje koja od tih pojedinih intervencija ima najznačajniji učinak. Učinkovitu povratnu informaciju čini veći broj sastavnica od formulacije, pravovremenosti, oblika, načina do razine davanja, a razlike u razinama i broj razina detaljno je dan u potpoglavlju 3.3.2 Varijable i operacionalizacija varijabli. Iz praktičnih razloga nije realno za očekivati da će nastavnik biti u mogućnosti svaki put zadovoljiti sve kriterije kada je povratna informacija najučinkovitija pa će se učinkovitom povratnom informacijom smatrati ona koja je ispravno formulirana i ukoliko nije dana na osobnoj razini ili evaluativnog karaktera. Cilj ovog istraživanja nije mjerenje koja od tih sastavnica ima najveći utjecaj nego mjerenje cjelovite

djelotvornosti davanja učinkovitih povratnih informacija učenicima, a što će se osigurati testiranjem razlike u znanju o povratnim informacijama nastavnica eksperimentalne i kontrolne skupine, uvježbavanjem ponašanja nastavnica eksperimentalne skupine te pružanjem partnerske podrške u provođenju aktivnosti koje za cilj imaju davanje učinkovitih povratnih informacija. Osim toga, temeljem snimljene nastave u trajanju barem 3 nastavna sata u obje skupine (Hill i sur., 2008), radi obogaćenja rasprave i dobivenih rezultata, moći će se logičkim i kvalitativnim putem utvrditi konstruktna valjanost u istraživanju. Uzimajući sve u obzir, konstruktna valjanost ovog istraživanja nižeg je stupnja.

Prijetnje konstruktnoj valjanosti mogu biti povezane i uz sudionike u eksperimentu. Svijest ispitanika da sudjeluju u istraživanju može uzrokovati reaktivnost na eksperiment, tj. promjene uobičajenog ponašanja (Milas, 2009). Iako će učenici znati da sudjeluju u eksperimentu, neće znati što se ispituje čime će se nastojati smanjiti ta smetnja. Snimanje nastave u trajanju od 3 nastavna sata moguća je prijetnja, međutim, očekuje se senzibiliziranje na taj uvjet budući da će samo snimanje biti organizirano tako da kamera stoji iza učenika i izvan njihovog vidokruga. Pažnja i odnos prema ispitaniku mogu dovesti do povećanja učinka, a da taj učinak ne bude posljedica direktno zbog nezavisne varijable nego pojačane brige i komunikacije. Ova prijetnja je najizglednija u slučajevima pri izboru nastavnika eksperimentatora koji se vode autoritarnim stilom rada i imaju negativan odnos s učenicima, što se ne pretpostavlja ovim istraživanjem. Eksperimentatorova očekivanja, tj. njegove promjene ponašanja koje nisu posljedica uvođenja tretmana često se pripisuju uvođenju intervencije. Snimanje nastave tijekom istraživanja svojevrsni je način otklanjanja ove prijetnje radi svijesti o „transparentnosti“ načina provođenja eksperimenta. Prijetnja straha od vrednovanja nije značajna za ovo istraživanje jer ono ne remeti uobičajeni raspored sumativnog vrednovanja učenika (nakon nastavne teme), dok učestalije formativno vrednovanje može biti prijetnja konstruktnoj valjanosti, no nakon izvjesnog vremena, očekuje se senzibiliziranje na vrednovanje za učenje.

3.3.4.8. Valjanost statističkog zaključka

U okviru unutarnje valjanosti ili kao posebna valjanost može se razmatrati valjanost statističkog zaključka (Milas, 2009), pogotovo jer je ovo istraživanje kvazi – eksperiment u kojem statistička kontrola i valjanost imaju veliku ulogu. Pretpostavka postojanja uzročno – posljedične veze je povezanost nezavisne i zavisne varijable, a valjanost statističkog zaključka bavi se njihovim odnosom (Milas, 2009). Unutarnja valjanost predstavlja stupanj u kojem je nacrt osjetljiv na sustavne parazitarne utjecaje, dok valjanost statističkog zaključka predstavlja osjetljivost na nesustavne utjecaje koje se u najvećoj mjeri nastoji isključiti statističkim

postupcima (Milas, 2009) i dobrim definiranjem i postavljanjem istraživačkog nacrta. Posebno, treba voditi računa o mogućim dvjema greškama vrednovanja statističkog testa i zaključka koji on implicira te objektivne stvarnosti. To se odnosi na greške u zaključku o postojanju značajne razlike (između kontrolne i eksperimentalne skupine) koja u stvarnosti ne postoji, tj. *pogrešci tipa I* te o donošenju zaključka o nepostojanju značajne razlike, iako ona objektivno postoji *pogrešci tipa II* (Petz i sur., 2012). Ukoliko se istraživanjem, tj. statističkom analizom ne utvrdi značajna razlika uzrokovana tretmanom, ostaje se pri nul – hipotezi, no neodbacivanje nul – hipoteze ne znači nužno da u stvarnosti ona vrijedi nego da se nije uspjelo dokazati da ne vrijedi (Petz i sur., 2012).

Prijetnje valjanosti statističkog zaključka uključuju slabu statističku snagu, a koja ovisi o usvojenom kriteriju značajnosti, korištenom statističkom testu te broju ispitanika (Milas, 2009). Što je veći uzorak, to je manja vjerojatnost za veće raspršenje rezultata, tj. varijancu nezavisne varijable i razlike među populacijama (Petz i sur., 2012). Na smanjenje varijacije unutargrupnih razlika u najvećoj se mjeri može utjecati vanstatističkim postupcima u smislu kontrole, izbora (homogenog) uzorka i provedbe eksperimenta. Osim toga, statistička snaga ovisi o veličini učinka tretmana, tj. stvarnoj razlici eksperimentalnih i kontrolnih uvjeta (Milas, 2009). U ovom istraživanju statistička snaga povećat će se uključivanjem većeg broja ispitanika ($N \geq 30$) u obje skupine (Dabelo Bašić, 2003), preciznim određivanjem varijabli te povećanjem razlike u eksperimentalnoj i kontrolnoj skupini (edukacijom nastavnica koje sudjeluju u eksperimentalnoj skupini). Ukupnoj varijanci, između ostalog, pridonosi i nestandardizirani postupak (međugrupne razlike), zbog čega će se posebna pozornost pridati standardiziranju postupka preciznim definiranjem što koji postupak uključuje, uvježbavanju eksperimentatora i davanju jednakih uputa nastavnicima koji drže nastavu (npr. kroz ujednačavanje GIK-a).

Valjanosti statističkog zaključka doprinosi i pouzdani mjerni instrument te ispunjenje pretpostavki statističkih testova da bi se mogli koristiti (npr. kontinuirane numeričke varijable itd.).

3.4.Etnografski pristup opažanju – detaljno „gusto“ opisivanje

Kao što je ranije navedeno, u skladu s polazišnom postpozitivističkom paradigmom radi falsifikacije rezultata, dobivanja što valjanijih rezultata i izvođenja što objektivnijih zaključaka u ovom istraživanju osim kvazi-eksperimenta provest će se i opažanje nastave koje je uz eksperimentalnu metodu temeljna istraživačka metoda eksperimentalne pedagogije (König i Zedler, 1998). Dakle, opažanje nastave ne koristi se kao metoda djelovanja na predmet opažanja

nego radi prikupljanja podataka o programskom okružju kako bi se detaljno opisale, razumjele i objasnile specifične situacije (Cohen i sur., 2007).

Društvena stvarnost, iskustva i fenomeni dostupni su kroz društvene interakcije i mogu se tumačiti na različite pa i proturječne načine (Cohen i sur., 2007). Prema tome, davanje i prihvaćanje učinkovite povratne informacija manifestira se/uočava/očituje u različitim vrstama akcija i interakcija. Davanje učinkovite povratne informacije pokazuje se kroz uočljive riječi i djela, a ne kroz jezik ili razmišljanje koje bi se moglo pojaviti naknadno. Zbog toga, metode koje se fokusiraju na kogniciju ili teoriju (npr. *think-aloud* protokoli, metode *post facto* koje naknadno pitaju učenike ili nastavnike o njihovim postupcima i interakcijama i sl.) epistemološki su neprikladni za proučavanje aktivnosti davanja učinkovite povratne informacije i interakcije koja se odvija tijekom toga. Epistemologija koju implicira povratna informacija odgovara onoj etnografskog „gustog" ili detaljnog opisa i njegovom naglasku na intenzivnom, a ne ekstenzivnom istraživanju značenja. Ilustrativna i analitička vrijednost ovog pristupa je u „fokusiranoj, mikroskopskoj" pažnji prema „tijeku ponašanja", a ne u tipizaciji većeg broja kodiranih i trianguliranih podataka (Geertz, 1973, prema Friesen i Osguthorpe, 2017). Drugim riječima, jedan detaljno analizirani događaj može biti analitički bogatiji ako ga se promatra kroz slojevitu interpretativnu mrežu značenja. Koristit će se molarni (holistički) pristup, opis i tumačenja cjelovitih fenomena (ponašanja) koje imaju smisla same za sebe (Milas, 2009). Stoga, uzet će se jedna video sekvenca, tj. detaljno opisan i intenzivno „interpretabilan događaj" s njegovim složenim strukturama značenja kao jedinica analize narativno strukturiranog „gustog opisa" (Derry, 2006; Geertz, 1973, prema Friesen i Osguthorpe, 2017). Svako ponašanje *detaljno i bogato* će istražiti moguća različita značenja i implikacije za specifični kontekst. Interpretacija će se dati iz etičke (vanjske), a ne emičke (unutarnje) perspektive (LeCompte i Preissle, 1993). Pri provođenju metode opažanja vrlo je važan izbor opažanog ponašanja, a koje mora nedvosmisleno upućivati na konstrukt, tj. nezavisnu varijablu koja se promatra (Milas, 2009). Zbog toga, vrlo je važno precizno odrediti pokazatelje varijable koju se operacionalizira. Oni moraju biti relevantni, opažljivi, pogodni za promatranje u postojećim situacijama i okolnostima obzirom na potencijal pojavljivanja, jasno diferentni od drugih ponašanja te mjerljivi (Milas, 2009). Pokazatelji koji određuju navedenu varijablu ranije su opisani u poglavlju 3.3.2.1. Nezavisna varijabla.

Za valjanost i pouzdanost rezultata pri korištenju ove metode molarnim pristupom povećan je rizik od subjektivizma te je vrlo bitno da opažač u svakom trenutku zna što se smatra određenim ponašanjem, a što ne jer se tijekom bilježenja od njega zahtijeva iznošenje niza procjena i

interpretacija (Cohen i sur., 2007). Primjerice, Geertz (1973, prema Friesen, Osguthorpe, 2017) navodi da jedan vrlo jednostavan čin namigivanja može komunicirati vrlo različita značenja, od nevoljnog trzaja, parodije, odobravanja do neodobravanja (pa i u smislu evaluativne povratne informacije). U ovom pristupu, istraživač je „ljudski instrument“ (Lincoln i Guba, 1985, prema Cohen i sur., 2007). Zbog toga, vrlo je važna istraživačeva prilagodljivost, reaktivnost, sposobnost rješavanja osjetljivih pitanja, sposobnost sagledanja šire slike, analiza, preispitivanje netipičnih situacija, iskustvo rada, znanje, vrijednosti, sociokulturalno znanje itd. (Lincoln iGuba, 1985, prema Cohen i sur., 2007). Istraživač (autor) videosnimke analizira izvan učionice, relevantan je, ne pripada vidljivoj ili etničkoj manjini, ima višegodišnje iskustvo u radu u nastavi matematike te poučavanju i savjetovanju učenika (u smislu razredništva) koji su pripadnici različitih etničkim i drugih skupina i populacija.

Može se dogoditi da se rezultati dobiveni iz podrobnog opažanja nastave razlikuju od onih dobivenih inicijalnim testiranjem znanja nastavnica o povratnim informacijama prije provedbe eksperimenta. Važno je i naglasiti da se kod nastavnica eksperimentalne skupine očekuje značajnija razlika u opažanim rezultatima jer su nakon inicijalnog testiranja prošle uvježbavanje ponašanja davanja učinkovitih povratnih informacija s ciljem povećavanja razlike izloženosti i dobivanja učinkovitih povratnih informacija u odnosu na kontrolnu skupinu.

Svrha kvalitativne analize nije izravno testiranje hipoteza niti potvrđivanje kvantitativnih rezultata. Kvalitativna analiza koristit će se prvenstveno za ilustraciju, produbljivanje i interpretativno obogaćivanje rezultata dobivenih kvantitativnim postupcima te za detaljnije razumijevanje načina na koji se učinkovita povratna informacija manifestira u autentičnim nastavnim situacijama. Takav pristup omogućuje dodatno razumijevanje složenosti fenomena davanja učinkovite povratne informacije te može ukazati na moguće alternativne interpretacije kvantitativnih rezultata.

3.5.Uzorak

Obzirom na ciljeve istraživanja, ciljana skupina istraživanja su učenici nematematičkih srednjih škola na području Osječko-baranjske županije u Republici Hrvatskoj. Kao što je ranije navedeno, kontrola parazitarnih varijabli koje se odnose na pogreške grupe u velikoj mjeri određuju i sužavaju dostupnost ciljanog uzorak učenika i obzirom na to uzorak dijelom postaje prigodni i dostupni. Osim toga, sukladno istraživačkom nacrtu, istraživanje je usko povezano s izborom nastavnika matematike pa posljedično tome izbor škola (u kojima rade nastavnici) i razreda, tj. učenika (kojima predaju nastavnici) ovise o tome. Sukladno tome, za uzorak su

izabrani učenici 2. razreda srednjih škola nematematičkih gimnazija koji se školuju barem po četverogodišnjem programu.

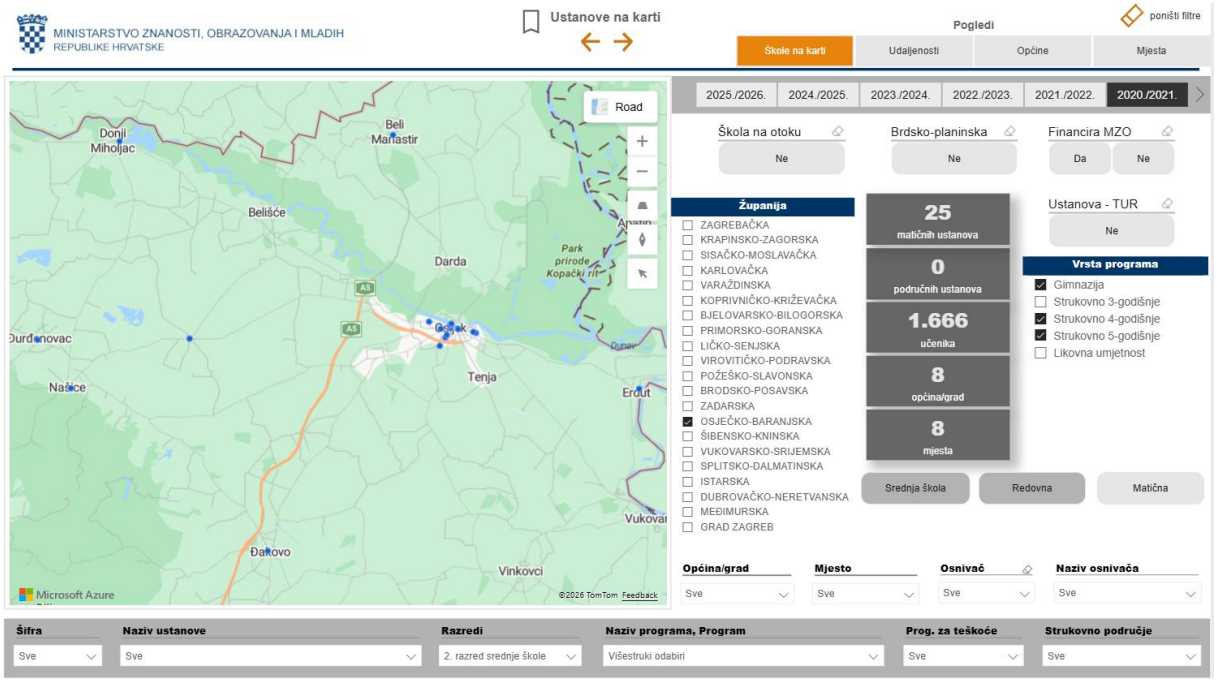
U istraživanju je pristalo sudjelovati 173 učenika 2. razreda srednjih škola nematematičkih gimnazija koji se školuju po četverogodišnjem ili petogodišnjem programu, no obzirom na vrijeme trajanja istraživanja uzorak se smanjio, a u sva tri mjerenja (upitnik o odnosu s nastavnikom, predispitavanje znanja te finalno testiranje) sudjelovalo je N=139 učenika čiji se rezultati uzimaju u obzir. Od N=139 učenika, u kontrolnoj skupini je 65 učenika (46,76%) koji su u cijelosti učenici II. gimnazije Osijek (jezične gimnazije) iz 5 razrednih odjeljenja u kojima predaju dvije različite nastavnice. Eksperimentalnu skupinu čini 74 (53,24%) učenika, od kojih su učenici Elektrotehničke i prometne škole Osijek iz tri razredna odjeljenja kojima predaje ista nastavnica (45; 60,8%), učenici jednog razrednog odjeljenja Strojarske tehničke škole Osijek (15; 20,3%) i jednog razrednog odjeljenja Ugostiteljsko-turističke škole Osijek (14; 18,9%). Dob sudionika nije zasebno prikupljana budući da su svi učenici pohađali drugi razred srednje škole te se pretpostavlja relativno homogena dobna skupina od oko 16 godina.

Tablica 12 Prikaz strukture uzorka

Informacije o ispitanicima	N(%)
Grupa	
Kontrolna	65 (46,76%)
II. Gimnazija Osijek	
Nastavnica K1	28 (43,1%)
Nastavnica K2	37 (56,9%)
Eksperimentalna	74 (53,24%)
Elektrotehnička i prometna škola Osijek – Nastavnica E1	45 (60,8%)
Strojarska tehnička škola Osijek – Nastavnica E2	15 (20,3%)
Ugostiteljsko-turistička škola Osijek – Nastavnica E3	14 (18,9%)

Prema podacima Ministarstva znanosti i obrazovanja dostupnim u ŠeR-u (Slika 28.), u školskoj godini 2020./2021. na području Osječko-baranjske županije postoji 26 srednjih četverogodišnjih ili petogodišnjih škola nematematičkih gimnazija (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2020). U školskoj godini 2020./2021. u srednje četverogodišnje ili petogodišnje škole (nematematičkih gimnazija) upisano je 6980 učenika, od čega je 1666

učenik koji pohađa drugi razred. U nematematičkim gimnazijskim programima u 2. razredu uključeno je 555 učenika, a u strukovnim usmjerenjima 1111 učenika. Budući da se ovo istraživanje odnosilo na učenike drugog razreda srednjih škola nematematičkih gimnazijskih programa u trajanju barem 4 ili 5 godina, važno je da uzorak istraživanja čini više od 5 % ukupne populacije učenika drugih razreda srednjih četverogodišnjih ili petogodišnjih škola koji se ne školuju po programu matematičkih gimnazija na području Osječko-baranjske županije. Budući da uzorak istraživanja N=139 čini 8,34% ukupne populacije, to je zadovoljeno.



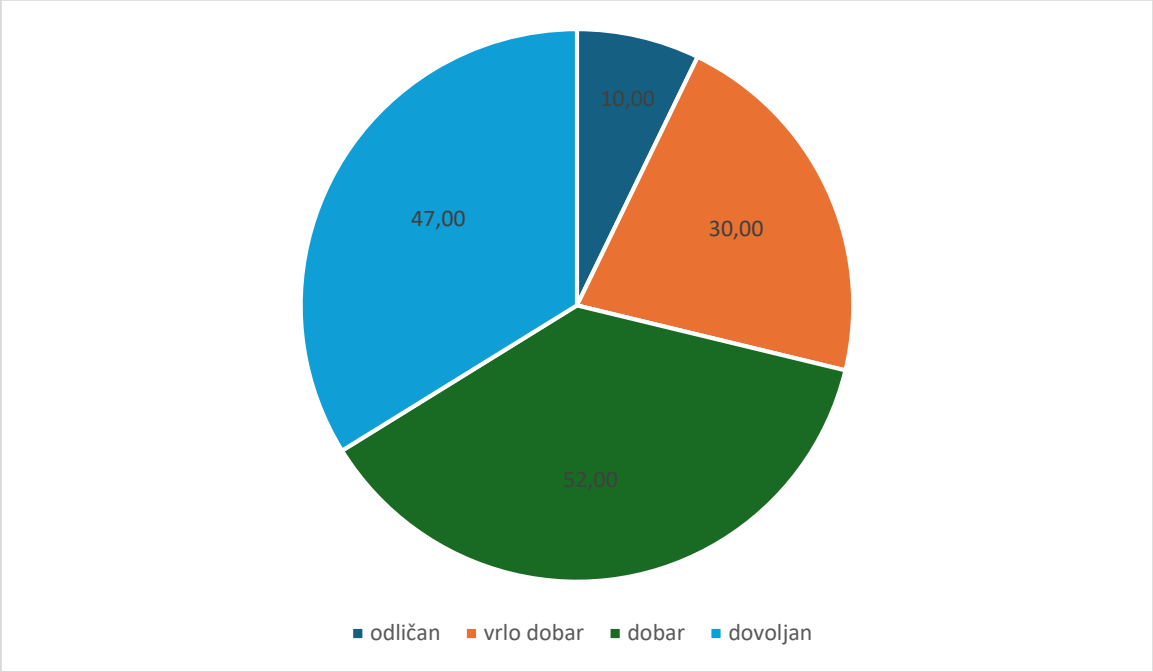
Slika 28. Statistički podatci o ukupnom broju populacije odabranog uzorka (Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih, 2020)

3.5.1.Ekvivalentnost uzorka učenika prema parazitarnim varijablama

Obzirom da se u istraživanju uspoređuju grupe čija je početna izjednačenost upitna, a radi nemogućnosti zanemarivanja već ustrojenih skupina, u istraživanju su se mjerile 2 bitne varijable prema kojima se treba osigurati ekvivalentnost, a to su: matematičko predznanje i učenička percepcija interakcije s nastavnikom.

O ekvivalentnosti kontrolne i eksperimentalne skupine po varijabli općeg matematičkog predznanja zaključuje se prikupljanjem informacija o zaključnoj ocjeni iz prethodnog razreda srednje škole (1.razred). U ukupnom uzorku učenika njih 7,2% (10) imalo je zaključenu ocjenu odličan na kraju 1. razreda srednje škole, dok je njih 21,6% (30) imalo zaključenu ocjenu vrlo dobar. Najviše učenika na kraju 1. razreda srednje škole imalo je zaključenu ocjenu dobar, njih

37,4% (52), odnosno dovoljan, njih 33,8% (47). Grafički prikaz razdiobe zaključnih ocjena iz matematike u prethodnom razredu dan je na slici 29.



Slika 29. Razdioba zaključnih ocjena učenika u 1. razredu srednje škole

Kako bi se utvrdilo postoji li statistički značajna razlika u općem matematičkom predznanju (zaključnoj ocjeni) između kontrolne i eksperimentalne skupine proveo se t-test. Temeljem rezultata t-test dobiveno je da se skupine međusobno značajno ne razlikuju (F=0,714, t=-0,808, p=0,421, df=131) te bi se moglo reći da su prema varijabli općeg matematičkog predznanja skupine ujednačene.

3.5.2.Ekvivalentnost nastavnica

3.5.2.1.Ekvivalentnost nastavnica prema učeničkoj percepciji interakcije

Kako bi se otklonile pogreške grupe, pri izboru nastavnika vodi se računa o tome da budu barem istog spola, da rade po istom kurikulumskom programu matematike (jednak tjedni broj sati) te da neposredno prije i tijekom istraživanja rade prema istom godišnjem izvedbenom kurikulumu. Sve prethodno navedene parazitarne varijable stabilizirale su se (kreiranjem ujednačenog i dogovorenog GIK-a za obje skupine) i izmjerile (učenička percepciju interakcije na relaciji nastavnik – učenik, kao i pedagoško-didaktičko-metodička znanja nastavnika o davanju učinkovitih povratnih informacija) prije početka istraživanja kako ne bi došle pod utjecaj djelovanja nezavisne varijable.

U istraživanju je dobrovoljno sudjelovalo N=5 nastavnica matematike koje predaju u 4 različite srednje škole. Dvije nastavnice, koje predaju u istoj školi – jezičnoj gimnaziji, predavale su u

kontrolnoj skupini, dok su preostale tri nastavnice koje su predavale učenicima eksperimentalne skupine radile u tri različite tehničke škole. Budući da odnos prema nastavniku te interakcija s nastavnikom ima veliki učinak na učenje (Wisniewski i sur., 2019; Wubbels i sur., 1991), stavove i odnos prema matematici (Fisher i Rickards, 1998; Wubbels i sur., 1991) te spremnost na prihvaćanje i traženje povratnih informacija (Hattie i Timperley, 2007), ono se testiralo korištenjem skraćene verzije upitnika nastavničke interakcije (Wubbels, 1993). Upitnikom QTI može se mjeriti osam ponašajnih varijabla u skladu s modelom Wubbelsa i suradnika (1991), a to su: upravljanje (Leadership: LD), pomaganje/prijateljsko ponašanje (Helping/Friendly: HFr), razumijevanje (Understanding: UND), dopuštanje slobodnog ponašanja, tj. davanje odgovornosti učenicima za vlastito učenje (Student Responsibility/Freedom: SRe), nesigurnost (Uncertain: UNC), nezadovoljstvo (Dissatisfied: DIS), opominjujuće ponašanje (Admonishing: ADM) i strogoća (Strict: STR) (Wubbels i sur., 1991, prema Fisher i sur., 1995).

U tablici 13 prikazane su aritmetičke sredine i standardne devijacije rezultata za svaku od nastavnica koje su sudjelovale u istraživanju i za svaku od osam prethodno navedenih varijabli interpersonalnog ponašanja koje su se procjenjivale na petostupanjskoj Likertovoj skali.

Tablica 13 Deskriptivni pokazatelji varijabli nastavničke interakcije po nastavnicima

NAST.	**M (SD)**							
	LD	HFr	UND	SRe	UNC	DIS	ADM	STR
E1	4,04 (,51553)	3,84 (,57788)	4,41 (,39505)	2,18 (,41867)	1,32 (,26921)	1,79 (,51307)	1,73 (,39230)	2,73 (,74874)
E2	4,03 (,41627)	4,13 (,48659)	4,50 (,52503)	2,27 (,39171)	1,29 (,23117)	1,61 (,495489	1,74 (,39070)	2,48 (,74322)
E3	3,69 (,55649)	3,27 (,84669)	3,73 (,70592)	2,16 (,53694)	1,67 (,35312)	2,60 (,62861)	2,91 (,73919)	3,39 (,82994)
K1	3,90 (,71071)	3,81 (,92288)	4,11 (,71125)	2,22 (,55433)	1,26 (,32349)	1,82 (,47883)	1,83 (,43441)	2,80 (,66424)
K2	3,89 (,63894)	3,88 (,68788)	4,19 (,64530)	2,31 (,42398)	1,46 (,41854)	1,86 (,52859)	2,12 (,46391)	2,98 (,67187)

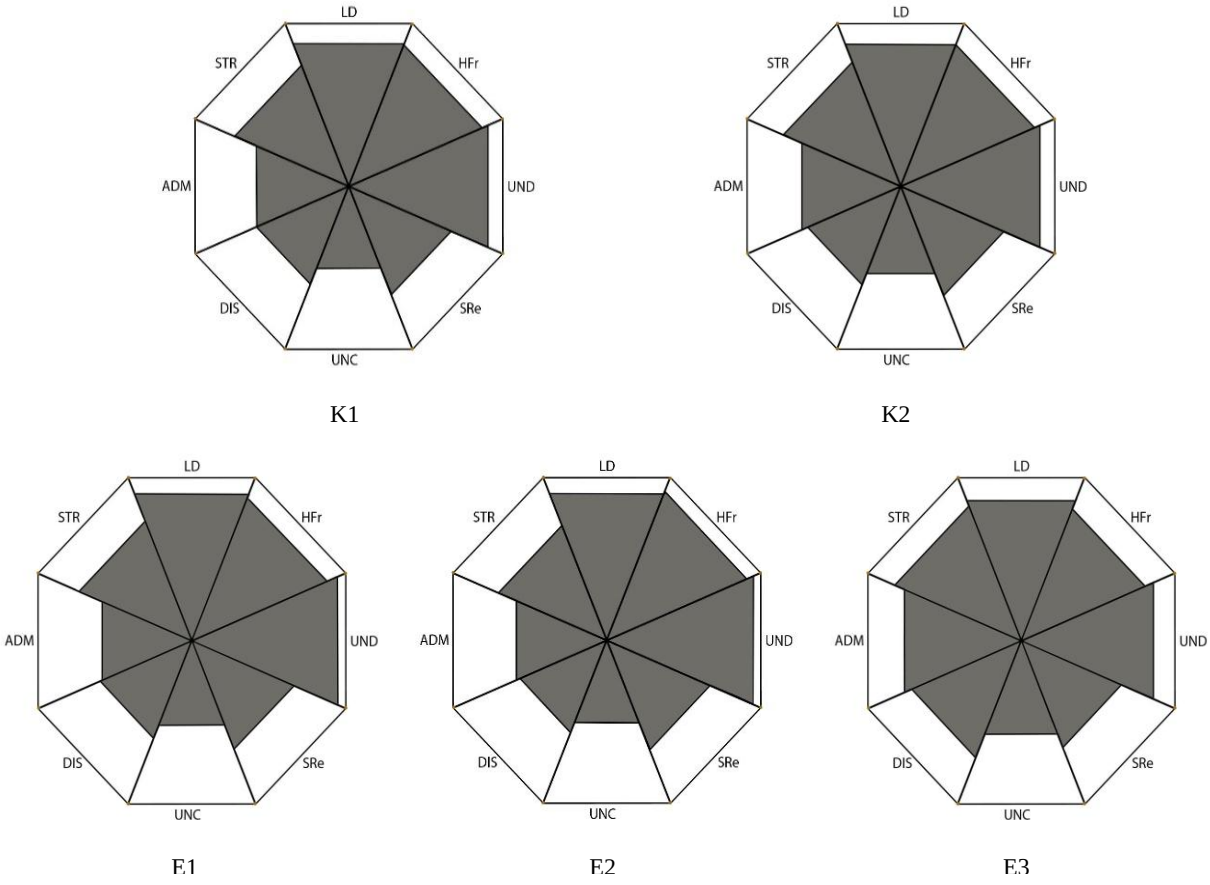
Istraživanja su pokazala da učenici kao najbolje nastavnike karakteriziraju one koji postižu vrlo visoke rezultate na skali Upravljanje (LD), Pomaganje/Prijateljsko ponašanje (HFr) i Razumijevanje (Und) (Wubbels, 1993; Levy i sur., 1993), a što je u najvećoj mjeri slučaj i kod nastavnica koje su sudjelovale u ovom istraživanju. Osim toga, niz istraživanja ispitivalo je povezanost učeničkih postignuća i percepciju interakcije s nastavnikom temeljem QTI, a rezultati su pokazali da viša kognitivna postignuća postižu učenici koji svoje nastavnike ocjenjuju s visokim ocjenama na skalama Upravljanje (Henderson i sur., 1994, prema Fisher i sur., 1995), odnosno Upravljanje, Pomaganje/Prijateljsko ponašanje, ali i Strogoća (Wubbels i

sur., 1991). Ipak, Wubbels (1993) navodi da se rezultati po pitanju skale Strogoća, odnosno strogoće nastavnika razlikuju ovisno o dobi učenika (stariji učenici više cijene više slobode, tj. prepuštanja odgovornosti učenicima). Isto tako, Wubbels (1993) navodi da razlike u učeničkoj percepciji interakcije s nastavnikom objašnjavaju veliku količinu razlika u postignućima između učenika jednake razine sposobnosti te da percepcija čini 70% varijabilnosti u postignućima učenika. Nadalje, analize su pokazale da su razlike u rezultatima između nastavnika koji pokazuju različite tipove ponašanja daleko veće od razlika u rezultatima između nastavnika koji rade po različitim programima, druge su starosne dobi ili imaju drugačije iskustvo rada (Wubbels, 1993), a što je u skladu i s razmatranjima Hattieja (2003) koji razlikuje učitelje eksperte i iskusne učitelje, pri čemu radno iskustvo nije nužan uvjet da bi neki nastavnik bio ekspert. Obzirom na značaj navedenih varijabli, a koje su i u nacrtu identificirane kao parazitarne, provedeno je testiranje razlika između eksperimentalne i kontrolne skupine po navedenim varijablama provođenjem t-testa. Rezultati su pokazali da se eksperimentalna i kontrolna skupina međusobno statistički značajno ne razlikuju ni po jednoj varijabli (Tablica 14). Budući da se rezultati značajno ne razlikuju ni po jednoj podvarijabli, rezultati se ne razlikuju ni po glavne četiri varijable (SO, DO, SC, DC).

Tablica 14 Rezultati t-testa između eksperimentalne i kontrolne skupine po varijablama nastavničke interakcije prema Wubbelsu (1993), odnosno prema Learyjevom modelu (Goh, 1994)

VARIJABLA	F	DF	T	P
LD	2,254	137	-,128	,898
UND	1,029	137	-1,213	,227
UNC	1,758	137	,655	,514
ADM	4,141	132,039	,601	,549
HFR	2,006	137	,768	,444
SRE	,131	137	1,840	,068
DIS	1,702	137	-,315	,753
STR	1,680	137	,710	,479
DO	4,144	133,89	,797	0,427
SO	0,420	137	,062	0,951
SC	1,331	137	,112	0,911
CD	3,113	137	,127	0,899

Temeljem rezultata i istaknutih skala dobivenih uz QTI (Wubbels, 1993) može se dobiti uvid u nastavnički tip obzirom na interakciju s učenicima (Wubbels i sur., 1991). Wubbels i suradnici (1991) provodeći klaster analizu izdvojili su osam nastavničkih tipova obzirom na interakciju s učenicima: direktna, autoritativna, autoritativna/tolerantna, tolerantna, nesigurna/tolerantna, nesigurna/agresivna, represivna, mučna. Isti autori navode da veća učenička postignuća postižu učenici direktnih i autoritativno/tolerantnih nastavnika. Prema grafičkom modelu nastavničkog interpersonalnog ponašanja (Wubbels i sur., 1991) nastavnički profili prema učeničkoj percepciji izgledaju kao što je prikazano na slici 30.



Slika 30. Profili nastavnica prema rezultatima upitnika QTI

Sukladno dobivenim rezultatima, moglo bi se reći da nastavnički tipovi nastavnica koje su sudjelovale u istraživanju u najvećoj mjeri odgovaraju upravo odgovaraju direktnom tipu kod kojih je potencijal utjecaja na učenje najveći. Direktan tip (Wubbles i sur., 1995) odlikuje dobra pripremljenost za nastavu i usmjerenost na ispunjavanje ciljeva poučavanja, odnosno na realizaciju ishoda učenja. Osim toga, autori navode da je direktan nastavnik dobro organiziran, učinkovito koristi vrijeme, dominira razrednom diskusijom i ima sposobnost zadržavanja učeničkog interesa. Direktan nastavnik uglavnom je na distanci od učenika, a povremeno taj

odnos bude prijateljski usmjeren i razumijevajući (Wubbles i sur., 1995). Istoimeni autori navode i da takav nastavnik postavlja visoke standarde i zahtjeve, ponekad se zna naljutiti, bez suzdržavanja opominje učenike koji se loše ponašaju ili ne prate, a opominjanje je uspješno. Upravo navedeno potvrđuje pretpostavku dobrog odabira uzorka nastavnika za sudjelovanje u istraživanju.

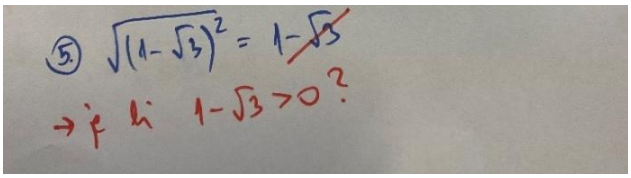
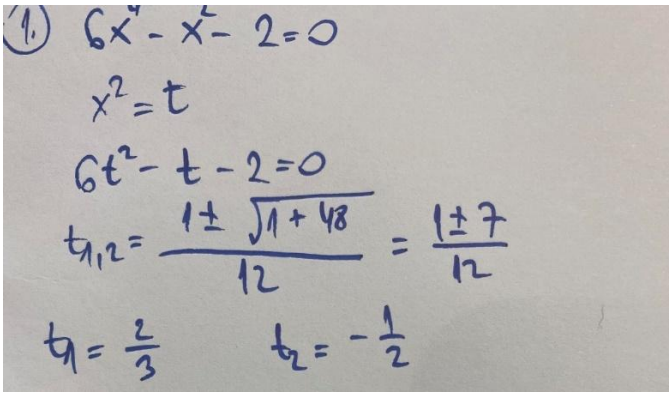
Iako se percepcija učenika kontrolne i eksperimentalne skupine značajno ne razlikuju, iz tablice 14, kao i grafičkog prikaza interpersonalnog modela nastavničkog ponašanja, može se pretpostaviti postojanje značajnog razlikovanja unutar skupina, tj. između nastavnica neovisno kojoj skupini pripadaju. Iako to nije važno za samo istraživanje, ipak, radi što točnijeg prikaza rezultata i što boljeg opisivanja modela, provela se ANOVA, odnosno ispitivanje postojanja statistički značajne razlike među nastavnicima po pitanju neke od 4 glavne varijable: DO, SO, DC, SC. Prema rezultatima one-way ANOVA, pokazalo se postojanje značajne razlike u učeničkoj percepciji između nastavnica po pitanju varijabla DO ($F=10,938$, $df=4$, $p=0.000$) i SO ($F=8,786$, $df=4$, $p=0.000$). Zbog toga, navedene varijable bit će uključene u model kao kovarijable.

3.5.2.2.Ekvivalentnost nastavnica prema predznanju o učinkovitim povratnim informacijama

Prije početka manipulacije radi provjere ujednačenosti uzorka nastavnica koje predaju u kontrolnoj i eksperimentalnoj skupini, a posljedično i mogućnošću povećanja diferencije u nezavisnoj varijabli naknadnim edukacijama nastavnica eksperimentalne skupine, s nastavnicama je provedeno testiranje znanja o povratnim informacijama. Autorica rada kreirala je pisanu provjeru za nastavnice koja je uključivala različita znanja i sposobnosti vezane za davanje učinkovitih povratnih informacija. U Tablici 15 dana su sadržajna područja te primjer zadataka za svako od njih, dok je cjelovita provjera kojom se ispitivalo znanje nastavnica o učinkovitim povratnim informacijama dana u Prilogu B.

Tablica 15 Ilustracija zadataka iz pisane provjere nastavnica o znanjima o učinkovitim povratnim informacijama

Cilj ispitivanja	Primjer zadatka
Poznavanje definicije i ključnih teorijskih spoznaja o učinkovitim povratnim informacijama.	DEFINICIJA PITANJA NA KOJA ODGOVARA UČINKOVITA POVRATNA INFORMACIJ

(Zad. 1a, 1b, 1c, 1d, 4a, 4c, 4d, 4e, 4f, 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6d, 6c, 6e, 7, 8a, 8b, 8c, 8d)	PRIMJER / PROTUPRIMJER
Poznavanje metoda, aktivnosti i načina davanja učinkovitih povratnih informacija. (Zad. 2, 3, 4b)	Navedi 3 primjera aktivnosti davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima.
Sposobnosti analize i evaluacije danih povratnih informacija. (Zad. 10a, 10b, 10c, 10d, 10e)	Ocijeni je li dana povratna informacija učinkovita ili ne. Obrazloži. 
Sposobnosti kreiranja učinkovitih povratnih informacija. (Zad. 9a, 9b, 9c)	Za sljedeće zadatke (učenika 2. razreda srednje škole) formulirajte učinkovite povratne informacije: 

Nad rješenjima nastavnica provedena je kvalitativna analiza i kvantitativna deskriptivna analiza. Općenito, može se zaključiti da su nastavnice unutar eksperimentalne skupine u velikoj mjeri ujednačene u znanju i sposobnostima davanja učinkovitih povratnih informacija u svim promatranim aspektima te da postižu znatno viši prosječni rezultat (M=70%) od nastavnica kontrolne skupine (M=32,5%). Jedino po pitanju znanja o izboru metoda, aktivnosti i načina davanja učinkovitih povratnih informacija nastavnice obje skupine su ujednačene i na zadovoljavajućoj razini. Nastavnice kontrolne skupine imaju djelomično ujednačena znanja i

sposobnosti (K1, M=27,5% ; K2, M=37,5%), a najviše se razlikuju u sposobnostima kreiranja i evaluacije učinkovite povratne informacije (K1, M_{EV}= 29%, M_{KR}=25%; K2, M_{EV}= 79%, M_{KR}=67%). Detaljniju razdiobu bodova po područjima za nastavnice možete vidjeti u sljedećoj Tablici 16.

Tablica 16 Deskriptivni rezultati pisane provjere nastavnica po sadržajnim područjima

Nastavnice	*Definicija i Teorija*	*Metode, aktivnosti i načini*	*Evaluacija*	*Kreiranje*	*Ukupno*
K1	4/23	3,5/4	**2/7**	**1,5/6**	11/40
	18%	87,5%	**29%**	**25%**	27,5%
K2	3/23	2,5/4	5,5/7	4/6	**15/40**
	13%	62,5%	79%	67%	**37,5%**
KONTROLNA (M)	**15,5%**	**75%**	**54%**	**46%**	**32,5%**
E1	13,5/23	2,5/4	6/7	5,5/6	27,5/40
	59%	62,5%	86%	92%	69%
E2	13,5/23	2,5/4	6/7	5,5/6	27,5/40
	59%	62,5%	86%	92%	69%
E3	15,5/23	2,5/4	6/7	5/6	29/40
	67%	62,5%	86%	83%	72,5%
EKSPERIMENTALNA (M)	**62%**	**62,5%**	**86%**	**89%**	**70%**

U nastavku će se dati kvalitativna procjena predznanja nastavnica o učinkovitim povratnim informacijama. Nijedna od nastavnica ne poznaje definiciju učinkovite povratne informacije u potpunosti, a uglavnom povratne informacije povezuju uz davanje povratnih informacija na osobnoj razini, tj. vežući uz njih pohvale i pokude. Dio nastavnica prepoznaju samo *feed back* i/ili *feed up* kao njezin važan sastavni dio, dok neke od njih smatraju i da je pružanje točnih rješenja na netočne ili djelomično točne odgovore također povratna informacija. Nastavnice eksperimentalne skupine znaju da se za učinkovite povratne informacije mogu koristiti upitne

rečenice, dok se nastavnice kontrolne skupine opredjeljuju uglavnom za izjavne. Nastavnice uglavnom mogu dati primjere kada je povratna informacija neučinkovita ili kada je nepoželjno dati povratnu informaciju, no tek jedna nastavnica daje primjere kada je poželjna trenutna intervencija s povratnom informacijom. Nastavnice u većini (njih 4 od 5) točno odgovaraju da složenost i razina davanja povratne informacije ovisi o zadatku, predznanju te da je ona individualna, dok smatraju da učenicima koji u potpunosti ostvaruju zadane ishode nije potrebna povratna informacija. Nastavnice eksperimentalne skupine uglavnom u zadovoljavajućoj mjeri procjenjuju i povezuju karakteristike povratnih informacija obzirom na razinu na kojoj su dane u skladu sa klasifikacijom Hattie i Timpereley (2007). Većina nastavnica (njih 4 od 5) na iznimno visokoj razini analiziraju, evaluiraju i argumentiraju učinkovitost povratnih informacija na primjerima, dok su nešto manje uspješne u tome kada je potrebno kreirati učinkovite povratne informacije na dane učeničke uratke. Pritom su povratne informacije najuspješnije dane za učeničke točne i djelomično točne odgovore te uglavnom obuhvaćaju cijelu petlju povratne informacije (*feed back*, *feed up* i *feed forward*). Nastavnice su najmanje bile uspješne u kreiranju povratnih informacija na učenike koji su u potpunosti dali netočne odgovore. Te povratne informacije sadržavale su samo jedan dio petlje (*feed forward*), bile preopširne s ponovnim tumačenjem gradiva i davanjem konkretnog rješenja ili su bile nejasne i preoskudne.

Temeljem dobivenih rezultata moglo bi se zaključiti da nastavnice eksperimentalne u većoj mjeri imaju veća znanja o povratnim informacijama. To ipak ne garantira da je situacija i u nastavnoj praksi takva pa zbog toga, ali i zbog prethodno dobivenih rezultata, s nastavnicama eksperimentalne skupine proći će se edukacija o davanju učinkovitih povratnih informacija kako bi se:

1. potencijalno napravila još veća razlika u učinkovitosti davanja povratnih informacija između skupina
2. potencijalno dobivena razlika između skupina mogla pripisati djelovanju tretmana, tj. manipulaciji.

3.6.Mjerni instrumenti

U svrhu ovoga istraživanja korišteno je nekoliko različitih mjernih instrumenata, to su: Upitnik nastavničke interakcije (Wubbels, 1993), inicijalni test specifičnog matematičkog predznanja za usvajanje ishoda MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu (Ministarstvo

znanosti i obrazovanja, 2019c) te finalni test koji provjerava usvojenost prethodno navedenog ishoda.

3.6.1. Upitnik nastavničke interakcije

Autori su na temelju modela interpersonalnog ponašanja (o kojem je više bilo riječi u poglavlju 3.3.2.1.) razvili i upitnik nastavničke interakcije koji se isprva sastojao od 77 čestica, a provedena je i kros-validacija upitnika u nekim zemljama (npr. SAD (Wubbels i Levy, 1991)). Međutim, Wubbels (1993) je kreirao skraćenu verziju upitnika koja je kros-validirana, a prevedena verzija korištena je i u ovom istraživanju.

Korišteni upitnik je u potpunosti anoniman, a od učenika se tražio odabir jedinstvene šifre koji su učenici koristili za označavanje ovog upitnika, inicijalnog te finalnog testa kako bi se rezultati mogli upariti. Prvi dio upitnika odnosio se na određena sociodemografska obilježja ispitanika koja su uključivala pitanja o spolu, školi i razrednom odjeljenju koje učenik pohađa te podatak o zaključnoj ocjeni iz nastavnog predmeta matematike iz prethodnog razreda.

Drugi dio upitnika koji se odnosi na nastavničku interakciju u cijelosti je, uz prethodno dobiveno odobrenje, preuzeta i prevedena verzija upitnika *Questionnaire on Teacher Interaction* (Fisher i sur., 1995).

Navedena verzija upitnika sastoji se od 48 čestica, tj. 8 skala, pri čemu svaka skala ima 6 čestica, a skale mjere osam varijabla prema modelu Wubbelsa i suradnika (1991): *Leadership (LD), Helping/Friendly (HFr), Understanding (UND), Student responsibility/Freedom (SRe), Uncertain (UNC), Dissatisfied (DIS), Admonishing (ADM), Strict (STR).*

Osim toga, odgovarajuće skale prema modelu Wubbelsa i suradnika (1991) združene su, tj. izražene kao prosječna vrijednost pripadajućih varijabli kako bi se dobile i 4 osnovne skale prema modelu Learyja (1957, prema Fisher i sur., 1995). Na primjer, zbrojen je i izračunat prosjek za varijable *Leadership (LD)* i *Helping/Friendly (HFr)* kako bi se dobila varijabla *Cooperation-Dominance (CD)* itd.

Tvrdnje upitnika sudionici (učenici) su procjenjivali na skali Likertovoj skali od 5 stupnjeva, pri čemu su brojevi označavali sljedeće: 1= nikad, 2=rijetko, 3=ponekad, 4=često, 5=uvijek. Pouzdanosti, prosječne vrijednosti i standardna devijacija pojedinih skala prikazane su u tablici 17. Veći rezultati upućuju na veću procijenjenu izraženost određenog konstrukta (ponašanja), a izraženi su kao prosječna vrijednost svih čestica pripadajuće skale.

Većina subskala pokazala je zadovoljavajuću unutarnju pouzdanost, pri čemu su koeficijenti Cronbach α uglavnom iznad preporučene granične vrijednosti od 0,70 (Nunnally, 1978; Novak, 2020). Nekoliko skala pokazalo je nešto niže vrijednosti pouzdanosti (LD = 0,688; ADM =

0,668), što se još uvijek može smatrati prihvatljivim (Schmitt, 1996, prema Novak, 2020). Skala SRE pokazala je nižu pouzdanost (α = 0,565), što bi se moglo smatrati prihvatljivim u kontekstu prilagodbe instrumenta na hrvatski jezik, dok je skala UNC pokazala izrazito nisku unutarnju pouzdanost (α = 0,386), zbog čega rezultate vezane uz tu skalu treba interpretirati s oprezom. Pouzdanost cijelog upitnika iznosi α=0,649. Niže vrijednosti pouzdanosti mogu biti posljedica prijevoda te posljedično mogućih razlika u razumijevanju pojedinih tvrdnji među ispitanicima, kao i kulturoloških razlika.

Unatoč nižoj/upitnoj pouzdanosti pojedinih podskala, ukupne glavne skale koje će kao takve koristiti u ovom istraživanju pokazale su dobru unutarnju pouzdanost (CD = 0,843; CS = 0,751; OS = 0,704; OD = 0,783), što upućuje na to da je instrument prikladan i dovoljno pouzdan za korištenje u ovom istraživanju.

Tablica 17 Deskriptivna statistika i koeficijenti interne konzistencije svih mjerenih varijabli

SKALA		M	SD	POUZDANOST (CRONBACH ALFA)
CD		3,873	0,36469	0,843
	LD	3,9197	0,58852	0,688
	HFR	3,8261	0,73004	0,835
CS		3,221	1,18448	0,751
	UND	4,2314	0,61402	0,816
	SRE	2,2110	0,46129	0,565
OS		1,606	0,4207	0,704
	UNC	1,3717	0,34713	0,386
	DIS	1,8393	0,56800	0,714
OD		2,389	0,68557	0,783
	ADM	1,9436	0,57475	0,668
	STR	2,8345	0,73871	0,767

Napomena. CD=Cooperation-Dominance. CS=Cooperation-Submission. OS=Opposition-Submission. OD=Opposition-Dominance. LD=Leadership. UND=Understanding. HFR=Helping/Friendly. SRE=Student responsibility/Freedom. UNC=Uncertain. DIS=Dissatisfied. ADM=Admonishing. STR=Strict.

Primjer korištenog upitnika koji je preveden na hrvatski jezik vidljiv je u Prilogu C.

3.6.2.Testovi

Kako bi se otklonila prijetanja interakcije izbora ispitanika i instrumentacije, koristila se triangulacija konstruktora inicijalnog i finalnog testa kao mjernih instrumenata (Denscombe, 2014; Milas, 2009). Isto tako, oni su kreirani prije početka istraživanja i nisu mijenjani tijekom istraživanja kako bi se izbjeglo sazrijevanje istraživača i pristranost u istraživanju.

Cilj i funkcija testa određuju način na koji se rezultati interpretiraju i vrednuju, odnosno konstruiraju (Ristić Dedić i Jokić, 2013). U skladu s postavljenim hipotezama, funkcija testova je usporediti učenička postignuća eksperimentalne i kontrolne skupine, tj. izmjeriti razlike u postignuću za što se koriste normativno interpretirani testovi (dalje: normativni testovi) jer omogućuju rangiranje (Cohen i sur., 2007). Zbog istraživačkog nacrta nastojalo se u što većoj mjeri povećati valjanost istraživanja zbog neujednačenih skupina te se velika važnost stavljala na planiranju poučavanja i jasno definirane ishode učenja – i u fazi predtestiranja (ishode relevantne za usvajanje specifičnog gradiva) i u eksperimentalnoj fazi (ishode koji se trebaju realizirati). Isto tako, budući da se zbog povećanja valjanosti istraživanja nastojalo ne remetiti uobičajeni raspored i način sumativnog vrednovanja, finalni je test kreiran tako da ispituje razinu usvojenosti znanja u odnosu na zadani ishod, a što je karakteristika kriterijski interpretiranih testova (dalje: kriterijski testovi) (Cohen i sur., 2007). Zbog svega navedenog, testove se nastojalo konstruirati tako da omoguće i kriterijsku i normativnu interpretaciju rezultata (Vizek Vidović i dr., 2003). Obzirom na to, pri konstruiranju testova vodilo se time da sadrže reprezentativan uzorak različitih vrsta i težina zadataka u odnosu na relevantne ishode, kako bi se ispunila glavna karakteristika kriterijskih testova (Gronlund i Linn, 1990; Vizek Vidović i dr., 2003). S druge strane, nastojalo se da testovi imaju zadovoljavajuću razinu diskriminativnosti (Cohen i sur., 2007) u skladu sa skalom Ebela i Frisbie (1991) koja je vidljiva u tablici 18, a što je glavna pretpostavka normativnih testova.

Tablica 18 Prikaz rangova indeksa diskriminativnosti (Ebel i Frisbie, 1991)

INDEKS DISKRIMINATIVNOSTI	INTERPRETACIJA
>0,4	Vrlo dobra
0,3 – 0,39	Umjereno dobro, ali podložno poboljšanju
0,2 – 0,29	Granično, obično zahtijeva poboljšanje čestice
<0,19	Loše, potrebno izbaciti ili revidirati čestice

3.6.2.1.Vrednovanje testova

Cresswell i Houston (1991) navode da u sumativnim testovima primarni interes nije u vrednovanju postignuća na pojedinom zadatku nego na ispitu u cjelini te da je nerealno uspjeh u zadatcima dihotomno vrednovati, po principu je li dobiveno točno rješenje ili nije. Osim toga, Cresswell i Houston (1991) govore da je u većini slučajeva uspjeh učenika pri rješavanju zadataka na višim kognitivnim razinama djelomičan što bi značilo da učenici svoja postignuća mogu pokazati samo na zadatcima koji zahtijevaju korištenje samo nižih kognitivnih razina, a što nije realan odraz njihovih kompetencija. Bodovanje postupka omogućava priznavanje djelomično riješenih zadataka (Gipps, 1994), a pridavanje različitog broja bodova različitim zadatcima upućuje na relativnu važnost, složenost i vremensku zahtjevnost određenog zadatka (Cohen i sur., 2007) i utječe na veću pouzdanost testova (Ebel, 1979). Osim toga, neki autori (Murphy, 1982; Swan i Burkhardt, 2012; Suurtamm i dr., 2016) navode da povećavanjem broja bodova u zadatcima, tj. vrednovanje i djelomično riješenih zadataka, omogućuje postizanje različitih razina postignuća, a što svakako doprinosi većoj i valjanijoj mogućnosti diskriminiranja rezultata, tj. postignuća. Nadalje, Cresswell (1987) ističe i pedagošku komponentu bodovanja postupka rješavanja u kojem navodi da se svaki i djelomičan uspjeh u pokušavanju rješavanja zadatka mora prepoznati i nagraditi, tj. da učenici trebaju biti nagrađeni za ono što znaju, razumiju ili mogu učiniti pa čak i ako su napravili neku (npr. računsku) pogrešku u nekoj od faza rješavanja zadatka. Budući da je upravo takvo vrednovanje postupka karakteristično za predmete iz područja prirodnih znanosti prilikom unutarnjeg vrednovanja, isti pristup će se koristiti i pri vrednovanja učeničkih testova u ovom istraživanju. Time će se nastojati i izbjeći učinak poda ili stropa te omogućiti i logičku analizu ograničenosti mjerenja napretka učenika, koje nije modelirano linearnom funkcijom. Stoga, za potrebe što objektivnijeg vrednovanja za oba ispita izrađen je ključ za odgovore kao i rubrika vrednovanja. Budući da je cilj istraživanja usporediti učeničke rezultate međusobno, pri rangiranju učenika neće biti unaprijed određeni pragovi nego će se stratifikacija rezultata po skupinama raditi obzirom na riješenost testova.

3.6.2.2.Inicijalni test

Inicijalni test je test specifičnog matematičkog predznanja potrebnog za uspješno ostvarivanje zadanog ishoda MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu te finalni test koji provjerava usvojenost prethodno navedenog ishoda (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c), a koji je u skladu sa istraživačkim nacrtom kreiran kao zamjenska varijabla u

predispitivanju. Kurikulumski ishodi koji su označeni kao relevantni pokazatelji predznanja dani su u sljedećoj tablici.

Tablica 19 Ishodi vrednovani inicijalnim testom

Domena	Ishod
A – Brojevi	Računa s realnim brojevima. (MAT SŠ A.1.1.)
B – Algebra i funkcije	Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. (MAT SŠ B.1.3.)
	Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima. (MAT SŠ B.1.2.)
	Računa s korijenima. (MAT OŠ A.8.1.)
	Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu. (MAT OŠ B.8.5.)

Inicijalni ispit sastoji se od 9 zadataka, odnosno 14 čestica i ukupno se moglo ostvariti 30,5 bodova. Cijela tablica specifikacije ispita u kojoj je vidljiva distribucija bodova po česticama, zastupljenosti čestica po ishodima te razinama znanja koje su kategorizirane u skladu s Webbovima dubinama znanja (2002) dana je u Tablici 20.

Tablica 20 Tablica specifikacije inicijalnog testa

ZADATCI	SADRŽAJNO PODRUČJE I ISHODI	DOK1	DOK2	DOK3	Ukupan broj čestica (%)	Ukupan broj bodova (%)
1a, 2	Skupovi brojeva i operacije nad njima MAT SŠ A.1.1.	1a		2	2 (14%)	6 (20%)
4a	Rješavanje linearnih jednadžbi MAT SŠ B.1.3	4a			1 (7%)	2 (7%)
9a, 9b, 9c	Faktorizacija MAT SŠ B.1.2.		9a,9b,9c		3 (21%)	8 (26%)
4b, 5, 7, 8	Osnove algebarskih operacija MAT SŠ B.1.2.		4b, 8	5, 7	4 (29%)	9,5 (31%)
1b, 1c, 3	Korjenovanje MAT OŠ A.8.1.	1b, 1c, 3			3 (21%)	3,5 (11%)
6	Rješavanje jednadžbi oblika $x^2 = a$ MAT OŠ B.8.5.		6		1 (7%)	1,5 (5%)
	Ukupan broj čestica (%)	5	6 (43%)	3 (21%)	14	

		(36%)				
	Ukupan broj bodova (%)	7,5 (25%)	15,5 (50%)	7,5 (25%)		30,5

Od metrijskih karakteristika inicijalnog testa razmatrat će se indeks težine, indeks diskriminativnosti i pouzdanost. Težina čestica računa se prema formuli $t = \frac{A}{N} \cdot 100$, pri čemu je A ukupan broj bodova koji je su učenici cijelog uzorka ostvarili na pojedinoj čestici, a N ukupan broj bodova koji su svi učenici zajedno mogli ostvariti na toj čestici (Cohen i sur., 2007). Težina ispita iskazana je kao prosječna težina svih čestica. Prema rezultatima svih ispitanika, ispit bi se mogao klasificirati kao srednje težak (Cohen i sur., 2007), budući da prosječna težina iznosi 0.40. U tablici 21 prikazana je razdioba čestica obzirom na težinu te udio broja bodova pojedinih čestica obzirom na težinu.

Tablica 21 Razdioba zadataka inicijalnog testa po težini

	Lagani (t<0,32)	Srednje teški (0,33<t<0,66)	Teški (t>0,67)
Broj čestica N (%)	2 – čestice 1b, 4a (14,3%)	7 – čestice 1a, 1c, 4b, 6, 7, 9a, 9b (50%)	5 – čestice 2, 3, 5, 8, 9c (35,7%)
Broj bodova N (%)	2,5 (8,2%)	15 (49,2%)	13 (42,7%)

Indeks diskriminativnosti čestica daje informaciju o mogućnosti čestice da razlikovanja učenika obzirom na razinu postignuća, a iskazuje se kao koeficijent korelacije pojedine čestice s ukupnim rezultatom na testu (NCVVO, 2011). Prema ukupnim rezultatima inicijalnog testa samo jedna čestica (čestica 1b) nema zadovoljavajući indeks diskriminativnosti (d=0,057), jedna čestica (1c) ima granični (d=0,244), jedna čestica (4a) ima umjereno dobar indeks (d=0,335) i ostale čestice imaju vrlo dobru diskriminativnost.

Pouzdanost inicijalnog testa je vrlo visoka i iznosi α=0,823.

3.6.2.3.Finalni test

Za potrebe mjerenja učinka djelovanja manipulacije, tj. intervencije davanja učinkovitih povratnih informacija učenicima na učenička postignuća za potrebe ovog istraživanja kreiran je finalni test znanja. Finalnim testom ispituje se razina ostvarenosti kurikulumski zadanog ishoda MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu (Ministarstvo znanosti i obrazovanja, 2019c). Razrada ishoda može se iščitati iz tablice 22.

Finalni ispit sastoji se od 13 zadataka, odnosno 15 čestica u okviru kojih se moglo ostvariti 38,5 bodova. Cijela tablica specifikacije ispita u kojoj je vidljiva distribucija bodova po česticama, zastupljenosti čestica po ishodima te razinama znanja koje su kategorizirane u skladu s Webbovima dubinama znanja (2002) dana je u Tablici 22.

Tablica 22 Tablica specifikacije finalnog testa

ZADATCI	SADRŽAJNO PODRUČJE I ISHODI	DOK1	DOK2	DOK3	Ukupan broj čestica (%)	Ukupan broj bodova (%)
1, 7a	Zapisuje i prepoznaje kvadratnu jednadžbu u standardnom obliku.	1	7a		2 (13%)	2 (5%)
2, 3	Ispituje rješenje kvadratne jednadžbe.	2	3		2 (13%)	3,5 (9%)
4a, 4b, 5	Odabire metodu i rješava kvadratne jednadžbe s racionalnim koeficijentima.	4a, 4b	5		3 (20%)	7 (18%)
6, 7b	Primjenjuje diskriminantu i argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.		6, 7b		2 (13%)	4,5 (11%)
8	Primjenjuje Viètеove formule.		8		1 (7%)	2 (5%)
9	Faktorizira trinom.			9	1 (7%)	2 (5%)
10, 11, 12	Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu.		10, 12	11	3 (20%)	13 (34%)
13	Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja.			13	1 (7%)	5 (13%)
	Ukupan broj čestica (%)	4 (27%)	8 (53%)	3 (20%)	15	
	Ukupan broj bodova (%)	6,5 (17%)	22 (57%)	10 (26%)		30,5

Od metrijskih karakteristika inicijalnog testa istaknut će se indeks težine, indeks diskriminativnosti i pouzdanost. Težina finalnog ispita iskazana je isto kao i težina inicijalnog ispita, tj. kao prosječna težina svih čestica. Prema postignutim rezultatima finalni ispit mogao bi se mogao klasificirati kao srednje težak (Cohen i sur., 2007), budući da prosječna težina iznosi 0.35. No, u usporedbi s inicijalnim, finalni test ima nešto nižu riješenost ispita, odnosno teži je. U tablici 23 prikazana je razdioba čestica obzirom na težinu te udio broja bodova pojedinih čestica obzirom na težinu.

Tablica 23 Razdioba zadataka finalnog testa po težini

	Lagani (t<0,32)	Srednje teški (0,33<t<0,66)	Teški (t>0,67)

Broj čestica N (%)	1 – čestica 5 (6,7%)	6 – čestice 3, 4b, 6, 10, 11, 12 (40%)	8 – čestice 1, 2, 4a, 7a, 7b, 8, 9, 13 (53,3%)
Broj bodova N (%)	3 (7,8%)	18,5 (48,1%)	17 (44,1%)

Prema ukupnim rezultatima finalnog nijedna čestica nema loš indeks diskriminativnosti, dvije čestice (čestica 1 i 2) imaju granični indeks (d_1=0,280, d_2=0,295), a sve ostale čestice imaju vrlo dobru diskriminativnost (d>0,4).

Dobivena pouzdanost finalnog testa relativno je niska, α = 0,493. Budući da je riječ o testu postignuća konstruiranom za potrebe istraživanja, niža pouzdanost može biti posljedica heterogenosti zadataka i različitih kognitivnih razina znanja te nije od presudnog značaja za testove postignuća (Stadler i sur., 2021; Tavakol i Dennick, 2011). Pri konstruiranju testova (koji nisu standardizirani) vodilo se time da sadrže reprezentativan uzorak različitih vrsta i težina zadataka u odnosu na relevantne ishode. Ipak, uzimajući u obzir koeficijent pouzdanosti i rezultate post analize težine testa, rezultate finalnog testa treba interpretirati s određenim oprezom.

3.7.Postupak i etički aspekti istraživanja

Prije provedbe istraživanja, u kolovozu 2020. godine zatraženo je mišljenje Etičkog povjerenstva Filozofskog fakulteta u Osijeku o provedbi istraživanja, a koje je i dobiveno. Potvrde o istom nalaze se u Prilogu D. Nakon toga odrađeni su razgovori s nastavnicama nematematičkih srednjih četverogodišnjih škola na području Osječko-baranjske županije koje su dobrovoljno pristale sudjelovati u istraživanju. Zatim je uslijedilo traženje pisane suglasnost ravnatelja škola za odobravanjem sudjelovanja učenika i nastavnika škola u istraživanju. Po dobivanju suglasnosti ravnatelja, nastavnice su zatražile pisane suglasnosti od roditelja i od učenika za sudjelovanjem u istraživanju. Nakon što su dobivene suglasnosti određenog dijela učenika i roditelja, utvrđivanjem dostatnosti veličine uzorka uslijedilo je predtestiranje znanja nastavnica o povratnim informacijama.

Nakon odrađenih edukacija, prije početka uvođenja manipulacije, učenici su rješavali anonimni online upitnik o nastavničkoj interakciji koji je izrađen uz pomoću Google Formsa. Za učenike koji su bili na nastavi, ono je provedeno na nastavi matematike, dok ostali učenici koji nisu bili prisutni na satu, a pristali su sudjelovati u istraživanju, upitnik su riješili od kuće. Prije početka rješavanja upitnika, učenici su dobili upute o ispunjavanja upitnika, kao i kratak pisani naputak s ciljem ohrabrivanja na što iskrenije odgovaranje na pitanja. Učenicima je naglašeno kako će

upitnik ostati anoniman, da nastavnice neće imati uvid u njihove odgovore te da će se oni koristiti isključivo u znanstvene svrhe. Osim toga, učenicima je istaknuto da ne postoje točni i netočni odgovori nego da je riječ isključivo o njihovoj vlastitoj percepciji.

Odmah idući nastavni sat, a prije uvođenja manipulacije, uslijedilo je rješavanje inicijalnog testa učenika koje se odvijalo na jednom od nastavnih sati u trajanju od 45 minuta. Sama manipulacija se provodila tijekom listopada 2020. godine dok je trajalo učenje i poučavanje nastavne teme Kvadratne jednadžbe, a nakon čega su učenici pristupili finalnom testiranju krajem listopada, odnosno početkom studenog 2020. godine. Rješavanje finalnog testa trajalo je 60 minuta.

Isto tako, tijekom listopada, sve nastavnice su slučajnim redoslijedom i slučajnim odabirom nastavnih sati snimile svaka po barem 3 nastavna sata kako bi se rezultati dobiveni testiranjem učeničkih postignuća, tj. statističkim postupcima mogli u raspravnom dijelu dodatno obrazložiti. Snimljeno je samo 3 ili 4 nastavna sata jer su istraživanja pokazala da se ne dobivaju značajno drugačije informacije promatranjem 3 ili više nastavnih sati (Hill i sur., 2008).

Kako bi se u što većoj mjeri postigla prirodnost uvjeta, nastavnice su obučene za samostalno snimanje nastave uz pomoć GoPro kamere na stativu. Kako učenike ne bi ometala prisutnost kamere, ona je postavljena pri kraju učionice tako da ih snima s leđa i ne bude im u videokrugu. Budući da je u razredima bilo onih učenika koji nisu dali suglasnost za sudjelovanje u istraživanju, navedeni učenici su sjedili u zadnjim klupama, tj. iza postavljene kamere za snimanje.

3.7.1.Model uvježbavanja ponašanja s učiteljima eksperimentalne skupine

U rujnu 2020. godine najprije je provedeno testiranje znanja nastavnica (N=5) o teoriji (učinkovitih) povratnih informacija instrumentom koji je autorica sama izradila, a koji se nalazi u Prilogu B. Potom je uslijedila edukacija, odnosno vođeno uvježbavanje ponašanja i povećanja sposobnosti davanja učinkovitih povratnih informacija učenicima, samo nastavnica (N=3) koje su u istraživanju predavale učenicima eksperimentalne skupine, a s ciljem povećanja razlike u uvjetima eksperimentalne i kontrolne skupine (Gill i sur., 2010). U nastavku će biti opisan postupak vođenog uvježbavanja ponašanja davanja učinkovitih povratnih informacija nastavnika.

Uvježbavanje ponašanja provela je autorica istraživanja, a ono se odvijalo prema načelima biheviorističke znanosti o odgoju, a u skladu s polazišno teorijom kritičkog racionalizma (König i Zedler, 1998) te uz primjenu modela vođenog uvježbavanja (*instructional coaching*) u skladu s teorijom Knighta (2007), budući da su prethodna

istraživanja povratne informacije po modelu Hattie i Timperley (2007) koristila navedeni model (npr. Brooks, 2016), čime se osigurava teorijska konzistentnost i usporedivost dobivenih rezultata.

Knightova teorija podrazumijeva implementaciju dokazanih praksi kroz pet ključnih aktivnosti: suradnja, modeliranje, promatranje, povratne informacije i podršku, odnosno partnerski odnos moderatora i sudionika trening sesija. Koristeći partnerska načela jednakosti, dijaloga i promišljanja, nastavnicima se daje mogućnost prakticiranja novih pedagogija kako bi se povratne informacije mogle pružiti prema zajednički dogovorenim kriterijima. Voditelj uvježbavanja ponašanja mora podržati nastavnice tijekom procesa poučavanja prepoznajući da je za učenje potrebno vrijeme i da je promjena često teška. Voditelj uvježbavanja ponašanja provodi intervencije utemeljene na dokazima na načine koji su koordinirani, učinkoviti i skladni s drugim praksama u učionici.

Stoga, u svim koracima koje su dali König i Zedler (1998) implementiran je Knightov model, a koji su:

1. utvrđivanje i operacionalizacija cilja učenja
2. provedba predtestiranja
3. provedba jedinica uvježbavanja, tj. trening sesija
4. provjera uspjeha učenja

Tijekom uvježbavanja ponašanja, ali i cijelog procesa uvođenja tretmana, voditelj trening sesija nema autoritativni položaj nego intenzivno pruža različite oblike i vrste podrške i pomoći kako bi što uspješnije implementirali dokazane nastavne prakse (Knight, 2009, prema Brooks, 2016), tj. učinkovite povratne informacije uvažavajući sedam načela teorije partnerskog pristupa: jednakost, glas, izbor, dijalog, odraz, praksa i reciprocitet (Brooks, 2016).

U skladu sa svim navedenim, a prije početka same edukacije, u prvom koraku potrebno je bilo suradnički utvrditi i operacionalizirati ciljeve učenja na temelju tri Magerova (1965) obilježja. Prvi od njih je davanje jednoznačnog opisa ponašanja koje se treba očitovati ako je postignut cilj učenja, odnosno odgovora na pitanje što nastavnik čini kako bi dokazao da je usvojio davanje učinkovitih povratnih informacija. Kako bi se to ostvarilo, potrebno je opisati i popisati nužne uvjete pod kojima se to ponašanje treba manifestirati (Mager, 1965), tj. naznačiti i modelirati situacije u kojima je potrebno iskazati davanje učinkovitih povratnih informacija. No, može biti i obrnuto, uvjeti se mogu ticati i nepoželjnih oblika i sredstava ili kontra-situacija za manifestaciju određenog ponašanja. Uz to, potrebno je odrediti i mjerila za procjenu,

odnosno granice unutar kojih će se smatrati da je dana povratna informacija učinkovita (npr. pravovremenost, način, razina, oblik).

Nakon toga uslijedila je provedba predtestiranja, tj. utvrđivanje znanja i sposobnosti nastavnica o davanju učinkovitih povratnih informacija kako bi se utvrdilo u kojoj mjeri već primjenjuju određeno poželjno ponašanje i je li uvježbavanje uopće potrebno (u kojem obujmu, koji sadržaj itd.). Sukladno dobivenim, kreirani su preduvjeti za provedbu edukacije, tj. uvježbavanja ponašanja po strukturiranom modelu koji je proizašao iz biheviorističke teorije (König i Zedler, 1998) te uz primjenu već navedenog Knightovog modela.

Edukacija se odvila u tri sesije uživo s prosječnim trajanjem od 60 minuta. Tijekom prve sesije nastavnice se upoznalo sa zadanim konceptom dajući definiciju i ključni teorijski okvir o učinkovitim povratnim informacijama. U drugoj sesiji voditeljica radionice modeliranjem te na oglednim i stvarnim primjerima demonstrira davanje učinkovitih povratnih informacija. Smatra se da promatranje određenog ponašanja rezultira učestalijim pojavljivanjem tog ponašanja u budućnosti (König i Zedler, 1998). Tijekom radionice odvija se *shaping*, odnosno postupno se povećava složenost mogućih situacija, znanja i komponenti (npr. za učenike različite razine znanja, korištenjem različitih aktivnosti, vrsta zadataka itd.) koje je potrebno uključiti u razmatranje kako bi se dala primjerena učinkovita povratna informacija. Uvježbavanje se odvija na temelju programiranih unaprijed pripremljenih primjera, situacija i sl. Prema Skinneru je (1968) korištenje programiranih nastavnih materijala učinkovita metoda poučavanja. Na taj način svaka osoba uči vlastitim tempom (individualizirani pristup), korak po korak, imajući jasno u vidu ishode i ciljeve učenja, neprestano dobivajući povratnu informaciju (Vizek Vidović i sur., 2003). Osim toga, nastavnice analiziraju te uz argumentirana objašnjenja evaluiraju dane povratne informacije nastavnika iz unaprijed pripremljenih i stvarnih primjera. Uz korištenje takvih materijala, voditeljica radionice koristi se metodom potkrepljivanja (Skinner, 1968) kako bi pospješila stabilizaciju pravilno usvojenih novih obrazaca ponašanja. Tijekom cijelog procesa nastavnice neprekidno dobivaju učinkovite povratne informacije, reflektiraju se na vlastitu nastavnu praksu izmjenjujući vlastita iskustva i promišljanja te surađuju. U trećoj sesiji nastavnice suradničkim radom u grupi, a potom i samostalno kreiraju učinkovite povratne informacije na stvarnim primjerima i u sve složenijim situacijama. Nakon svake aktivnosti slijedi diskusija, dijeljenje različitih stajališta i mišljenja te dobivanje povratnih informacija o učinjenome.

Na kraju, odrađena je i provjera uspjeha učenja, odnosno provjeravanje u kojoj su mjeri nastavnice osposobljene za primjenu davanja učinkovitih informacija i provjera postojanja

diferencije u odnosu na stanje prije uvježbavanja ponašanja. Provjera uspjeha provela se na način da su se analizirali i korigirali odgovori na pitanja koje su nastavnice dale u predtestiranju. Ono što je važno i u ovome dijelu za napomenuti je da su nastavnice tijekom cijelog procesa uvođenja tretmana u eksperimentalnu skupinu, surađivale međusobno i s voditeljem edukacije. Jedan od primjera pružanja podrške tijekom provedbe kvazi-eksperimenta je taj da su se zajednički osmišljavale aktivnosti (aktivnosti formativnog vrednovanja koje omogućuju pružanje povratnih informacija kao primjeri u Potpoglavlju 2.4.6.) i izrađivali nastavni materijali, ali pri čemu je svaka od nastavnica imala izbor u donošenju vlastite odluke o prihvaćanju, izmjeni ili odbijanju zajedničkih ideja sukladno potrebama u vlastitim razredima. Odnosno, zajedničkom refleksijom na nastavnu praksu, nastavnice su samostalno rekonstruirale ili primjenjivale ideje, aktivnosti i resurse na način koji je njima i njihovim učenicima najbolje odgovarao. Prethodno navedeno važno je radi individualnog pristupa poučavanju, a jedan je i od preduvjeta za postizanjem maksimalne učinkovitosti davanja povratnih informacija jer ne postoji univerzalna učinkovita povratna informacija koja je jednako učinkovita za sve učenike. Naknada komunikacija tijekom provođenja manipulacije događaja odvijala se putem društvenih mreža za komunikaciju i putem elektroničke pošte.

Shematski prikaz uvježbavanja ponašanja u skladu s Königovom i Zedlerovom shemom (1998) dan je u Tablici 24, pri čemu je za svaki od koraka napisan i primjer kako bi izgledala jedna takva radionica za nastavnike kojoj bi cilj bio naučiti kako dati učinkovitu povratnu informaciju učenicima. Ipak, potrebno je osvijestiti ono što je ograničavajuće u biheviorističkoj teoriji, a to je usmjerenost isključivo na konačan produkt, tj. ishode učenja (Woolfolk i sur., 2015; König iZedler, 1998). Zanemaruje se saznanje da usvojenost novih obrazaca ponašanja ovisi o svjesnosti povezanosti potkrepljenja i određenog ponašanja ili o kognitivnim procesima (pažnja, pamćenje, motivacija) sudionika (König i Zedler, 1998). Odnosno, kritičari navode da se zanemaruje činjenica da je uspješnost u modifikaciji ponašanja ili usvajanju novih obrazaca ponašanja uvjetovana i načinom na koji ih sudionici shvaćaju (König i Zedler, 1998). Osim toga, Kyriacou (2001) ističe da je vještina davanja učinkovitih povratnih informacija složena vještina za koju je potrebno određeno vrijeme da se stekne (Kyriacou, 2001). Dodatno, Keeley i Tobey (2011) navode da je nije realno očekivati trenutne promjene u učeničkoj praksi i angažmanu te da je učenicima i nastavnicima potrebno određeno vrijeme za promjenu vlastite prakse učenja, odnosno poučavanja i vrednovanja. Stoga, pri diskusiji rezultata navedeno treba imati u vidu.

Tablica 24 Shematski prikaz uvježbavanja nastavnica za davanje učinkovitih povratnih informacija

KORAK	KOMPONENTNE	OBJAŠNJENJE	PRIMJER
Utvrđivanje i operacionalizacija cilja učenja	Jednoznačni opis ponašanja koje se manifestira ako je ostvaren cilj učenja.	Što polaznik čini kako bi dokazao da je ostvario cilj?	Nastavnik daje učinkovite povratne informacije učenicima u nastavi matematike.
	Opis nužnih uvjeta pod kojima se očituje poželjno ponašanje.	U kojoj je situaciji potrebno iskazati željeno ponašanje?	Na zahtjev učenika; prilikom analize izlazne kartice; pri uočavanju greške kod učenika;…
	Određivanje mjerila za procjenu.	Koje su granice unutar kojih se ponašanje smatra prihvatljivim/poželjnim? Odrediti što je, a što nije poželjno ponašanje.	U skladu s učeničkim predznanjem; U kontekstu učenja - na razini zadatka, proces izvršenja zadatka ili samoregulacije; individualno; s odgodom u složenijim zadatcima… Nije poželjno davati povratne informacije na osobnoj razini; grupno; s pohvalama; informacije evaluativnog karaktera,…
Provedba predtestiranja	/	Utvrđivanje u kojoj mjeri polaznici i prije uvježbavanja primjenjuju željeno ponašanje.	Testiranje teorijskog znanja o povratnim informacijama i razinama učinkovitosti te mogućnosti primjene i evaluacije na danim primjerima.
Provedba jedinice uvježbavanja	Upoznavanje s postupkom	Pružanje teorijskog okvira.	Uvježbavanje formulacije povratne informacije (petlje). Definiranje što je to učinkovita povratna informacija te upoznavanje s mogućnostima rangiranja učinkovitosti povratnih informacija obzirom na primjenu određenog oblika i sl.

	Ogledno pokazivanje	Učenje po modelu.	Voditelj daje povratnu informaciju polaznicima o rezultatima njihovog predtestiranja; pokazuje videosnimak oglednog primjera davanja učinkovite povratne informacije u praksi.
	Uvježbavanje	Polaznici uvježbavaju poželjno ponašanje na unaprijed zadanom primjeru; voditelj se koristi metodom potkrepljivanja.	Nastavnici dobivaju učeničke radove na temelju kojih trebaju kreirati učinkovitu povratnu informaciju pisanim putem.
	Postupak formiranja (*shaping*)	Postupno povećavanje težine; utvrđivanje složenijih oblika ponašanja i mogućih situacija.	Voditelj dodaje više kontekstualnih uvjeta na temelju kojih nastavnici trebaju kreirati povratnu informaciju.
	Rad u skupi/igra uloga	Uvježbavanje ponašanja u težim situacijama u malim skupinama i u igri uloga.	U malim skupinama nastavnice diskutiraju o načinu na koji je svatko od sudionika dao povratnu informaciju i izabiru najbolju.; Sudionice igraju igru uloga, u kojoj su određene polaznice učenice, a druge nastavnice, pri čemu oni koji su učenici pokušavaju simulirati najčešće učeničke greške/miskoncepcije/realne nastavne situacije u kojima je potrebno davanje povratne informacije, a u skladu s istim, sudionice-nastavnice pružaju učinkovitu povratnu informaciju.
Provjera uspjeha učenja	/	Ponavljanje uvodne vježbe (predtestiranja), kako bi se uvidjelo u kojoj mjeri su polaznici osposobljeni za primjenu željenog ponašanja.	Ponavljanje inicijalnog testiranja ili korigiranje odgovora u skladu sa usvojenim znanjima i sposobnostima.

3.7.2.Etički aspekt problema istraživanja

Uzimajući u obzir istraživački nacrt u skladu s kojim se nastojalo izložiti eksperimentalnu skupinu tretmanu, a uskratiti ga kontrolnoj, važno je naglasiti da se u kontekstu ovog istraživanja to odnosi na nastavničko davanje učinkovitih, odnosno neučinkovitih povratnih informacija učenicima. Dakle, učenici kontrolne skupine nisu bili lišeni dobivanja povratnih informacija što bi bilo suprotno etičkim načelima. Pretpostavlja se da se dobivanje, odnosno davanje povratnih informacija nije razlikovalo od uobičajenog jer je prije provedbe istraživanja nastavnicama kontrolne skupine rečeno da nastave s jednakim radom kao i do sada. Izloženost tretmanu, odnosno pojavnost davanja učinkovitih povratnih informacija nastojala se maksimizirati vođenim uvježbavanjem ponašanja nastavnica eksperimentalne skupine te kontinuiranim pružanjem podrške tijekom provedbe istraživanja.

3.8.Analiza podataka

Nakon provedenog kvazi – eksperimenta i prikupljenih podataka, prvo će se analizirati podatci koji se odnose na parazitarne varijable i nacrt rada. Iako je glavna istraživačka metoda u ovom radu kvazi-eksperiment za koji će se provesti kvantitativna analiza podataka, kao što je već rečeno, radi falsifikacije rezultata i obogaćenja rasprave, snimana je nastava koja će se analizirati kvalitativnim metodama.

3.8.1.Kvantitativna analiza podataka

U radu će se koristiti deskriptivna statistika kojom će se analizirati rezultati inicijalne provjere predznanja nastavnica o povratnim informacijama (čiji su rezultati pokazani u potpoglavlju Uzorak), kao i pri obradi upitnika o nastavničkoj interakciji (rezultati pokazani u potpoglavlju Mjerni instrumenti).

Potencijalne razlike u varijablama na QTI ispitale su se t-testom između eksperimentalne i kontrolne skupine. Jednosmjerna analiza varijance ANOVA uz post-hoc analizu korištenjem Games-Howell, odnosno Bonferroni testa koristila se za provjeru razlika između percepcije nastavničke interakcije između svih pet nastavnica (što se koristi za opisivanje ujednačenosti uzorka nastavnica). Navedeno je bilo potrebno ispitati kako bi se odlučilo koji statistički postupci za testiranje hipoteza istraživanja će se koristiti. Rezultati su pokazali da se eksperimentalna i kontrolna skupina međusobno značajno ne razlikuju ni po jednoj od varijabla kojom se opisuje učenička percepcija interakcije s nastavnicom (Tablica 14).

Obzirom na potencijalni utjecaj druge dvije parazitarne varijable na rezultate istraživanja, deskriptivnom statistikom se opisalo, a potom provedbom t-testa ispitalo razlike između dvaju

skupina po varijabli zaključne ocjene u prethodnom razredu te po varijabli inicijalnog specifičnog predznanja iz matematike za usvajanje kvadratnih jednadžbi. Na t-testu nije se pokazalo značajna razlika između skupina po varijabli zaključne ocjene (F=0,714; t=-0,812; df=137; p=0,418). Zbog postojanja statističkih značajnih razlika između skupina u inicijalnom specifičnom predznanju iz matematike (F=1,120; t=-6,213; df=137; p=0,000) te postojanja jake i statistički značajne korelacije između rezultata učenika ostvarenih na inicijalnom i finalnom testu (r=0,763; p=0,000) u radu će se koristiti regresijska analiza.

Prije toga rezultati na postignutim testovima deskriptivno su obrađeni. Temeljem ispitivanja povezanosti varijabli (inicijalni i finalni sa varijablama SO, DO, SC, CD, zaključna ocjena) odlučit će se koji model moderacije ili moderirane medijacije će se koristiti.

Glavni zadatak regresijske analize je pokušaj predikcije rezultata kriterija (zavisne varijable, a koja je u ovom radu postignuće na finalnom testu) na osnovu rezultata dobivenih na relevantnim prediktorima (koji je u ovom slučaju inicijalni test). Glavna pretpostavka za provođenje ove analize je postojanje značajne korelacije između varijabla. Rezultati preliminarne analize nisu pokazali povezanost odnosa nastavnika i učenika s predznanjem, tj. rezultatima na inicijalnom testu, iako su pokazali postojanje značajne negativne povezanosti s rezultatima na finalnom testu (sa zavisnom varijablom). Zbog toga, nijedna od varijabli nije se uključila u regresijsku analizu kao medijator/moderator, ali su varijable SO i DO uključene kao kovarijate (Tablica 25).

Tablica 25 Rezultati testiranja povezanosti varijabli prema Learyjevom modelu interakcije nastavnik-učenik s testovima

VARIJABLA	DO	SO	SC	CD
INICIJALNI	-0,073	-0,023	0,043	0,072
FINALNI	**-0,225****	**-0,190***	0,060	0,135

**Korelacija je značajna na razini 0,05; ** Korelacija je značajna na razini 0,01.*

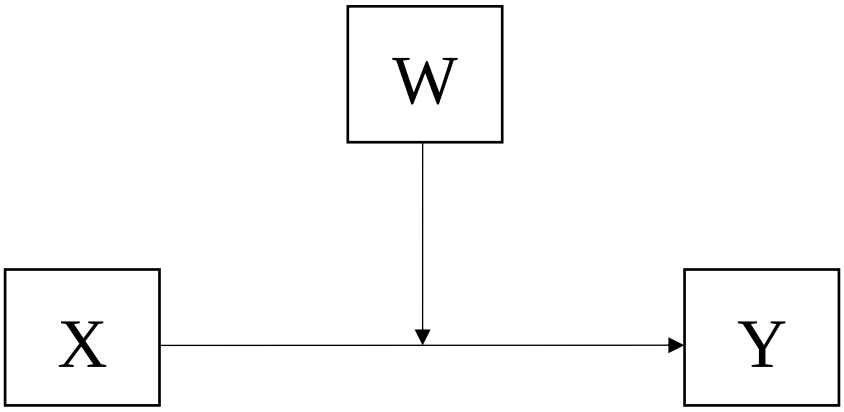
Ispitana je i povezanost varijable zaključne ocjene s varijablama inicijalno specifično matematičko predznanje (rezultati na inicijalnom testu) i pokazala se značajnom (r=0,605; p=0,000), kao i povezanost s rezultatima na finalnom testu (r=0,653; p=0,000) zbog čega će se uključiti u model također kao kovarijata.

Sukladno navedenom, odlučuje se za korištenje moderatorske regresijske analize. Moderatorska regresijska analiza koristi se kada se želi ispitati mijenja li se povezanost neke dvije varijable uvođenjem treće (moderatora) (Repišti, 2017), odnosno kada se želi ispitati kako se taj odnos mijenja na poduzorcima. Ova analiza koristi se i kada se želi postići što veća

metodološka čistoća u smislu što preciznijeg utvrđivanja veza između varijabli (kvazi-eksperimentu), odnosno radi postizanja što veće kontrole drugih varijabla u eksperimentu koje bi mogle „skrenuti“ rezultate u nekom smjeru i dovesti do pogreške u zaključivanju (Repišti, 2017), a što je u skladu s polazišnom postpozitivističkom paradigmom ovog istraživanja. Efekt ili učinak prediktorske varijable X na kriterijsku varijablu Y (zavisna varijabla) moderiran je (u interakciji) varijablom W u svojoj veličini, smjeru (predznakom) ili jakošću (Hayes, 2018). U ovom radu varijabla X je inicijalni test, varijabla W je varijabla skupina, a varijabla Y je finalni test. U navedenim terminima raspodjela u skupine, koja određuje izloženost dobivanju (učinkovitih) povratnih informacija, moderira utjecaj učeničkog predznanja na rezultate na finalnom testu. U ovom eksperimentu, dakle, identificiran je jedan dihotomni (pripadnost eksperimentalnoj ili kontrolnoj skupini) moderator. Navedeni model matematički se može prikazati u obliku jednadžbe jednostavnog linearnog modela

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 W + \beta_3 XW + e_y,$$

gdje su $\beta_i, i = 1,2,3$ beta-ponderi, varijabla XW umnožak prediktora i kriterija (interakcijska varijabla) i e_y pogreška. Konceptualni prikaz modela na kojem će se testirati hipoteze dan je u obliku dijagrama na slici M1.



Slika 31 Model 1 (Hayes, 2018; str. 584)

U skladu s navedenim, veličina učinka u ovom slučaju dobiva se preko koeficijenta multiple determinacije, odnosno R^2, a koji govori u kojoj mjeri je objašnjena varijanca kriterija na osnovu prediktora. Pomoću koeficijenta R^2 može se izračunati Cohenov f^2 (odnosno veličina učinka iz r porodice) formulom $f^2 = \frac{R^2}{1-R^2}$, a navedene veličine učinka mogu se staviti u odnos (Becker, 2000, prema Kolesarić, Tomašić Humer, 2016).

Podatci su obrađeni statističkim programima IBM SPPS (v. 22.0) te PROCESS (v.4.2).

3.8.2.Kvalitativna analiza podataka

Tijekom provedbe istraživanja svaka od pet nastavnica snimila je barem po tri nastavna sata u trajanju od 45 minuta. To znači da je snimljeno najmanje 15 nastavnih sati, u ukupnom trajanju od 635 minuta i 3 sekunde, a svaka od pet nastavnica snimila je između 119 i 148 minuta nastave. Konkretna distribucija količine snimljenog materijala u odnosu na nastavnice i njihovu pripadnost eksperimentalnoj (kontrolnoj) skupini dana je u sljedećoj tablici 26.

Tablica 26 Prikaz količine snimljene nastave na mikro i makro razini po nastavnicama

	K1 nastavnica	K2 nastavnica	E1 nastavnica	E2 nastavnica	E3 nastavnica
Količina snimljene nastave	119:45 min	119:15 min	147:07 min	129:42 min	119:14 min
	239 min		396:03 min		
Makro analiza	12:10 min	14:29 min	16:33 min		
Mikro analiza	2:47 min	6:14 min			

Za potrebe ovog istraživanja, od svake nastavnice odabran je po jedan snimljeni segment djelomično nasumično iz ukupnog postojećeg korpusa. U skladu s metodologijom, a onda i kvalitativnim istraživačkim pristupom, cilj nije bio identificirati reprezentativne primjere davanja (ne)učinkovite povratne informacije, nego odabrati „bogate“ nastavne situacije koje omogućuju dublje razumijevanje nastavnog procesa (interakcije, stil rada, komunikaciju), ali i koje pružaju potencijal za davanje učinkovitih povratnih informacija, neovisno o tome je li ono ostvareno ili ne. Budući da izdvojeni segmenti predstavljaju ograničene i kontekstualno specifične dijelove nastavne prakse, njihova je svrha prvenstveno ilustrativna i interpretativna, odnosno služe kao popratna analiza za produbljivanje razumijevanja istraživanog fenomena, a ne kao temelj za komparativne zaključke ili generalizacije.

Odabrani segmenti su različite duljine za svaku nastavnicu kako bi činili zaokruženu cjelinu (npr. cijeli uvodni dio, određenu aktivnost i sl.). Segmenti u kojima duljina trajanja značajno

odskače od ostatka najčešće je zbog tog jer zaokružena cjelina uključuje i samostalni rad učenika tijekom kojeg nema interakcije i sl.

Prije početka gustog opisivanja snimljene nastave videozapisi su jedanput puta pregledani kako bi se što bolje stekao uvid u nastavni proces i praksu nastavnika općenito, udubilo u nastavne sadržaje i ishode te u skladu s time inicijalno detektirala ključna problematika i situacije od značaja (Cresswell, 2012). Cjelokupni proces poslužio je kao način boljeg upoznavanja s podatcima s kojima se radi (Braun i Clarke, 2006). Dakle, moglo bi se reći da se koristi vrsta neprobabilističkog uzorkovanja, temeljenog na procjeni istraživača i na široko deduktivnim, a ne narativnim ili induktivnim kriterijima za odabir segmenta iz većeg korpusa video podataka (po uzoru na Friesen i Osguthrope (2017)).

Odabrani segmenti su opisani i analizirani na „makro“ razini (molarni pristup). Iz navedenog segmenta, posebno je izdvojena sekvenca određenog broja minuta za „mikro“ analizu (po uzoru na Friesen i Osguthrope, 2017), tj. molekularni pristup (Milas, 2009). Izdvojene sekvenca su transkribirane, a prikazuje konkretne pedagoške situacije i interakcije između nastavnika i učenika u kojima se pojavljuje potreba za povratnom informacijom te njezino davanje.

Prema Carspeckenu (1996, prema Cohen i sur., 2007) *detaljni opisi* uključuju bilježenje brojnih sastavnica kao što su: verbalna i neverbalna komunikacija, opise riječi kojima je teško utvrditi značenje, vrijeme i trajanje događaja/pojave, detaljne podatke o kontekstu itd. Fokus nije na usporedbi nego na razumijevanju značenja i dinamike interakcija unutar pojedinog konteksta.

4.REZULTATI

4.1.Kvantitativni rezultati

4.1.1.Deskriptivna analiza uzorka

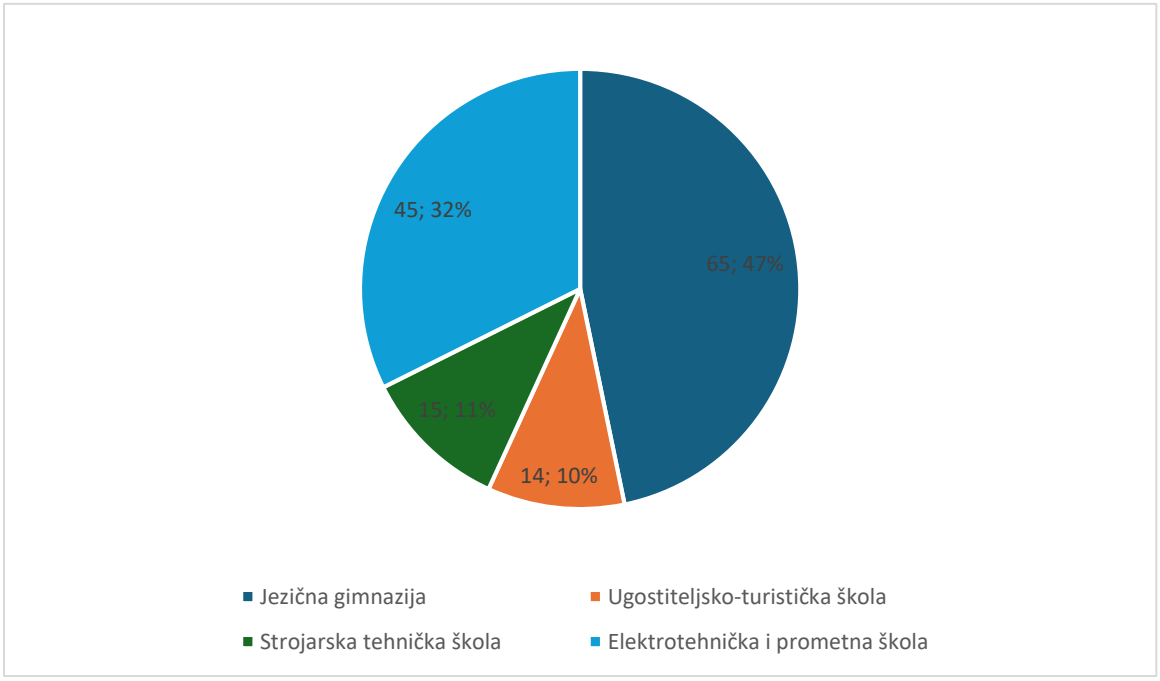
U kvazi-eksperimentu u potpunosti (u sve tri točke mjerenja) sudjelovalo je N=139 učenika, od čega je 65 učenika (46,76%) činilo kontrolnu skupinu, a eksperimentalnu skupinu 74 učenika (53,24%). U sljedećoj tablici može se vidjeti udio ispitanika obzirom na to koja im je nastavnica predavala. Unutar kontrolne skupine obje nastavnice imale su relativno ujednačen broj učenika. U eksperimentalnoj skupini najvećem dijelu učenika predavala je nastavnica E1, čak 60,8 %, dok su nastavnice E2 i E3 imale tek dvadesetak posto učenika. Ovakva raspodjela pokazuje neravnomjernu distribuciju ispitanika unutar eksperimentalne skupine.

Tablica 27 Distribucija ispitanika po skupinama

Informacije o ispitanicima	N(%)
Grupa	

Kontrolna	65 (46,76%)
Nastavnica K1	28 (43,1%)
Nastavnica K2	37 (56,9%)
Eksperimentalna	74 (53,24%)
Nastavnica E1	45 (60,8%)
Nastavnica E2	15 (20,3%)
Nastavnica E3	14 (18,9%)

Učenici koji su sudjelovali u istraživanju pohađali su ukupno četiri različite srednje škole iz Osijeka. Grafikon prikazuje raspodjelu učenika prema vrsti škole. Najveći udio ispitanika dolazi iz jezične gimnazije, koju pohađa 65 učenika (47 %), elektrotehničku i prometnu školu, iz koje dolazi 45 učenika (32 %), dok su strojarska tehnička škola i ugostiteljsko-turistička škola zastupljene u najmanjem udjelu, s 15 (11 %), odnosno 14 učenika (10 %). Rezultati ukazuju na dominantnu zastupljenost učenika iz gimnazijskog i elektrotehničkog obrazovnog usmjerenja u uzorku.

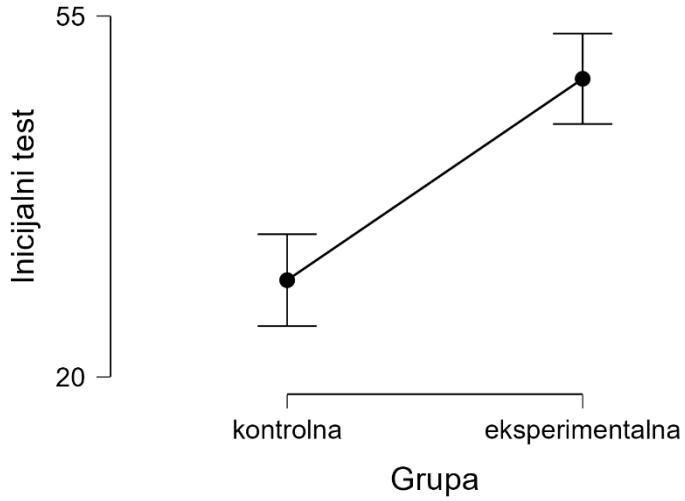


Slika 32. Distribucija ispitanika po školama

4.1.2.Analiza rezultata na testovima

4.1.2.1.Analiza rezultata na inicijalnom testu

Deskriptivna analiza riješenosti inicijalnog testiranja što je zamjenska varijabla predtestiranja u kvazi-eksperimentalnom nacrtu pokazuje ispodprosječnu uspješnost ispitanika. Prosječan rezultat iznosio je M = 39,78%, što znači da je ispit bio srednje težak (Cohen i sur., 2007), uz relativno visoku standardnu devijaciju (SD = 20,86), što upućuje na značajnu varijabilnost u postignućima učenika. Raspon rezultata kretao se od minimalnih 1,64% do maksimalnih 93,44% riješenosti, što pokazuje veliku razliku u razini početnog znanja među ispitanicima. Velika standardna devijacija i širok raspon rezultata upućuju na izraženu heterogenost učenika, odnosno velike individualne razlike u početnom specifičnom predznanju što ukazuje da skupine potencijalno nisu početno ujednačene prema specifičnom matematičkom predznanju, a što je česta pojava u kvazi-eksperimentalnim istraživanjima gdje nema potpune randomizacije. Obzirom na to, potrebno je bilo ispitati je li ta razlika statistički značajna i je li ona postojana između eksperimentalne i kontrolne skupine. Za te potrebe korišten je t-test kojim se utvrdilo postojanje značajne razlike između skupina po varijabli inicijalnog testa ($F=1,120$; $t=-6,213$; $df=137$; $p<0,001$). Učenici kontrolne skupine imali su značajno niži rezultat na inicijalnom testu s prosječnim rezultatom M=29,38% (SD=17,983), u odnosu na učenike eksperimentalne skupine čiji je prosječni rezultat bio M=48,91% (SD=18,930). Navedeni rezultat je metodološki značajan jer implicira da razlike na finalnom testu ne mogu biti interpretirane bez uvažavanja početnih razlika među skupinama.



Slika 33. Grafički prikaz inicijalnih rezultata pokazuje razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine na početnom mjerenju.

Deskriptivna analiza riješenosti inicijalnog testa po zadatcima pokazuje varijacije u uspješnosti ispitanika ovisno o zadatku na ispitu. Najveća prosječna riješenost zabilježena je na zadatku Ib (M = 94%; SD = 0,110) i I4a (M = 92,5%; SD = 0,484). S druge strane, najniža prosječna riješenost ostvarena je na zadatcima I3 (M = 17,5%; SD = 0,539), I8 (M = 18,4%; SD = 0,534) i I9c (M=14,9%; SD=1,216), što ukazuje na veću težinu tih zadataka za ispitanike s riješenosti manjom od 20%. Riješenost na ostalim zadatcima varirala je između 24,7% i 69,8% te su bili srednje teški. Deskriptivna statistika riješenosti po svim zadatcima inicijalnog testa prikazana je u Tablici 28.

Tablica 28 Deskriptivna statistika po zadatcima inicijalnog testa

	I1a	I1b	I1c	I2	I3	I4a	I4b	I5	I6	I7	I8	I9a	I9b	I9c
M	1.396	0.475	0.881	0.989	0.263	1.849	1.450	0.396	0.799	0.813	0.367	0.960	0.892	0.597
SD	0.767	0.110	0.601	1.086	0.539	0.484	1.508	0.624	0.411	0.869	0.534	0.856	0.872	1.216
Min	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Max	2.000	0.500	1.500	4.000	1.500	2.000	4.000	1.500	1.500	2.000	2.000	2.000	2.000	4.000

Iz tablice deskriptivne statistike po zadatcima inicijalnog testa mogu se uočiti određeni zadatci s visokim standardnim devijacijama, npr. I4b (SD = 1,508), što sugerira velike individualne razlike u uspješnosti rješavanja tog zadatka. Zbog toga, ispitat će se na kojim zadatcima postoje statistički značajne razlike između skupina.

Provedbom t-testa utvrdilo se postojanje značajne razlike u riješenosti između skupina na zadatcima I1a, I2, I4b, I5, I7, I8, I9a, I9b i I9c, rezultati su dani Tablici 29.

Tablica 29 Razlike između skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test)

	t	**df**	**p**	
Inicijalni1a	-3.761	137	< **.001**	[a]
Inicijalni1b	0.211	137	0.833	
Inicijalni1c	-0.929	137	0.355	

Tablica 29 Razlike između skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test)

	t	df	p	
Inicijalni2	-4.380	137	< **.001**	[a]
Inicijalni3	-0.021	137	0.983	
Inicijalni4a	-1.474	137	0.143	
Inicijalni4b	-5.564	137	< **.001**	[a]
Inicijalni5	-2.855	137	0.005	[a]
Inicijalni6	-0.994	137	0.322	[a]
Inicijalni7	-5.192	137	< **.001**	[a]
Inicijalni8	-3.068	137	0.003	[a]
Inicijalni9a	-3.164	137	0.002	
Inicijalni9b	-4.588	137	< **.001**	
Inicijalni9c	-4.107	137	< **.001**	[a]

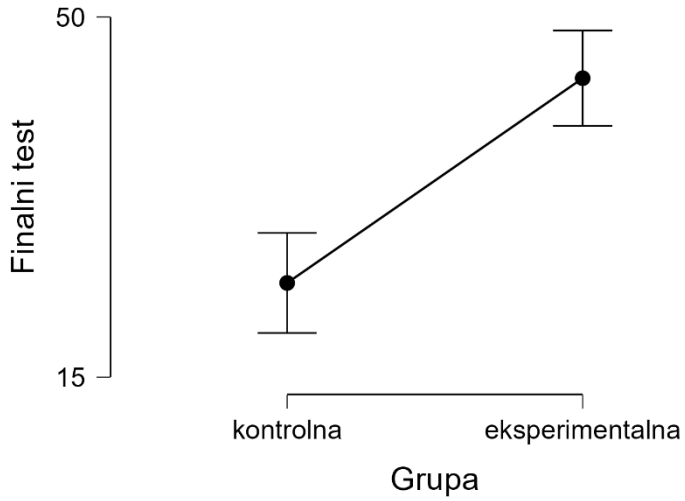
Note. Student's t-test.

[a] Brown-Forsythe test is significant (p < .05), suggesting a violation of the equal variance assumption

4.1.2.2.Analiza rezultata na finalnom testu

Deskriptivna analiza riješenosti finalnog testa što je kriterijska varijabla u istraživanju pokazala je nižu riješenost u odnosu na inicijalni test s prosječnom riješenosti od M=34,747% (SD=22,120), što upućuje da je finalni test za ispitanike bio teži u odnosu na inicijalni. Relativno visoka standardna devijacija upućuje na značajnu varijabilnost u uspješnosti na finalnom testu između učenika, a riješenost na finalnom testu varirala je između 0% i 89,6%. Obzirom na to, proveden je t-test između eksperimentalne i kontrolne skupine. Učenici kontrolne skupine ostvarili su značajno niži rezultat na finalnom testu (M=24,16%, SD=19,16;

uz F=0,117; t=-5,905; df=137; p<0,001) u odnosu na učenike eksperimentalne skupine (M=44,05%; SD=20,004). Unatoč težem finalnom ispitu, eksperimentalna skupina zadržava prednost u odnosu na kontrolnu, što je vidljivo i iz vizualnog prikaza. Distribucija rezultata eksperimentalne skupine ponovno je pomaknuta prema višim vrijednostima, dok kontrolna skupina zadržava nižu razinu postignuća, kao i na inicijalnom testu.



Slika 34. Grafički prikaz rezultata na finalnom testu pokazuje razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine

Budući da su skupine već na inicijalnom testu bile značajno različite (prijetnje unutarnjoj valjanosti), razlike na finalnom testu ne mogu se jednoznačno pripisati isključivo eksperimentalnoj intervenciji. Grafovi zajedno sugeriraju da dio razlika na završnom mjerenju može biti posljedica početne prednosti eksperimentalne skupine, a ne samo učinka primijenjenog programa. Zbog toga, da bi se procijenio izravniji učinak intervencije (uz to što inicijalni i finalni test nisu istovjetni) potrebno je koristiti odgovarajuće statističke metode koje kontroliraju inicijalne razlike, odnosno moderatorsku regresijsku analizu.

Deskriptivna analiza riješenosti finalnog testa po zadatcima pokazuje varijacije u uspješnosti ispitanika ovisno o zadatku na ispitu. Najveća prosječna riješenost zabilježena je na F5 zadatku (M = 70,9%; SD = 0,913), što znači da se nijedan zadatak na ovom testu nije pokazao kao prelagan. Najniža prosječna riješenost ostvarena je na zadatcima F4a (M = 12,6%; SD = 0,571), F7b (M = 16,1%; SD = 0,638) i F9 (M=8,5%; SD=0,537), što ukazuje na veću težinu tih zadataka za ispitanike s riješenosti manjom od 20%. Riješenost na ostalim zadatcima varirala je između 21,7% i 54,3% te su bili srednje teški. Deskriptivna statistika riješenosti po svim zadatcima finalnog testa prikazana je u Tablici 30.

Tablica 30 Deskriptivna statistika po zadatcima finalnog testa

	F1	F2	F3	F4a	F4b	F5	F6	F7a	F7b	F8	F9	F10	F11	F12	F13
M	0.230	0.478	0.752	0.254	1.094	2.126	0.705	0.227	0.406	0.435	0.169	2.108	0.960	2.356	1.083
SD	0.422	0.613	0.679	0.571	0.941	0.913	0.821	0.382	0.638	0.704	0.537	1.689	1.134	1.897	1.659
Min	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Max	1.000	1.500	1.500	2.000	2.000	3.000	2.000	1.000	2.000	2.000	2.000	5.000	3.000	5.000	5.000

Dodatna analiza finalnog ispita po zadatcima pokazala je da su se učenici eksperimentalne i kontrolne skupine značajno razlikovali u uspješnosti rješavanja u 8 od 15 zadataka. Detaljan prikaz po zadatcima dan je u sljedećoj tablici.

Tablica 31 Usporedba skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test)

	t	df	p	
Finalni1	-3.776	137	< **.001**	[a]
Finalni2	-1.844	137	0.067	[a]
Finalni3	-6.528	137	< **.001**	
Finalni4a	-3.494	136	< **.001**	[a]
Finalni4b	-4.909	136	< **.001**	
Finalni5	-2.402	137	0.018	
Finalni6	-0.584	137	0.560	
Finalni7a	-2.605	137	0.010	[a]
Finalni7b	-0.928	136	0.355	
Finalni8	0.411	137	0.682	
Finalni9	-1.588	137	0.114	

Tablica 31 Usporedba skupina prema zadatcima inicijalnog testa (t-test)

	t	df	p	
Finalni10	-4.453	137	< **.001**	
Finalni11	-4.372	137	< **.001**	[a]
Finalni12	-6.108	137	< **.001**	
Finalni13	-3.446	137	< **.001**	[a]

[a] Brown-Forsythe test is significant (p < .05), suggesting a violation of the equal variance assumption

4.1.3.Moderatorska regresijska analiza

Kao što je prethodno rečeno, zbog značajne početne neujednačenosti ispitanika na inicijalnom testiranju te različitog mjernog instrumenta na početnom i finalnom testiranju, u daljnjoj analizi i ispitivanju učinka intervencije potrebno je koristiti regresijsku analizu. Ipak, pritom treba biti zadovoljena pretpostavka značajne povezanosti nezavisne i kriterijske varijable. Rezultati Pearsonove korelacije pokazuju snažnu i statistički značajnu pozitivnu povezanost između rezultata na inicijalnom i finalnom testu ($r = 0,763$; $p < 0,001$). To znači da učenici koji su postigli više rezultate na inicijalnom testu u pravilu postižu više rezultate i na finalnom testu. Visoki koeficijent korelacije sugerira stabilnost postignuća kroz vrijeme i snažan utjecaj početnog znanja na konačni uspjeh.

U metodologiji istraživanja identificirane su 2 parazitarne varijable koje bi mogle imati utjecaj na rezultat na finalnom testu, a to su opće matematičko znanje koje predstavlja varijabla zaključne ocjene u prethodnom razredu iz nastavnog predmeta matematike te percepcija odnosa s nastavnikom koje je operacionalizirano sa 4 varijable SO, DO, SC, CD. Budući da rezultati preliminarne analize nisu pokazali povezanost odnosa nastavnika i učenika sa specifičnim predznanjem, tj. rezultatima na inicijalnom testu one se neće uzeti u obzir kao potencijalni moderator/medijator (vidi: Tablica 25). Ipak, budući da se pokazalo postojanje značajne (negativne) povezanosti percepcije određenih komponenti interpersonalnog ponašanja nastavnika (DO – r = -0,225**, SO – r = -0,190*) s rezultatima na finalnom testu, navedene varijable će se uključiti u model kao kovarijable. Povezanost varijable zaključne ocjene s varijablama rezultata na inicijalnom i finalnom testu pokazala se značajnom (r_I=0,605**; r_F=0,653**) zbog čega će se također uključiti u model kao varijabla koju će se kontrolirati, tj. kovarijabla.

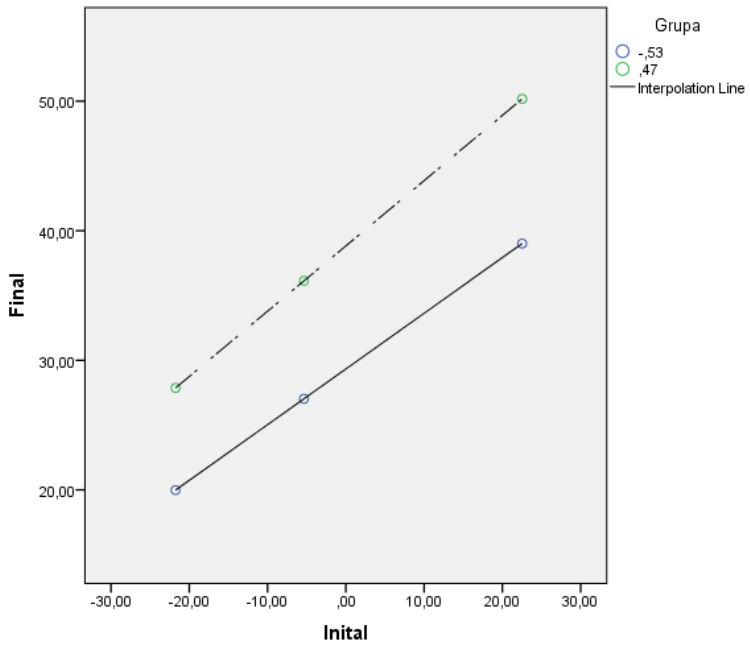
Sukladno navedenom koristi se moderatorska regresijske analiza, model 1 prema Hayesu (2018). Varijabla X predstavlja rezultata učenika na inicijalnom testu, varijabla W označava pripadnost skupini, a varijabla Y je učenički rezultat ostvaren na finalnom testu. U navedenim terminima pripadnost skupini (koja određuje izloženost dobivanju (učinkovitih) povratnih informacija) moderira utjecaj učeničkog predznanja na rezultate na finalnom testu. Ovim modelom testirat će se sve tri hipoteze istovremeno.

Model objašnjava 69,4% varijance u kriterijskoj varijabli što je vrlo visoka objašnjenost. Cijeli model je statistički značajan ($p < .001$), što znači da skup prediktora značajno predviđa finalni rezultat. Rezultat na inicijalnom testu snažan i značajan pozitivan prediktor finalnog testa - što je veći rezultat na inicijalnom testu, to je veći rezultat na finalnom testu, uz kontrolu ostalih varijabli. Grupa ima značajan glavni efekt na finalni test (Grupa → Final, b=9.45**, p<.001), što znači da se grupe međusobno značajno razlikuju u finalnom testu. Konkretno, sudionici eksperimentalne skupine imaju u prosjeku oko 9,5 bodova veći rezultat na finalnom testu od inicijalne. Ključni dio je ispitivanja značajnosti moderacije, odnosno interakcije varijable inicijalni test i grupe. Interakcija se nije pokazala statistički značajnom ($p>0.05$) što znači da grupa ne moderira odnos između rezultata na inicijalnom i finalnom testu.

Tablica 32 Rezultati regresijske analize učinka tretmana i kovarijata

	b	SE	t	Donja granica	Gornja granica
Konstanta	23.37**	7.64	3.06	8.256	38.476
Inicijalni	0.47**	0.08	6.08	0.317	0.622
Grupa	9.50**	2.56	3.71	4.437	14.560
Inicijalni x Grupa	0.07	0.12	0.62	-0.163	0.310
Zaključna ocjena	8.42**	1.57	5.35	5.303	11.528
SO	-4.16	3.75	-1.11	-11.584	3.260
DO	-3.23	2.60	-1.24	-8.375	1.910
R^2	0.6943				
F(6, 132)	49.95**				

Odnosno veza između početnog i završnog rezultata je slična u obje skupine, a nagib regresije je gotovo isti (paralelni) za obje skupine (vidi sliku 35.).



Slika 35. Nagib regresije

Kovarijable koje se odnose na percepciju odnosa učenika s nastavnikom SO (p=.2693) i DO (p=.2158) ne doprinose značajno rezultata na finalnom testu u ovom modelu. S druge strane kovarijabla zaključna ocjena (iz prethodnog razreda) je značajan i snažan pozitivan prediktor (b=8.42**).

Približna jednadžba modela izgledala bi ovako,

$$Y\ (\text{Učeničko postignuće}) = \mathbf{23{,}37} + \mathbf{0{,}47} \cdot X\ (\text{Predznanje učenika}) + \mathbf{9{,}50} \cdot (\text{Grupa}) + 0{,}07 \cdot (\text{Predznanje} \times \text{Grupa}) + \mathbf{8{,}42} \cdot (\text{Opće matematičko znanje}) - 4{,}16 \cdot (\text{SO}) - 3{,}23 \cdot (\text{DO}).$$

Međutim, budući da interakcija nije značajna, interpretacija se fokusira isključivo na glavne efekte. Sukladno tome, hipoteza H1 se odbacuje, tj. ne može se potvrditi da davanje učinkovitih povratnih informacija statistički značajno utječe na postignuća u nastavi matematike.

Nadalje, obzirom da interakcija Inicijalni test x Grupa nije statistički značajna te da su ΔR^2=.0009 i b= 0.07 zanemarivi i vrlo mali odbacuje se i hipoteza H2. Budući da nije potvrđeno da izloženost davanju učinkovitih povratnih moderira utjecaj razine specifičnog matematičkog predznanja učenika na učenička postignuća te da učinkovita povratna informacija je podjednako učinkovita za učenike s niskim, srednjim i visokim predznanjem, odbacuju se teze H2.1 i H2.2.

Percepcija odnosa s nastavnikom prije tretmana po dvije varijable koje su se pokazale značajno povezane s rezultatom na finalnom testu, SO i DO, nisu statistički značajni prediktori učeničkog postignuća u postavljenom modelu. Dakle, lošiji odnos prije tretmana ne implicira nužno lošija

postignuća na finalnom testu. Ipak za testiranje hipoteze H3 koristit će se model 1 (Hayes, 2018), kojem će kriterijska varijabla biti rezultat na finalnom testu, prediktor varijable odnosa (SO ili DO), moderator pripadnost grupi, a kao kovarijable će se uzeti rezultat inicijalnog testiranja, zaključna ocjena iz prethodnog razreda te varijabla odnosa (SO ili DO).

Prvi model koji će se ispitati je sljedeći:

$$Y\ (Učeničko\ postignuća) = \beta_0 + \beta_1 X(SO) + \beta_2 W(Grupa) + \beta_3 XW(SOxGrupa) + e_y,$$

Model je statistički značajan, F(6,132) = 50.18, p < ,001 i objašnjava 69,5% varijance završnog rezultata. Značajnim su se pokazale samo varijabla grupa (b=9.46**), zaključna ocjena (b=8.36**) te rezultat na inicijalnom testu (b=0.46). Konstanta, SO, interakcija SOxGrupa i DO nisu statistički značajni (p>0.05), što ukazuje da intervencija, tj. učinkovita povratna informacija ne moderira utjecaj percepcije submisivno-opozicijskog odnosa na završni rezultat.

Sličan rezultat dobiven je ispitivanjem drugog modela:

$$Y\ (Učeničko\ postignuća) = \beta_0 + \beta_1 X(DO) + \beta_2 W(Grupa) + \beta_3 XW(DOxGrupa) + e_y.$$

Model je statistički značajan, F(6,132) = 50.32, p < ,001 i objašnjava 69,6% varijance završnog rezultata. Značajnim su se pokazale varijable grupa (b=9.26**), zaključna ocjena (b=8.18**), te rezultat na inicijalom testu (b=0.48**), dok su konstanta, DO, SO i interakcije varijable DO i grupe neznačajne (p>0.05). Budući da se interakcija nije pokazala značajnom to znači da intervencija, tj. učinkovita povratna informacija ne moderira utjecaj percepcije dominantno-opozicijskog odnosa na završni rezultat. Temeljem rezultata u prethodne dvije analize odbacuje se hipoteza H3.1.

Budući da se nijedna od varijabli koja definira pozitivnu percepciju odnosa s nastavnikom nije pokazala statistički značajnom za model, odbacuje se i hipoteza H3.2. te u konačnici i hipoteza H3.

4.2.Kvalitativni rezultati

4.2.1. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica K1

Snimka započinje s početkom novog nastavnog sata tipa obrade nastavne jedinice „Svođenje jednadžbi na kvadratnu“. Analizirani dio na makro razini u potpunosti pokriva uvodni dio sata u trajanju od 12 minuta i 10 sekundi.

Uvodni dio jasno je strukturiran i organiziran, a nastavnica ima potpunu kontrolu nad dinamikom i tijekom sata. Koristi se za tehničko-emocionalnu pripremu učenika, aktiviranje predznanja o linearnim i kvadratnim jednadžbama (isticanjem povezivanja prethodno naučenog

sadržaja s onim što će se raditi te transferom znanja) te motivaciju za učenje povezivanjem prethodnog i novog sadržaja.

Opuštena i podržavajuća atmosfera te pozitivno i emocionalno sigurno razredno ozračje uočava se kroz neformalnu komunikaciju, šale, učeničko iskazivanje i nastavničko prihvaćanje (negativnih) učeničkih reakcija i emocija vezanih uz nastavu bez osude te smanjenje formalne distance. Verbalnim i neverbalnim postupcima (npr. skretanjem pogleda, okretanjem prema ploči, pogledavanjem u vlastite bilješke) nastavnica ublažava pritisak na učenika pri davanju odgovora, a postavljanjem potpitanja i uključivanjem drugih učenika potiče suradničko učenje i smanjuje strah od pogreške. Usmjerenost na proces učenja, a ne na kažnjavanje očituje se u situaciji kada nastavnica učenicima koji nisu pripremili radne listove za nastavni sat (bez prijekora) daje vlastite primjerke. Tijekom individualnog rada učenici su se uglavnom međusobno konzultirali, a nastavnica ih nije za to opominjala, što dodatno upućuje na opuštenu atmosferu i prihvaćanje suradničkog učenja, iako aktivnost nije formalno strukturirana kao takva. Iako učenici uglavnom u promatranim situacijama ne pokazuju strah od nastavnice, uočen je trenutak impulzivnog povlačenja odgovora nakon naznake pogreške, što može upućivati na osjetljivost na evaluaciju. Navedena situacija detaljnije je analizirana u sljedećem potpoglavlju Rezultati i interpretacija na mikro razini.

Analizirani dio sata ima jasnu kognitivnu strukturu te vlada usmjerenost na sadržaj i konceptualno povezivanje sadržaja, što se očituje u kontinuiranom oslanjanju i povezivanju aktivnosti zapisima na ploči.

U početku analiziranog segmenta prevladava frontalni oblik rada kroz vođeni razgovor, a kasnije su učenici imali aktivnost koja je uključivala individualni rad u trajanju od 3 minute i 7 sekundi. U analiziranom isječku nastavnica dominantno koristi verbalne metode rada, najčešće usmeno izlaganje i metodu dijaloga. U isječku nastavnica dominira u govoru (više od 6 minuta), dok ukupni učenički govor (individualni i grupni) iznosi 56 sekundi. Preostalo vrijeme je provedeno u samostalnom radu (bez govora). Veliki udio nastavničkog govora upućuje na nastavnicu kao glavnog nositelja u procesu učenja i poučavanja, dok su učenici u većoj mjeri u receptivnoj ulozi.

Interakcija se dominantno ostvaruje putem pitanja, često bez ostavljenog vremena za odgovor, pri čemu dio pitanja (npr. „Dobro?“, „U redu?“) ima retoričku funkciju i sugerira provjeru slaganja, a ne razumijevanja. Iako se povremeno ostavlja vrijeme za odgovor (uključujući tri dulja čekanja od 10, 11 i 18 sekundi), komunikacija je često neverbalna (kimanje glave) i pretežno strukturirana obrascem pitanje – kratko čekanje – (ne)odobravanje, što upućuje na jednosmjernu i evaluacijsku interakciju. Nastavnica se uglavnom ne kreće kroz razred nego

stoji ispred katedre, piše na ploču ili pokazuje na platno što se može interpretirati kao održavanje određene distance, ali i nedovoljne pristupačnosti.

Promatrano kroz Wubbelsov model interpersonalnog ponašanja nastavnika, uočava se dominantno prijateljsko (CD) uz elemente liderskog ponašanja (DC). Nastavnica ostvaruje visoku razinu bliskosti i podrške uz istovremeno zadržavanje strukture i vođenja nastavnog procesa. Takav stil može se opisati kao tolerantno-autoritativni, koji se u literaturi povezuje s pozitivnom razrednom klimom i učeničkom angažiranošću.

U početku nastavnica nastoji uključiti veći broj učenika izravnim prozivanjem, neovisno o njihovom dobrovoljnom javljanju, što se u pedagoškoj literaturi može interpretirati kao potencijalno netaktično, ali i kao situacijski uvjetovana odluka čiju je opravdanost teško jednoznačno procijeniti (Green, 2009, prema Friesen i Osguthorpe, 2017). Takvi postupci mogu proizlaziti iz procjene nastavnice o mogućnostima i angažmanu učenika, kao i potrebe održavanja radne dinamike. Friesen i Osguthorpe (2017) smatraju da čak ni najpažljivije promišljanje učenika ili nastavnika nakon takve interakcije ne može razriješiti pitanje je li odgovarajuća akcija bila nedvojbeno „taktična“ i korisna za dobrobit učenika, trenutno i/ili dugoročno. Vremenskim odmicanjem sata vidljiv je i porast komunikacije uglavnom s jednim učenikom, dok se pri kraju odgovori sve češće daju kolektivno, bez negativne reakcije nastavnice. To se može tumačiti kao zadržavanje očekivanja nastavnice da će učenici uspjeti (barem kolektivno) (Friesen i Osguthorpe, 2017). Uzmicanje nastavnika pred postavljenim ciljevima poučavanja i ishodima učenja radi procijenjene dobrobiti učenika, Muth (1962) naziva prirodnim djelovanjem nastavnika.

4.2.2. Rezultati i interpretacija na mikro razini – nastavnica K1

Za mikroanalizu uzet će se segment analize rješenja aktivnosti s radnog listića u ukupnom trajanju od 2 minute i 47 sekundi.

- Nastavnica: „Jeste uspjeli prepoznat'?“ [Gleda u jednu učenicu.]
- Katarina: „Valjda.“
- Nastavnica: „Valjda.“ [Kima glavom.] „Kad govorimo o linearnoj jednadžbi, jel' prepoznajete koje su to linearne? Koja bi to bila linearna, Lara? [Učenica ne odgovara 6 sekundi pa nastavnica ponovo postavlja pitanje] Jesi otkrila, gdje se, gdje nam je linearna?“
- Lara: „Deset.“

- Nastavnica: „Deset, dobro.“ [Klima glavom potvrdno.] Koja bi još bila linearna? [Nastavnica upućuje pogled prema drugom dijelu razreda. Učenica Katarina je podigla ruku i nastavnica ju proziva.] Katarina?“
- Katarina: „Četvrta.“
- Nastavnica: „Če, četvrta?“ [Nastavnica započinje odobravanjem, no nakon pogleda prema projiciranom odgovoru mijenja potvrdno ponavljanje odgovora u ponavljanje prijedloga u obliku pitanja. Učenica se ubacuje i brzo govori.]
- Katarina: „Ne, ne, ne, ne.“ [Nastavnica se približava platnu i prstom pokazuje u tu jednadžbu te je čita.]
- Nastavnica: „Iks na četvrtu minus jedna…“
- Katarina [prekida nastavnicu]: „Aha, onda nije.“
- Nastavnica: „Koja je?“ [Svraća pogled s Katarine i prebacuje na učenika Antonija.]
- Katarina: „Šesta.“
- Nastavnica [potvrdno]: „Šesta. Znači, šesta i deseta linearne. Jel' biste njih znali riješit'? [Više učenika verbalno ili neverbalno klimanje glave potvrđuje]. Kad gledamo ovu desetu, što ovu desetu je uistinu, osnovno. Ovdje se riješimo zagrada. Nepoznanice jedno, brojeve koji su nam poznati na drugu stranu to je jasno. [Tijekom objašnjavanja kako se rješava pogled je upućen učeniku Antoniju koji potvrđuje kimanjem glave]. Dobro. Jel' prepoznajete možda i kvadratne? Koje bi to bile, Petra?“
- Petra [brzo odgovara]: „Prva.“
- Nastavnica [Ponavlja odgovor u obliku sumnjičavog pitanja.]: „Prva?! Iks na četvrtu?“. [Dio učenika negoduje kimanje glava.]
- Petra: „Osma.“
- Nastavnica: „Osma. Dobro.“
- Učenica 1: „Treća.“
- Nastavnica: „Treća? Tako je. Osma i treća. Znači osma i treća, kvadratne. Jel' biste njih znali riješit'?“. [Više učenika verbalno ili neverbalno klimanje glave potvrđuje, a pogled nastavnice je upućen ka učeniku Antoniju.]
- Nastavnica: „Koja je ova treća $x^2 = x$? Kako bismo nju riješili?“
- Više učenika [govore u glas]: „Korjenovanje, korjenujemo.“
- Nastavnica: „Oooo, ne. [nakon 5 sekundi] Onda biste dobili s druge korijen iz x. Što nam treba kad smo sad pisali kvadratnu jednadžbu bit na drugoj strani?“
- Antonio: „Nula.“

- Nastavnica: „Jednako nula. Znači iks prebacimo na drugu stranu, dobili smo onda nepotpunu, i kak' smo rekli onda?“
- Učenica 2: „Izlučimo…“ [Nastavnica prekida.]
- Nastavnica: „Izlučimo iks, dobro. Jel' bi to išlo?“ [Učenici potvrđuju glavom.] Dobro. E sad, jednadžbe višeg stupnja, što bi nama sad značilo jednadžbe višeg stupnja? [Nastavnica postavlja pitanje, ne gleda u učenike, premeće papire po stolu. Nakon pauze od 1 sekunde nastavlja dalje govoriti.] Ako smo rekli da smo do sada napravili jednadžbu prvog stupnja i drugog stupnja [pogled ka učeniku Antoniju], onda ste iz ove skupine jednadžbi prepoznali, ja se nadam, one koje su više od dva. Znači u ovom smo prezentirali još trećeg i…“ [Pogled upućen kao učeniku Antoniju.]
- Antonio: „Četvrtog.“
- Nastavnica: „Četvrtog. Koje bi to bile jednadžbe trećeg ili više stupnja?“
- Više učenika [govore u glas]: „Prva, četvrta, peta, sedma, jedanaesta. [Nastavnica ne gleda ni u kojeg učenika posebno, nego prati predložene odgovore na platnu, ponavlja za učenicima potvrdno.]
- Nastavnica: „E tako. I onda ono što nam ostane, a ostane nam druga i deveta, to bi bile jednadžbe u kojima se nepoznanica krije pod drugim korijenom.“ [Nastavnica ponavlja te odgovore za učenicima koji ih govore u glas.]

Nastavnica ne koristi pohvale, pokude ni (povratne) informacije usmjerene na osobnu razinu. Dane povratne informacije su uglavnom kratke verifikacijske informacije (KR), informacije koje daju točan odgovor (KCR) i usmjerene su na zadatak (npr. „Tako je.“, „Oooo, ne“). Kod netočnih odgovora nastavnica reagira ponavljanjem odgovora u obliku sumnjičavog pitanja (npr., „Prva?“, „Četvrta?“), čime se ukazuje učeniku da je odgovor netočan.

Brzo odbacivanje vlastitog odgovora, kao reakcija učenice koja se dobrovoljno javila, na sumnjičavo propitivanje točnosti odgovora, može upućivati na osjetljivost na pogrešku i evaluaciju. Moguće je da učenica doživljava pogrešku kao nešto što treba brzo „ispraviti“ ili povući. S obzirom na nastavak aktivnog sudjelovanja (iako nastavnica to ne očekuje), takva se reakcija ne interpretira kao strah od nastavnice, već kao nelagoda vezana uz pogrešku ili visoku usmjerenost na točnost.

Pedagoški takt očituje se u neutralnim reakcijama na pogreške, ostavljanju vremena i prostora za samoispravljanje, izbjegavanju javne kritike i toleriranju međusobnog konzultiranja učenika. Izbjegavanje poistovjećivanja učenika s neuspjehom, tj. prakticiranjem pedagoške distance (od ostvarenosti ishoda) od presudne je važnosti (Muth, 1962) za samopouzdanje učenika i

pozitivne stavove prema učenju i predmetu. Reakcija na netočan odgovor u obliku sumnjičavog ponavljanja („Prva?“, „Četvrta?“) ukazuje na suptilno signaliziranje pogreške bez direktne kritike. Nastavnica ponekad ostaje pedagoški suzdržana, odnosno ne intervenira, čime uspostavlja ravnotežu između pomoći nastavnika i moguće samopomoći djeteta (Muth, 1962). Uravnoteživanje intervencije i suzdržanosti središnji je izazov za taktičnog nastavnika, pri čemu nije moguće jednoznačno procijeniti njegovu optimalnost (Muth, 1962; Friesen i Osguthorpe, 2017). Navedeno upućuje na kontroliran i emocionalno nenametljiv stil nastavnice.

U analiziranom segmentu izostala je eksplicitna podrška u obliku učinkovite povratne informacije. Pogreška se ne koristi kao prilika za učenje, ne analizira se/elaborira zašto je odgovor pogrešan, ne daje se konstruktivna, deskriptivna ili elaborirana povratna informacija (EF) na višim razinama.

Uočena razlika u pristupu pogreškama može upućivati na diferenciranje sadržaja prema njegovoj važnosti za daljnji tijek sata. Pogreške vezane uz sadržaj iz prethodnog razreda (linearne jednadžbe) rješavaju se kratkom verifikacijom, dok se kod recentno obrađenog sadržaja (kvadratne jednadžbe) koristi detaljnije vođenje i usmjeravanje učenika (davanjem smjernica i postavljanjem potpitanja). Takva odluka može biti uvjetovan vremenskim ograničenjima uvodne aktivnosti i opasnosti od potencijalne odgode realizacije ciljeva i ishoda, ali i procjenom relevantnosti sadržaja za razumijevanje novog gradiva. Ipak, u kontekstu uočenih praznina u predznanju, otvara se pitanje prilagodbe tempa i sadržaja sata stvarnim učeničkim potrebama i te prostora za veću diferencijaciju i responzivnost nastave. U takvim situacijama donošenja brzih pedagoških odluka očituje se pedagoški takt, koji ne nudi jednoznačne kriterije ispravnosti niti jamči optimalan ishod, već predstavlja situacijski utemeljeno prosuđivanje usmjereno na dobrobit učenika (Friesen i Osguthorpe, 2017).

4.2.3. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica K2

Odabrani dio videozapisa obuhvaća segment glavnog dijela prvog nastavnog sata obrade nastavne jedinice „Bikvadratne jednadžbe“. Snimka započinje nakon što je riješen pokazni primjer i uključuje individualni rad učenika na zadatku, nastavničku analizu rješenja te aktivnost formativnog vrednovanja. Ukupno trajanje analiziranog segmenta iznosi 14 minuta i 29 sekundi.

Nastavnica organizira proces vođene primjene tako da učenicima zadaje zadatak za samostalno rješavanje, pritom zadržavajući prethodno riješeni primjer na ploči kao ogledni primjer. Nadalje, nastavnica upravlja tijekom aktivnosti određivanjem tempa rada, izborom učeničkog uratka za analizu te interpretiranjem rezultata formativnog vrednovanja na razrednoj razini.

Takva organizacija upućuje na dominantnu ulogu nastavnice u upravljanju učenjem, što je u kontekstu usvajanja novog proceduralnog znanja usklađeno s ciljevima i ishodima učenja i poučavanja. Ovakvo zadržavanje upravljačke uloge u kontekstu suvremene nastave u kojoj je učenik u središtu može se interpretirati kroz van Manenovo shvaćanje pedagoškog takta kao sposobnosti situacijskog prosuđivanja mjere vođenja i autonomije.

U radu se koriste digitalni alati (Mentimeter i Padlet) kao podrška formativnom vrednovanju i analizi rješenja. Učenici se njima vješto služe, što ukazuje na prethodno iskustvo u korištenju tih alata.

Može se pretpostaviti da u razredu vlada sigurna i opuštena atmosfera, budući da učenici samostalno i slobodno traže pomoć, nastavnica koristi kolokvijalne izraze, humor, matematičke šale i meme-ove koji smanjuju distancu. Održavanje sigurne atmosfere u kojoj učenici slobodno traže pomoć pokazatelj su pedagoškog takta kao zaštite učenikove ranjivosti i dostojanstva, tj. pedagoške brige. Na pogreške i neuspjeh (npr. učenici koji nisu stigli riješiti zadatak) nastavnica neutralno reagira, bez kažnjavanja, kritiziranja, javnog prozivanja i sl. Takav pristup, kao i dopuštanje međusobne komunikacije tijekom individualnog rada, doprinosi održavanju suradničke i poticajne atmosfere. Nastavnica koristi specifičan način izražavanja, tj. obraćanja razredu u jednini, npr. „Gledaj kako smo zajedno pa ćeš znati kako sam.“. Takav način obraćanja može se interpretirati kao poticanje uključenosti svakog učenika ili nastojanje stvaranja osjećaja viđenosti i individualne vrijednosti unutar kolektiva.

Obzirom na aktivnosti koja se provodi, u komunikaciji dominira interakcija između učenika i nastavnice, koja se najčešće pokreće na zahtjev učenika (pomoć). U interakciji dominira komunikacijski obrazac: pitanje – nastavnička potvrda/korekcija, bez dublje, razvijene rasprave i refleksije. Tijekom potpuno samostalnog rada učenika u trajanju približno 4 minute, zabilježeno je 12 intervencija, koje su uglavnom kratke (od 2 sekunde do 32 sekunde, prosječno 14,5 sekundi). Nastavnica se tijekom samostalnog rada kreće po razredu, bez zagledanja u učeničke radove i bez samoinicijativne intervencije. Navedeno se može interpretirati kao pedagoška suzdržanost od prerane intervencije, ostavljanje vremena za samostalno promišljanje, ali signalizirajući dostupnost svojom fizičkom prisutnošću.

Velik broj zahtjeva za intervencijom i povratnom informacijom može se tumačiti kao pokazatelj odsutnosti straha od pogreške ili neznanja pred nastavnicom, izgrađenog povjerenja ali i upućivati na povećanu potrebu oslanjanja na nastavničku podršku te nedovoljnu razinu usvojenosti prethodnih znanja. Navedena tumačenja podupire zamolba učenice za zajedničko rješavanje zadataka iz domaće zadaće.

Pri interveniranju nastavnica uglavnom daje povratne informacije usmjerene na rješenje zadatka, direktivne (direktno davanje rješenja, npr. „Korijen iz minus 1 je i“.), korektivne (npr. „Tu je plus.“) ili verifikacijske (npr. „Tako je.“). Povratne informacije su vrlo kratke, a ponekad umjesto dodatnog pojašnjavanja ponavlja upute na isti način. Iako su intervencije funkcionalne i usmjerene na točnost postupka, može se postaviti pitanje ostavlja li takav pristup dovoljno prostora za razvoj učenikove samostalne prosudbe i unutarnje odgovornosti za rješenje, posebno uzimajući u obzir da su povratne informacije dane na najnižim razinama najmanje učinkovite.

Nakon aktivnosti samostalnog rada nastavnica regulira prijelaz u zajedničku analizu uvažavajući procjenu spremnosti učenika. To može upućivati na osjetljivost prilagodbe tempu rada učenika uz zadržavanje kontrole nad organizacijom aktivnosti. Analiza rješenja odvija se frontalno pomoću Padleta, pri čemu nastavnica odabire učenički uradak i verbalno vodi razred kroz dani postupak rješavanja uz komentiranje. U analizi fokus se stavlja na proceduralnu točnost i prepoznavanje tipičnih pogrešaka.

U završnom dijelu aktivnosti provodi se tehnika formativnog vrednovanja putem izlazne kartice u Mentimetru. Izlazna kartica nije ispravno formulirana i prilagođena aktivnosti, što prepoznaje i nastavnica te prilagođava objašnjenje kriterija uspješnosti rješenja. Situacijska prilagodba ukazuje na sposobnost improvizacije i fleksibilnosti reagiranja, koje su važno obilježje pedagoškog takta. Rezultate vrednovanja nastavnica interpretira kao indikator potrebe za daljnjim uvježbavanjem te ih koristi za planiranje budućeg poučavanja. Anonimna projekcija rezultata omogućuje učenicima uvid u vlastitu poziciju u odnosu na razred, bez individualnog izlaganja.

Analiza upućuje na dominantno lidersko ponašanje (DC) uz izražene elemente strogoće (DO) prema Wubbelsovom modelu interpersonalnog ponašanja. Nastavnica pokazuje visoku razinu kontrole nad organizacijom i tijekom aktivnosti, a komunikacija i povratne informacije usmjerene su na proceduralnu točnost kroz brze, kratke i direktivne povratne informacije. Takav obrazac odgovara direktivnom stilu poučavanja, s naglašenom kontrolnom komponentom i umjereno razvijenom podrškom.

4.2.4. Rezultati i interpretacija na mikrorazini – nastavnica K2

Za mikroanalizu odabran je segment u kojem nastavnica tijekom individualnog rada učenika aktivno intervenira. Analizirani segment na mikro razini ukupno traje 6 minuta i 14 sekundi i obuhvaća 12 nastavničkih intervencija. Važno je napomenuti da dio komunikacije nije u potpunosti razumljiv zbog tehničkih ograničenja (tihi govor, govor kroz masku za lice, položaj

u odnosu na kameru i sl.). U takvim situacijama se interpretacija temelji na dostupnim verbalnim i neverbalnim pokazateljima uz podrobnije opise.

1. Intervencija [8 sekundi]
   Učenica 1: „Jel ja sad pišem ovdje x^2 ili t^2 ili samo x?“
   Nastavnica: „Ne, samo t^2“.
2. Intervencija [13 sekundi]

Upit učenice Marije koja sjedi najdalje od kamere (u prvom redu) ne čuje se jasno, ali se po odgovoru nastavnice može zaključiti da je učenica došla do neke greške. Dok učenica govori, nastavnica gleda u njezin rad u bilježnici i eksplicitno ukazuje na grešku (pokazujući i prstom na mjesto u bilježnici).

   Nastavnica: „Pa tu je plus. Ovaj minus i ovaj minus daju plus.“
   Učenica Marija: „Aaaaaaa.“
3. Intervencija [27 sekundi]
   Učenica 2: „Profesorice, mi smo riješili samo do $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{-1}$, a u rješenjima piše evo tu na primjer $\pm$…“ [U tom trenutku nastavnica se ubacuje i direktno govori rješenje.]
   Nastavnica: „I. Korijen iz minus jedan je i. I se zove. Korijen iz minus jedan se zove i.“
   Učenica 2: „Tu mogućnost znam da, ali ovdje imam...“
   Nastavnica: „I. Ali korijen iz jedan je jedan. Sve ti je dobro“ [Nastavnica nakon toga prekida interakciju neverbalno odlazeći od nje. Putem se još jednom okreće prema njoj i ponavlja]. „Korijen iz jedan je jedan.“
4. Intervencija [7 sekundi]
   Učenica 3 [pokazujući na rad u bilježnici]: „Tu je onda $= \pm\sqrt{7}$?“
   Nastavnica: „Tako je.“
   Učenica 3: „I to je onda x_1, x_2?“
   Nastavnica: „I to je x_1, x_2. Tako je.“
5. Intervencija [14 sekundi]

Učenik 4 koji je smješten iza kamere postavlja pitanje koje se ne čuje razgovjetno. Nastavnica ga u svom odgovoru upućuje na način rješavanja zadatka, tj. ističe koeficijente kvadratne jednadžbe koje je potrebno uvrstiti u formulu za rješavanje.

Nastavnica: „Ne. Normalno rješavaj. A puta jedan, b 36, c ti je…“. [Učenik ne dovršava rečenicu niti odgovara, a nastavnica odlazi od njega.]

6. Intervencija [17 sekundi]
   Učenica 5: „Jel i provjeru radimo?“
   Nastavnica: „Ne, ne. Nema provjere. Samo moraš imat četiri rješenja. Kad nađeš t1, t2, vrati se po x1,x2. Iz t1 dobiješ x1,x2, a iz t2 dobiješ x3, x4. Kao što sam ja, jel?!“
7. Intervencija [2 sekunde]
   Učenica 6 postavlja pitanje koje se ne čuje na videozapisu, no nastavnica vrlo kratko odgovara na njega s odobravanjem. „Da, da.“
8. Intervencija [7 sekundi]
   Učenica 3 [postavlja pitanje koje se ne čuje cjelovito, samo sljedeći dio]: „$\pm i$?“
   Nastavnica: „$\pm i$. Jer korijen iz 1 je 1. Dobro, možeš.“

Nastavnica nekome govori (nije jasno iz videa je li na zahtjev učenika ili je čula razgovor između učenica pa se ubacila s tezom da treba biti četiri rješenja. Nakon toga komentira obraćajući se cijelom razredu.

Nastavnica: „Ova bikvadratna je sad u odnosu na one iracionalne lagana, jelda?“. [Učenici na iskazano ne reagiraju, a nova učenica traži intervenciju.]

9. Intervencija [10 sekundi]
   Učenica 7: „Ja sam dobila da je t_1…“ [Nastavnica ju prekida i govori]
   Nastavnica: „Nedgdje si zeznula.“ [Kratko traži grešku, ukazuje te ju ispravlja.] „Morala si izvaditi korijen iz 64, to je 8.“

Nastavnica se nastavlja kretati po razredu, samostalno odlazi do učenika koji se ne vide na videozapisu, njihova komunikacija se ne čuje razgovjetno, ali se može zaključiti da nastavnica intervenira.

10. Intervencija [13 sekundi]
    Učenica 8: „Profesorice, a šta ako ne uspijemo izvaditi korijen iz…ako smo dobili da je x_2=7?“
    Nastavnica: „Pa „$\pm\sqrt{7}$. Ostaviš kao korijen iz 7, ne moraš pisati koliko je to.“ [Nastavnica govori i okreće se od učenice s kojom je u razgovoru i prilazu drugoj učenici koja traži intervenciju.]
11. Intervencija [24 sekunde]

Nastavnica prilazi učenici Mariji 2. Nije jasno govori li učenica nešto tiho ili ne, dok nastavnica pregledava njezin zadatak u bilježnici. Vrlo vjerojatno traži nastavnicu za pomoć u pronalasku greške, a koju nastavnica i nalazi, ukazuje zašto je do greške došlo i govori kako bi trebalo biti ispravno.

Nastavnica: „Ide -b, znači ne -6, nego 6. Formula kaže -b, a tu je b -6. Minus minus 6 je 6. Samo to ti je pogreška.“ [Nakon toga nastavnica odlazi, a učenica ispravlja.]

12. Intervencija [32 sekunde]

Učenica 9 traži pomoć. Nastavnica joj prilazi, od žamora u razredu ne čuje se konkretno što učenica i nastavnica govore, no može se prepoznati da nastavnica učenici diktira nekoliko koraka u rješavanju. Može se zaključiti da se i kod ove učenice se pojavljuje poteškoća s računanjem $\sqrt{-1}$ jer se nakon ove intervencija nastavnica obraća cijelom razredu.

Nastavnica [razredu]: „Sjećate se tog $\sqrt{-1}$. Imali smo ga u jednom memu na početku. Što je rekao $\sqrt{-1}$ pi-u? Be rational, jel? A što je pi njemu rekao? Tko se sjeća?“
Učenica 10: „Budi realan.“
Nastavnica: „Budi realan. Jer $\sqrt{-1}$ to upravo sad dobivaš kao rješenje. Dobro.“

Interakcije između nastavnice i učenika uglavnom se odvijaju individualno, a inicijative dolaze od strane učenika. Nastavnica ostvaruje (kognitivnu) interakciju s više od 11 učenika što upućuje na dinamičan i responzivan način upravljanjem aktivnosti. Nastavnica se kreće razredom, prilazi učenicima koji traže pomoć i pregledava radove čime pokazuje visoku razinu dostupnosti i osjetljivosti na potrebe učenika u procesu učenja.
Komunikacija se uglavnom odvija kroz obrazac pitanje – odgovor, pri čemu su odgovori nastavnice kratki, izravni i usmjereni na rješenje. U pojedinim situacijama nastavnica prekida učenika i preuzima izlaganje rješenja, čime se skraćuje vrijeme interakcije i smanjuje prostor za učenikovu verbalizaciju i razvoj matematičke komunikacije. Interakcije su kratkog trajanja, a često završavaju bez dodatne provjere razumijevanja, pri čemu nastavnica komunikaciju zatvara neverbalno (udaljavanjem ili preusmjeravanjem na druge učenike). Navedeno se može interpretirati i kao pokušaj održavanja tempa sata, pravovremena korekcija pogreške (i sprječavanje širenja pogrešnog postupka) ili ostavljanje prostora za ispravak bez pritiska. Ipak, ukazuje i na ograničeni prostor za dublju elaboraciju i refleksiju.

Povratne informacije najčešće su evaluativnog karaktera, dane na individualnoj razini, trenutno i verbalno. Nastavnica najčešće daje verifikacijske („Tako je.“), korektivne („Tu je plus.“) ili direktivne, a nerijetko uključuju davanje uputa, npr. „Korijen iz minus jedan je i.“). Učenika se ne potiče na samostalno uočavanje pogrešaka ili samoispravljanje nego se omogućuje brza korekcija i smanjuje prilika za analizu.

Budući da je to prvi sat obrade i prvi samostalni rad učenika s novim sadržajem, moglo bi se reći da je vrsta i razina povratne informacije dana na odgovarajućoj razini, odnosno usklađena s potrebama učenika. Međutim, osim u jednom (prvom) slučaju, tražene/dane (povratne) informacije nisu bile povezane s novim sadržajem i ishodima. Većina učeničkih poteškoća bila je povezana s „rupama“ u predznanju(npr. primjena formule za rješavanje kvadratne jednadžbe, računske pogreške, primjena imaginarnih brojeva, korjenovanje i sl.), a i u tim situacijama povratna informacija ostaje kratka, proceduralna, korektivna, bez poticanja učenika da sami pronađu grešku ili rekonstruiraju postupak. U ovakvim situacijama pojavljuje se napetost između pedagoškog interveniranja i pedagoške suzdržanosti. U kontekstu pedagoškog takta, kako ga opisuje van Manen, nastavnik kontinuirano balansira između intervencije i dopuštanja učeniku da sam dođe do rješenja. U analiziranim situacijama nastavnica bira bržu, direktivnu intervenciju koja učeniku pruža točan korak ili rješenje. Takve povratne informacije mogu biti učinkovite za brzu korekciju pogrešaka i opravdane su u situacijama kada je cilj sata usvajanje i automatizacija procedura, no istovremeno smanjuju mogućnost razvoja dublje matematičke refleksije i razvoj viših kognitivnih razina znanja.

Kada se ista poteškoća pojavljuje kod većeg broja učenika, nastavnica na nju svaki put odgovara individualno, na isti način, davanjem konkretnog rješenja bez pojašnjenja, što upućuje na ograničenu sposobnost prilagodbe učeničkim potrebama. „Korijen iz minus 1 je *i*. Korijen iz minus 1 je *i*. Odnosno korijen iz 1 [puta] *i*. A korijen iz 1 je 1. To kad vam je s *i*. Ako je se korijen da izvadit, izvadi ga. Korijen iz 1 znamo izvadit, to je 1.“ U situaciji u kojoj učenica pokazuje nerazumijevanje unatoč dobivenom točnom rješenju, interakcija se ne nastavlja, već se zatvara fokusiranjem na točnost rezultata, bez davanja razjašnjavanja izvornog pitanja.

Nakon trećeg slučaja istog problema s računanjem $\sqrt{-1}$, može se reći da nastavnica uočava da više učenika ima isti problem i obraća se razredu. Pogreške koje se ponavljaju kod većeg broja učenika su dijagnostički pokazatelj ostvarenosti ishoda (usvojenosti predznanja) i predstavljaju potrebu za prilagodbom poučavanja. Takve situacije pružaju informaciju o potrebi prilagodbe tempa rada, načina objašnjavanja te privremenog vraćanja na temeljne koncepte koji su preduvjet za realizaciju novih ishoda učenja. Iako je nastavnica identificirala problem, ne koristi ga za prilagodbu poučavanja, a što može biti rezultat nastavničke procjene da bi zadržavanje na

tom sadržaju narušilo planirani tijek sata. Budući da se radi o prvom satu obrade ovakva procjena može biti razumljiva, ali rješavanje uočenog problema nije postavljeno kao cilj ili zadatak učenicima za samostalni rad ili uvježbavanje kod kuće. Umjesto toga nastavnica situaciju koristi za podsjećanje na matematičku šalu. Takva intervencija može se interpretirati kao pokušaj aktiviranja prethodnog znanja i konceptualnog povezivanja, ali na implicitnoj razini, što potvrđuje minimalna učenička reakcija.

4.2.5. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E1

Makro analiza obuhvaća glavni dio nastavnog sata u trajanju od 16 minuta i 33 sekunde, čiji je glavni ishod rješavanje jednadžbi višeg stupnja svođenjem na kvadratne jednadžbe. Analizirani segment započinje nakon rješavanja pokaznog primjera i uključuje tri aktivnosti: frontalno rješavanje zadatka uz dijalog s učenicima, individualni rad učenika (pri čemu jedan učenik rješava zadatak na ploči) te aktivnost formativnog vrednovanja tehnikom 3-2-1. U analiziranom segmentu vidljiva je izmjena različitih oblika rada i metoda poučavanja, uz postupni prijelaz od nastavnički vođenog rada prema većoj uključenosti i samostalnosti učenika.

Promatrani segment pokazuje relativno jasnu strukturu koja uključuje faze objašnjavanja, vođenog rješavanja zadatka, samostalnog rada i refleksije. Nastavnica dominantno koristi vođeni frontalni rad uz povremeno uključivanje individualnih aktivnosti. U početnom dijelu nastavnica dominantno koristi metodu dijaloga i postavljanja pitanja, a postavljanjem zadatka $x^4 - 1 = 0$ otvara raspravu. Pitanje se upućuje na razrednoj razini, a učenici odgovaraju kolektivno, što upućuje na visoku razinu uključenosti učenika, ali istovremeno ograničava mogućnost uvida u individualnu razinu znanja učenika. Ovakav obrazac komunikacije postavljanja pitanja i davanja odgovora na kolektivnoj razini ponavlja se i kasnije.

U raspravi jedan učenik pruža alternativni pristup rješavanju zadatka. Iako nastavnica kratkim potpitanjem otvara prostor za elaboraciju, analiza i primjena izostaju zbog istovremenog uključivanja većeg broja učenika. Uslijed toga nastavnica ponovo strukturira komunikaciju zahtjevom za pojedinačnim javljanjem. Ova situacija pokazuje napetost između spontanih učeničkih doprinosa i unaprijed planiranog tijeka nastave.

Iako su učenici u spomenutoj situaciji ponudili ispravan smjer rješavanja zadatka, nastavnica se nakon uspostavljanja strukturirane komunikacije ne vraća na njihove prijedloge (ne daje povratnu informaciju niti ih evaluira), nego riječ daje drugoj učenici i usmjerava interakciju prema postupku koji će demonstrirati. Takav pristup može se interpretirati kao zadržavanje kontrole nad unaprijed planiranom procedurom rješavanja. Istovremeno predstavlja propuštenu priliku za dublju razradu učeničkih ideja i prilagodbi nastave prema učeničkom znanju i

afinitetima. Iz perspektive pedagoškog takta, riječ je o situaciji u kojoj se nastavničko vođenje nije prilagodilo spontanom učeničkom doprinosu (učeničkim promišljanjima i uključivanjem u proces učenja). Ipak, ova situacija može se interpretirati i kao svjesno zadržavanje fokusa na demonstraciji planirane metode kako bi se osigurala jasnoća uvođenja novog postupka (pri čemu metodička namjera nije bila verbalizirana).

Rješavanje zadatka vodi se nizom pitanja koja usmjeravaju učenike kroz postupak. Takav pristup predstavlja oblik kognitivnog modeliranja i scaffoldinga, jer eksplicitno strukturira misaoni proces rješavanja matematičkog problema.

Kada postupak rješavanja dođe do faze primjene prethodno usvojenih automatiziranih procedura, nastavnica prepušta učenicima (kolektivno) diktiranje koraka ili samostalni rad na mjestu. Time se postupno povećava odgovornost učenika i njihova aktivna uloga učenika u rješavanju zadatka.

Značajna pedagoška situacija pojavljuje se kada se učenik s početka aktivnosti ponovno javlja i objašnjava da je zadatak riješio alternativnom metodom koju je bio predložio, ali ju nastavnica nije implementirala. Nastavnica ponovo postavlja isto pitanje *Kako?,* provjerava njegovo rješenje te ga predstavlja razredu kao alternativni način rješavanja. Ovim postupkom nastavnica legitimira različite strategije i metode dolaska do rješenja, čime se potencijalno potiče matematička kreativnost i divergentno mišljenje. Međutim, izostanak integracije alternativnog pristupa u zajedničkom radu ukazuje na napetost između planiranog tijeka sata i spontanih učeničkih ideja, koja zahtijeva situacijsko balansiranje.

Tijekom učenikovog rješavanja zadatka pred pločom, nastavnica u jednom trenutku izjavljuje „Dobro, kako ti želiš.“, čime se signalizira dopuštanje učeničke autonomije u izboru načina rješavanja. Ipak, bez dodatnog pojašnjenja može kod dijela učenika izazvati nesigurnost, ali istovremeno i otvoriti prostor za diskusiju i ukazivanje na postojanje više različitih i prihvatljivih pristupa rješavanju.

Razredna klima u promatranom segmentu može se okarakterizirati kao emocionalno sigurna i poticajna. To se očituje u spontanom sudjelovanju učenika, slobodnom postavljanju pitanja, humoru u komunikaciji, slobodnom izražavanju emocija u vezi s nastavom te izostanku povlačenja nakon nastavničke opomene uslijed neprimjerenog ponašanja. Nastavnica uspijeva održati ravnotežu između otvorene komunikacije, pozitivnog razrednog ozračja i radne discipline.

Pedagoški takt nastavnice osobito se očituje u izbjegavanju prisilnog prozivanja i u osjetljivom vođenju učenika kroz situacije nesigurnosti. Učenicima najprije daje priliku započinjanja rješavanja zadatka na mjestu, čime smanjuje rizik javnog neuspjeha i otvara prostor za

dobrovoljno uključivanje. Kada učenik pred pločom pokazuje nesigurnost, nastavnica preuzima kognitivno vođenje potpitanjima i povratnom informacijom. Istodobno uključuje i ostatak razreda, čime se individualni pritisak smanjuje.

Uočeni obrasci ponašanja upućuju na kombinaciju liderskog (DC), prijateljskog (CD) i razumijevajućeg ponašanja (CS). Nastavnica uspješno balansira između strukturiranog vođenja i podrške učenicima, potičući njihovu autonomiju, refleksiju i aktivno sudjelovanje. Može se uočiti visoka razina podrške i visoka razina kontrole što odgovara autoritativnom stilu, koji se smatra optimalnim prema Wubbelsu i suradnicima.

Nastavnica koristi različite vrste i razine povratnih informacija te ih pruža na različite načine, a najčešće su formulirane u obliku pitanja i protupitanja (npr. „Što ti misliš?“). Nastavnica ne daje direktne odgovore ili točna rješenja (KR ili KCR), ne ispravlja nego sugestivnim pitanjem usmjerava učenika prema samokorekciji (npr. („Je li kvadrat razlike, samo razmisli malo?“). Povratne informacije najčešće su kratke, dane verbalno i na razini zadatka ili procesa izvršenja zadatka. Netočni odgovori ne ispravljaju se trenutno, nego nastavnica učenike potiče na samostalno promišljanje vlastitih odgovora, samoevaluaciju i samokorekciju, što doprinosi razvoju metakognitivnih vještina. Završna refleksija uključuje upućivanje na strategiju provjere točnosti rješenja (dovršenosti zadatka).

4.2.6. Rezultati i interpretacija na mikrorazini – nastavnica E1

Analizirani segment obuhvaća aktivnost formativnog vrednovanja tehnikom 3-2-1 u ukupnom trajanju od 8 minuta i 40 sekundi. Od toga je okvirno 6 minuta bio samostalan rad učenika, dok je zajednička refleksija trajala 2 minute i 44 sekunde. Veći dio vremena učenici rade individualno i u tišini, uz povremene kratke interakcije s nastavnicom.

Vremenska struktura aktivnosti može se ocijeniti uravnoteženom i primjerenom (unutar preporučenog trajanja do 10 minuta). Izostanak najave predviđenog vremena trajanja aktivnosti može se interpretirati kao prilagodba dinamike rada potrebama učenika, osobito u kontekstu primjene tehnike po prvi puta, no istodobno potencijalno ugrožava ostvarenje ishoda i ciljeva sata.

Nastavnica: „Sada ćete dobiti jednu aktivnost koja se zove 3-2-1.“

Jedan od učenika [dobacuje]: „Kuhaj!“

Nastavnica [dok dijeli radne listove s aktivnosti]: „Dakle, 3-2-1 Kuhaj. Evo sad ćemo nešto zajedno onda skuhati. Dakle, pročitaj što piše u ovim poljima koje trebate popunit. Može vam poslužiti ovi zadatci koje smo rješavali zajedno na ploču ili na ploči, ili na mjestu i zapišite što smatrate da treba. Još piše izjave slobodno potkrijepi primjerima.“ [U tom trenutku dva učenika

se fizički zadirkuju, a nastavnica prekida objašnjavanje i opominje ih povišenim tonom, dok i dalje dijeli radne listove po razredu.]
Nastavnica: „Vas dvojica!“
Učenik 1: „Dira mi repić profesorice.“
Nastavnica: „Što?“
Učenik 1: „Dira mi repić.“
Nastavnica: „Repić. Izvoli.“ [Nastavlja dalje dijeliti.]
Učenik 2 [koji je sudjelovao u prethodnom zadirkivanju]: „Hvala!“
Nastavnica [I dalje dijeli radne listove učenicima u razredu]: „Dakle, razmisli što treba zapisati i zapiši. Ajmo! Znači svatko za sebe.“
Učenik 3: „A samo za ove jednadžbe višeg stupnja?“
Nastavnica: „Možeš i bikvadratnu. Je li bikvadratna jednadžba isto jednadžba višeg stupnja?“
Učenici [u glas potvrđuju]: „Je. Dobro.“
Nastavnica: „Je.“

Nakon toga nastavnica prvo sjeda za stol, a potom ustaje i hoda ispred ploče okrenuta prema učenicima. Nakon kratkog vremena (oko 1,5 minute) samoinicijativno prilazi učeniku Niku i sugerira mu da se slobodno može služiti primjerima, a može se čuti kako dvoje učenika nešto međusobno komentira. Ubrzo nakon toga nastavnica počinje obilaziti učenike. Učenici dijelom sami postavljaju pitanja o radu, a dijelom nastavnica samoinicijativno sugerira mjesta i načine za poboljšanje. Tijekom samostalnog rada učenika, ne čuje se jasno i razgovjetno sva komunikacija između nastavnice i učenika, a nastavnica je uspostavila interakciju sa 6 učenika.
Učenik 4 [traži pomoć nastavnice]: „Što je ovo?“
Nastavnica: „Koje?“. *Dalje se govor učenika nejasno čuje, a nastavnica mu odgovara.*
Nastavnica: „Što si rekao?“
Učenik 4: „Grupiranje.“
Nastavnica: „Grupiranje članova. Sam si riješio problem.“ [Nastavnica odlazi. Dolazi do idućeg učenika gleda u njegov rad.]
Nastavnica: „Znači primjer molim te. Može?“
Učenik 5: „A kakva strategija?“
Nastavnica: „Strategija? Pa evo što ti misliš. Što će ti…Znači jedna strategija koja mi pomaže riješiti problem. Znači, što ti sigurno može riješiti problem kad rješavaš taj zadatak, takvog tipa?“ [Dok nastavnica objašnjava učeniku može se uočiti da je više učenika usmjerilo pozornost i sluša objašnjenje nastavnice. Nastavnica odlazi.]

Učenik 6: „Profesorice…“

Nastavnica: „Jesi riješio?“

Učenik 6: „Ne…Jel se potpisujemo?“

Nastavnica: „Ne, ostaje vama. Ja ću uslikati za istraživanje nekoliko primjeraka, ali...“ [Nakon toga dolazi do drugog učenika, gleda u njegov rad i obraća mu se.]

Nastavnica: „Teško smisliti?“

Učenik 7: „Da.“

Nastavnica: „Dobro. Pričekat ćemo.“ [Nakon nekoliko sekundi nastavlja.] Kad mi popunite sva polja uz primjere, samo dignite ruku da znam koliko vas je riješilo.“

Učenik 8: „Je li ovo samo za jednadžbe višeg stupnja ili možemo izabrati…“ [Nastavnica ga prekida.]

Nastavnica: „Bikvadratna. Znači, bikvadratna je jednadžba višeg stupnja. Može?“

Učenici nastavljaju raditi u tišini, povremeno se vrlo tiho učenici koji sjede zajedno konzultiraju, a nakon 40-ak sekundi nastavnica postavlja pitanje.

Nastavnica: „Tko još piše neka digne ruku da vidim koliko vas je još.“ [Desetak učenika diže ruku.] „Dobro. Dat ćemo još vremena. Može.“ [Nakon kraće pauze, nastavnica upućuje pitanje razredu.]

Nastavnica: „Jel teško zapisati ono što se od vas traži?“

Učenici [u glas odgovaraju različite odgovore]: „*Je*…*Nije*…*Malo*…“

Nastavnica: „Dobro.“ [Učenik 4 vadi iz torbe određeni papir, ustaje i kreće prema nastavnici predati ga.]

Nastavnica: „Evo. Ostani na mjestu. Dobro. Hvala ti. Ostani na mjestu.“ [Učenik se vraća, a nastavnica nastavlja.] „Evo ovako. Tko još piše? Jedan, dva. Dvojica. Hajde pričekat ćemo.“ *Pojačava se žamor u razredu, a netko od učenika postavlja pitanje treba li se sve popuniti na što nastavnica odgovara da treba.*

Nastavnica: „Nakon što njih dvojica popune taj listić, ja bih voljela čuti od vas, naravno, za one koji to žele podijeliti s nama, što ste zapisali za pojedini element. Jel može? Znači ići ćemo zajedno, ne morate sve čitati, već samo nešto od toga što vi želite reći. Jel može?“

Nastavnica: „Marko, jel možemo?“ [Učenik Marko zbunjeno gleda.]

Marko: „Može.“

Nastavnica: „Ne Marko, Bruno, oprosti. Burno vidim da još piše.“

Bruno: „Može.“

Nastavnica: „Može. Evo ovako. Dakle, 3 nove činjenice koje sam naučila ili naučio. Znači jednu pročitate koju želite.“ [Nekoliko učenika se javlja.]

Marko: „Ovisi o broju prefiksa koliko ima rješenja.“

Nastavnica: „Aha, to je novo. Može, Dario.“

Učenik 4 (Dario): „Jednadžbe višeg stupnja.“

Nastavnica: „Jednadžbe višeg stupnja.“ [Nastavnica kima glavom.] „Dalje, Kristijane.“

Učenik 10: „Jednadžbe trećeg i četvrtog stupnja.“

Nastavnica: „Dobro. Dalje.“

Učenik 11: „Supstitucija.“

Nastavnica: „Supstitucija. To je novo što ste naučili. [Nastavnica pomalo ironično.] Još netko želi s nama podijeliti? Danijel.“

Danijel: „Broj rješenja jednak je broju stupnja.“

Nastavnica: „Aha. Znači broj rješenja jednak je broju stupnja. Znači, kojeg stupnja je jednadžba, toliko rješenja ima jednadžba. Dobro. Dvije činjenice s kojima se još mučim. Ono što mi je, vidim da mi stvara problem, jelda.“

Luka: „Prepoznavanje jednadžbi, a drugo mi je pisanje plus-minus.“

Nastavnica: „Aha. Plus-minus, prepoznavanje jednadžbi. Toni?“

Toni: „Zaboravim nekad napisati indeks.“

Nastavnica: „Indeks. Znači pisanje indeksa, Davide?“

David: „Pa isto indeksa i plus-minus.“

Nastavnica: „Indeksi i plus-minus, dalje?“ [Jedan učenik podiže ruku.] „Izvoli.“

Učenik 12: „Prepoznavanje jednadžbi.“

Nastavnica: „Isto prepoznavanje jednadžbi. Dobro. Još netko?“ [Nastavnica proziva učenicu koja se nije javila.]

Učenica: „Prepoznavanje jednadžbi i plus-minus staviti predznak.“

Nastavnica: „Aha, znači plus-minus. Dobro. Jel želi još netko sad to podijeliti? Ne. I jedna strategija koja mi pomaže riješiti problem.“

Toni: „Da jednadžbu stavimo u umnožak.“

Nastavnica: „Aha, jednadžbu zapisati u obliku umnoška.“

Danijel: „Vježba.“

Nastavnica [nasmijavši se]: „Vježba. Dobro, dalje, Kristijane.“

Kristijan: „Jednadžbe možemo se riješiti supstitucijom, formulom ili grupiranjem članova.“

Nastavnica: „Dobro. Dalje, izvoli.“

Učenik 1: „Ponavljanje osnova.“

Nastavnica: „Ponavljanje osnova.“
Učenik 8: „Provjeriti formulu ili zadatke koje smo radili na satu pa na osnovu njega riješiti.“
Nastavnica: „Aha, znači ono što se radili prije će mi pomoći…Dobro. Još? Želi još netko prokomentirati?“
Učenik 13: „Jednu stranu jednadžbe svesti na umnožak zagrada.“
Nastavnica: „Odlično! Znači, jednu stranu jednadžbe svesti u oblik umnoška, ako je s desne strane nula. Dobro, jel još nešto? Dobro. U jednom razredu smo rekli trebam si postavljati pitanja tijekom rješavanja zadataka. Koliko si postavljamo pitanja tijekom zadataka? Jer pitamo se *Što sam dobio? Što dalje moram raditi?* Razumijete, znači postavljate si pitanja da shvatite što se od vas traži. Kada dobijete zadatak, jel odmah znate što trebate raditi?“
Učenici [u glas]: „Ne.“
Nastavnica: „Pa normalno, treba to malo razmisliti, jel tako? E ta potpitanja će vam pomoći. Dobro.“

Prema učeničkim reakcijama i pitanjima nastavnice o tehnici (npr. „Jel teško zapisati ono što se od vas traži?“), može se zaključiti da učenici prvi put koriste tehniku 3-2-1. Obzirom na to, dane upute su vrlo kratke. U situacijama kada učenik traži dodatno objašnjenje vezano za zadatak (više učenika se „uključuje“ u slušanje objašnjenja), nastavnica ponavlja inicijalnu formulaciju zadatka umjesto da ga dodatno objasni ili demonstrira primjer odgovora. Time se ne razrješava učenikova nejasnoća te može upućivati na nedovoljnu prilagodbu učenikovim potrebama, kao i na nedostatak nastavničkog iskustva ili pripreme u primjeni tehnike. U skladu s preporukama (Keeley, Tobey, 2011) pri uvođenju novih tehnika formativnog vrednovanja bilo bi potrebno razmotriti poučavanje njihove primjene kroz vođenu vježbu i povratne informacije, prije implementacije u nastavi.
Tijekom individualnog rada nastavnica relativno brzo uspostavlja interakciju s učenicima (za manje od 1,5 minute od početka samostalnog rada). Nastavnica aktivno obilazi razred, a interakcije su kratke, česte (nastavnica uglavnom svakih 20 do 30 sekundi postavlja određeno pitanje učenicima) i distribuirane (ostvaren kontakt sa šest učenika). Navedeno ukazuje na visoku razinu nastavničke prisutnosti i spremnost za reagiranjem te omogućavanjem pravovremene podrške. S druge strane, to se može protumačiti kao smanjeno prepuštanje odgovornosti učenicima i potencijalno „postavljanje skela“ i kada nisu potrebne (scaffolding). Komunikacija je uglavnom usmjerena na poticanje razmišljanja putem pitanja otvorenog tipa na razrednoj/grupnoj razini.

Nastavnica pokazuje obilježja razvijenog pedagoškog takta u više situacija. Prihvaćanje učeničke šale u vezi aktivnosti („3-2-1 Kuhaj“) doprinosi opuštenoj atmosferi i ukazuje na otvorenost u komunikaciji. Dodatno, nastavnica humor koristi kao sredstvo održavanja pozitivne razredne klime i smanjenja distance između nastavnika i učenika. Pozitivan primjer pedagoškog takta vidljiv je i u afirmaciji učenikove samostalnosti („Sam si riješio problem“), čime se potiče autonomija i samopouzdanje. Intervencija u situaciji neprimjerenog ponašanja učenika (međusobnog fizičkog zadirkivanja dvojice učenika) kratka je i učinkovita. Nastavnica je zadržala tijek aktivnosti bez primjetnog narušavanja odnosa s učenicima (učenici u nastavku aktivno sudjeluju u radu). Prije analize učeničkih odgovora, nastavnica naglašava da učenici podijele samo ono što žele, čime smanjuje pritisak javnog izlaganja i neuspjeh pred razredom, što upućuje na osjetljivost za socioemocionalni aspekt učenja. Navedeni postupci ukazuju na uspješno održavanje ravnoteže između autoriteta i podrške.

Tehnika 3-2-1 primjer je strukturiranog oblika poticanja refleksije učenika te ima potencijal zatvaranja petlje povratne informacije (feed up – feed back – feed forward). Međutim, implementacija aktivnosti pokazuje određena ograničenja i nedostatke. Učenički odgovori uglavnom nisu bili vezani za novi ishod učenja, a u pojedinim situacijama dolazi do nastavničkog preusmjeravanja na prethodno usvojene ishode i sadržaje („Možeš i bikvadratnu. Je li bikvadratna jednadžba isto jednadžba višeg stupnja?“). Takav postupak može ukazivati na nedovoljnu usmjerenost aktivnosti ili na pokušaj održavanja njezine funkcionalnosti.

Tijekom zajedničke refleksije nastavnica pretežno reproducira učeničke odgovore bez njihove daljnje analize, produbljivanja ili davanja povratne informacije. Time se ostvaruje jedna od funkcija ove tehnike - prikupljanje informacija o uspješnosti poučavanja i učenja. No, pritom izostaje njihova primjena u davanju učinkovite povratne informacije. Posebno je vidljiv nedostatak povezivanja uočenih poteškoća s konkretnim strategijama za njihovo prevladavanje (feed forward). Primjerice, kada učenici navode poteškoće u prepoznavanju jednadžbi višeg stupnja, nastavnica prihvaća odgovore, ali ne daje povratnu informaciju (ili barem feed forward).

Iznimka se pojavljuje na samom zaključivanju aktivnosti kada nastavnica uvodi strategiju postavljanja pitanja tijekom rješavanja zadataka („Što sam dobio? Što dalje moram raditi?“), što predstavlja modeliranje metakognitivne strategije.

4.2.7. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E2

Analizirani segment nastavnog sata tipa obrade traje 15 minuta i 35 sekundi te obuhvaća uvodni dio i početak glavnog dijela sata. Glavni ishod učenja je: Prepoznaje i rješava iracionalnu

jednadžbu svođenjem na kvadratnu jednadžbu, pri čemu provjerava i diskutira dobivena rješenja.

Sat je organiziran kroz nekoliko jasno prepoznatljivih faza: administrativno-tehnički dio, uvodnu aktivnost, uvođenje novog sadržaja i rješavanje oglednog primjera.

Nastavni sat započinje administrativno-tehničkom pripremom tijekom koje se evidentira izostanak nenazočnih učenika, postavlja prezentacija za projekciju i podsjeća na buduće planove vrednovanja (pregledavanje bilježnica idući tjedan).

Uočava se nastojanje organiziranja sata na način da se prvo jasno iskažu i istaknu ishodi učenja učenika. Aktivacija predznanja i jasno usmjeravanje ka cilju i ishodima učenja odlika je nastavnika eksperta (Hattie, 2012?). Nastavnica jasno iskazuje i ističe (projekcijom na zidu tijekom čitavog sata) ishod učenja i cilj poučavanja sata. U tu svrhu i kao uvodnu aktivnost nastavnica koristi tehniku formativnog vrednovanja *Isticanje ishoda učenja*, koja je učenicima već poznata i koristili su je u radu. No, pritom nije dan jasno definiran vremenski okvir za dovršetak aktivnosti, a ostavljeno je vrlo kratko vrijeme za rad (1:32). Nastavnica obilaskom razreda prati rad učenika, no prekida aktivnost bez provjere dovršenosti.

Nakon uvodne aktivnosti nastavnica najavljuje temu (zapisuje naslov na ploči) i povezuje je s ishodom učenja, razrađujući ga u ishode na razini aktivnosti i ističući procedure u rješavanju zadataka. Međutim, tijekom provedbe mogu se primijetiti odstupanja u provedbi plana poučavanja. U dvije situacije nastavnica „preskače“ određeni dio (npr. propušteni dio uvođenja novog sadržaja nakon što je već najavljena aktivnost rješavanja oglednog primjera). U takvim situacijama nastavnica brzo reagira i prilagođava poučavanje, što upućuje na fleksibilno reagiranje.

Za definiranje pojma iracionalnih jednadžbi koristi heuristički razgovor. Učenici pritom pokazuju poteškoće u prisjećanju definicija, ali uz nastavničku podršku kroz usmjeravajuća potpitanja i dovoljno ostavljenog vremena, dolaze do traženih odgovora. Kada su učenici pri iskazivanju definicija neprecizni (o iracionalnim brojevima), nastavnica prihvaća odgovore (ne osvrće se posebno na to) uz ponavljanje točne definicije. Moguće je da nastavnica svjesno nije htjela skrenuti fokus inzistiranjem na preciznosti prethodnog gradiva. Nastavnica sumira razgovor i zaključke te daje definiciju metodom analogije, pri čemu je i sama neprecizna („iracionalni brojevi su oni koji su pod korijenom“). Definicija koja se daje ostaje za iracionalne jednadžbe djelomično je pojednostavljena i neprecizna te nije zabilježena, što može utjecati na trajnost i jasnoću usvojenog znanja.

U dijelu sata posvećenom rješavanju oglednog primjera nastavnica jasno uspostavlja strukturu rada najavljujući zajedničko rješavanje prvog primjera i samostalno rješavanje sljedećih

zadataka, što upućuje na korištenje različitih socijalnih oblika rada. Nastavnica demonstrira postupak rješavanja ističući korake u rješavanju, strategije rješavanja i kriterije prepoznavanja zadatka istog tipa te uspostavljajući vezu sa ishodom učenja. Nastavnica koristi vođeno učenje kognitivnim modeliranjem u kojem dominira frontalni način rada i korištenje verbalne metode dijaloga.

Nastavnica prilikom rješavanja oglednog primjera koristi heuristički razgovor, pri čemu postavlja pitanja različitih razina. U početku su zastupljena pitanja niže razine, razine zadatka (npr. „Hoće li se meni ovdje nešto skratiti?“), što je primjereno za prvi i ogledni primjer. Ipak, budući da se pritom radi o „poznatim“, tj. prethodno usvojenim operacijama kao što je kvadriranje, mogla su se postaviti pitanja više razine, npr. procesa izvršenja zadatka („Što je sljedeći korak?“). Kada u postupku rješavanja, nastavnica dođe do poznatih procedura, tada povećava razinu pitanja i usmjerava ih na proces izvršenja zadatka te samoregulaciju (npr. „Što sam ja ovdje dobila?“, „Jel mi ovo znamo rješavat'?“, „Pogledaj u bilježnici ako se ne možeš sjetiti.“, „Što onda znamo o ovom rješenju?“).

Tijekom demonstracije nastavnica postupno uključuje učenike i prepušta im odgovornost, tj. samostalno nastavljanje rješavanje oglednog primjera, kada postupak rješavanja dođe do faze primjene prethodno usvojenih procedura. Za to vrijeme nastavnica obilazi učenike, prati njihov rad, stupa u interakciju i daje povratne informacije. Za samostalni rad nastavnica ostavlja relativno kratko vremena (90-ak sekundi). Nastavnica prekida samostalni rad na način da postavlja pitanje o rješenjima bez da je prethodno pitala učenike o spremnosti i završenosti.

Više puta nastavnica prekida aktivnosti bez provjere dovršenosti te ostavlja ograničeno vrijeme za rad. Navedeno može ukazivati na nedovoljnu prilagodbu tempu rada i potrebama učenika, ali i na nastavničku procjenu dinamike sata i prioriteta.

Individualizacija i diferencijacija djelomično su prisutne. Nastavnica pruža podršku pojedinim učenicima tijekom obilaska, no tempo rada ostaje ujednačen za cijeli razred. Učenici koji rade bržim tempom povremeno nude odgovore unaprijed, ali njihovi odgovori nisu integrirani u tijek nastave („Dobro. Čekaj, čekaj, čekaj dok drugi riješe.“), što se može interpretirati kao nastojanje održavanja zajedničkog tempa rada.

Interakcija nastavnice i učenika pokazuje kombinaciju kontroliranog vođenja razreda te povremenih elemenata emocionalne napetosti. Već u interakciji s početka sata moguće je uočiti određene obrasce komunikacije koji mogu upućivati i na stil vođenja razreda. Prilikom provjere prisutnosti učenika nastavnica propituje točnost odgovor učenika o prisutnosti učenika uz blago povišen i sarkastičan ton („Svi baš svi?“). Potom izravno proziva pojedinog učenika uz pojačani ton i neverbalni izraz (oštar pogled). Takav način komunikacije može se interpretirati kao

nastojanje uspostavljanja odgovornosti u razredu, ali istovremeno može upućivati i na izraženiju kontrolnu komponentu u stilu vođenja. Navedeno nije rezultiralo stvaranjem nelagode u razredu, što se očituje prisutnošću žamora i dobacivanja učenika („On je pobjego.“) na koje nastavnica ne reagira. U tom smislu, već u administrativnom dijelu sata nazire se kombinacija elemenata strukturiranog i kontroliranog pristupa uz povremeno toleriranje određene razine neformalne komunikacije.

Kasnije u tijeku sata nastavnica potiče učenike na sudjelovanje, koristi verbalno ohrabrivanje („nijedan odgovor ne može biti netočan“) te uključuje, direktnim prozivanjem i učenike koji se ne javljaju. Nastavnica uključuje učenike putem izravnog prozivanja, što može povećati sudjelovanje, ali i izložiti učenike riziku javnog neuspjeha. Nastavnica se ipak odlučuje na takvo djelovanje, a što je moguće rezultat nastojanja aktiviranja pasivnih učenika ili procjene nastavnice da bi svaki učenik trebao moći dati točan odgovor na postavljeno pitanje.

Uočena je situacija u kojoj prozvani učenik ne odgovara odmah na postavljeno pitanje. Nastavnica mu daje dovoljno vremena i postavlja relevantna potpitanja na koja on točno odgovora, a pri davanju konačnog odgovora navodi da ne vidi što je napisano na ploči. Budući da se na snimci može uočiti mrak u učionici te da nakon toga drugi učenik traži paljenje svjetla u učionici, navedeno otvara mogućnost različitih interpretacija, uključujući tehničke uvjete rada, kognitivnu nesigurnost ili emocionalnu nelagodu. Činjenica da učenici ne iniciraju uključivanje rasvjete čak gotovo cijelu aktivnost može se interpretirati na više načina, uključujući visoku usmjerenost na zadatak, pasivnost u izražavanju potreba ili određenu razinu suzdržanosti u komunikaciji s nastavnicom. Može se reći da su učenici otvoreni u komunikaciji i izražavanju stavova i emocija vezanih za nastavu (pri najavi uvodne aktivnosti, može se čuti kako jedan učenik negoduje i postavlja pitanje zašto se to radi), zbog nekoliko oprječnih situacija, ne može se nedvosmisleno reći vlada li opuštena atmosfera na satu.

Pedagoški takt nastavnice očituje se kroz niz postupaka koji podržavaju učenje učenika kao što su ostavljanje vremena učenicima za odgovor, korištenje potpitanja, poticanje samoispravljanja, individualni pristup tijekom obilaska razreda, uključivanje većeg broja učenika u aktivnosti. S druge strane, uočavaju se i elementi koji mogu ograničiti učinkovitost poučavanja poput prihvaćanja netočnih odgovora bez korekcije, prekidanja aktivnosti, izostanka usmjerenosti na učenike koji nisu postigli točno rješenje, povremenog povišenog tona u komunikaciji ili nedovoljnog uvažavanja tehničkih uvjeta rada (osvijetljenost).

Promatrano kroz Wubbelsov model interpersonalnog ponašanja nastavnika, uočava se izraženija dimenzija kontrole uz umjereno prisutnu dimenziju podrške. Ponašanje nastavnice dominantno se smješta u područje liderskog ponašanja (DC) uz povremene elemente strogoće

(DO). Nastavnica zadržava dominantnu ulogu u vođenju nastavnog procesa, regulira tempo rada i tijek interakcije, što upućuje na višu razinu utjecaja (dominance). Istodobno, prisutni su elementi podržavajuće komunikacije, poput postavljanja potpitanja, individualnog pristupa i poticanja učenika na sudjelovanje, no oni nisu u potpunosti razvijeni u smjeru visoke razine bliskosti. Takav stil može se opisati kao direktivni.

Nastavnica stvara značajne preduvjete za prihvaćanje povratne informacije korištenjem tehnike isticanja ishoda učenja. Tijekom uvodne aktivnosti odgovori učenika uglavnom se prihvaćaju bez vrednovanja koje se najavljuje za kraj sata. Tijekom uvođenja novog sadržaja i tijekom demonstracije oglednog primjera nastavnica formulira povratne informacije najčešće u obliku usmjeravajućih pitanja i na razrednoj razini. Pri davanju netočnih odgovora potiče učenike na samokorekciju, ostavlja dovoljno vremena te nudi strategije kako doći do odgovora i preformulirava pitanje, a ne daje povratnu informaciju o rješenju (KR ili KCR). Tijekom samostalnog rada nastavnica u vrlo kratkom vremenu (od 90-ak sekundi) daje veći broj povratnih informacija na individualnoj razini, uglavnom ukazujući na pogreške bez njihovog izravnog ispravljanja. Kada učenici traže povratnu informaciju to je najčešće o točnosti rješenja. Nakon ispisivanja rješenja na ploču nastavnica radi brzu provjeru realizacije aktivnosti pitanjem učenika o tome tko je dobio ista rješenja. Prema snimci se može vidjeti da se 80-ak posto razreda izjasnilo (podizanjem ruke) da je dobilo točno rješenje, a nastavnica dobivenu povratnu informaciju od strane učenika prihvaća za nastavak daljnjeg rada bez osvrtanja na učenike koji nisu podigli ruku.

Nakon riješenog oglednog primjera nastavnica se vraća na istaknuti ishod učenja i vodi učenike u eksplicitnom povezivanju njegovih dijelova s provedenim aktivnostima i postupcima rješavanja zadataka, čime zatvara petlju povratne informacije (feed up, feed back, feed forward).

4.2.8.Rezultat i iinterpretacija na mikro razini – nastavnica E2

Za mikroanalizu odabran je segment u kojem u trajanju od 3 minute i 26 sekundi. Segment obuhvaća individualnu interakciju s učenikom pred cijelim razredom, individualni rad učenika tijekom kojeg nastavnica obilazi učenike i stupa u interakciju sa 6 učenika te kratku evaluaciju uspješnosti riješenosti zadatka na razrednoj razini. Dio komunikacije nije u potpunosti razumljiv zbog tehničkih ograničenja (tihi govor, govor kroz masku za lice, položaj u odnosu na kameru i sl.). U takvim situacijama se interpretacija temelji na dostupnim verbalnim i neverbalnim pokazateljima uz podrobnije opise.

Nastavnica: „Jel mi ovo znamo rješavati?“

Učenik 1: „Da.“

Nastavnica: „Po kojoj formuli? Luka Lončar će nam reći.“

Luka: „$ax^2 + bx + c = 0$“

Nastavnica: „Dobro. To je znači jednadžba za standardni oblik. Kako glasi formula za rješavanje kvadratne jednadžbe? [kraća pauza] S kojom formulom smo rješavali kvadratnu jednadžbu? Pogledaj u bilježnici ako se ne možeš sjetiti. [Neki učenici listaju bilježnicu.] Formula s kojom rješavamo svaku kvadratnu jednadžbu.“

Luka: „$-b \pm$“ [Nastavnica ga prekida.]

Nastavnica: „Tako je. $X_{1,2}$, malo glasnije, ne čujem, „$-b$.“

Luka: „$-b\sqrt{b^2}$ “ [Nastavnica ga prekida.]

Nastavnica: „$-b$ korijen iz…“ [Luka upada.]

Luka: „Plus, plus, minus…“ [Nastavnica prekida ponavljajući za njim.]

Nastavnica: „Plus minus“

Luka: „$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$ “

Nastavnica: „I sve kroz…“

Luka: „2a.“

Nastavnica: „Dobro. Ajde sami riješite sad ovu kvadratnu jednadžbu. Idemo prvo zajedno pogledat. Koliko mi iznosi kvadratni koeficijent, Farinić? Koliko mi iznosi kvadratni koeficijent?“

Farinić: „Minus jedan.“

Nastavnica: „Minus jedan. Linearni?“

Farinić: „Mmmmmm…“

Nastavnica: „Što je linearni koeficijent?“

Farinić: „Ovaj…“

Nastavnica: „Broj uz…“

Farinić: „X“

[Netko od učenika iz razreda dobacuje]: „Broj uz x.“

Nastavnica: „Broj uz x, tako je. A što je broj uz x?“

Farinić: „Ne vidim baš.“

Nastavnica: „Ajde malo se nagni. Piše $-x^2 - x$.“

Farinić: „Paaa minus jedan.“

Nastavnica: „Minus jedan i slobodni je…slobodni koeficijent je…“

Farinić: „Aaa…[Učenik se naginje.] Dva.“

Nastavnica: „Dva, da. Ajde izračunajte ovu kvadratnu jednadžbu.“

Učenica [ubacuje se dok nastavnica još priča]: „Ja sam dobila rješenja. Minus dva…“.

Nastavnica: „Dobro. Čekaj, čekaj, čekaj, dok drugi riješe.“

Nastavnica prilazi učenici koja je rekla da je dobila rješenja i govori joj da je dobro riješila. Nakon toga se kreće po razredu. Čuje se kako netko od učenika govori: „A daj!“. Nastavnica prilazi učeniku Matiji.

Nastavnica: „Matija, gotov?“ [Matija klima glavom potvrdno. Nastavnica gleda u bilježnicu i i pokazuje prstom.] Nije dobro. Formula je $4 \cdot a \cdot c$, jel tako? Koliko je ti c?“

Matija: „Minus 2.“

Nastavnica: „Onda imaš 4 puta“ [Ne čuje se što učenik govori].

Nastavnica: „To je 4 puta 2.“

Nastavnica odlazi do drugog učenika kojem gleda u bilježnicu i govori da je dobro riješio. Jedan učenik koji se ne vidi postavlja nastavnici pitanje (koje se ne razumije na snimci), na što mu ona odgovara:

Nastavnica: „Ne, nije bilo dobro. Minus dva.“

[Nastavnica dolazi kod drugog učenika, gleda u bilježnicu i govori.]

Nastavnica: „Ovo je dobro. Sad uvrštavaj. Ovo je OK.]

Učenik [iza kamere]: „-2 i 1.“ [Nastavnica mu prilazi.]

Nastavnica: „Ali imaš $-4 \cdot a$, a je -1. Pa je minus [Učenik se ubacuje i nešto nerazgovjetno govori] Pa to je plus. Minus puta minus su…“ [Nastavnica odlazi od učenika do ploče.]

Nastavnica: „Koliko iznosix_1 da čujem?“

Učenici [u glas]: „Minus dva.“ [Nastavnica ponavlja za njima, a jedna učenica se samostalno ubacuje.]

Učenica: „x_2 je 1.“

Nastavnica: „x_2 je 1. Tko je dobio to rješenje?“ [Učenici podižu ruke. Na snimci se može vidjeti da je 12 od *vidljivih* 17 učenika podiglo ruku.] Oke.“

U odabranom segmentu moguće je uočiti više aktivnosti formativnog vrednovanja, pri čemu se povratna informacija najčešće ostvaruje implicitno, u obliku usmjeravajućih pitanja i kroz verbalnu interakciju s učenicima. Takav pristup upućuje na nastojanje nastavnice da učenike aktivno uključi u proces učenja te ih vodi prema rješenju, umjesto da im ga izravno pruža.

U situacijama kada učenici ne nude točne ili potpune odgovore (npr. određivanje linearnog koeficijenta), nastavnica postavlja dodatna konceptualna pitanja (npr. „Što je linearni koeficijent?“), čime potiče aktivaciju prethodno usvojenog znanja i njegovu primjenu u zadatku. Na taj način podržava transfer znanja te razvoj proceduralnog razumijevanja. Ipak, većina intervencija je usmjerena na razinu zadatka.

U situacijama kada učenici dulje vrijeme ne odgovaraju, nastavnica ostavlja vrijeme za odgovor te dodatno intervenira nudeći strategije za rješavanje problema, primjerice upućivanjem na korištenje bilježnice ili samokorekciju. Navedeno odgovara pružanju povratne informacije usmjerene na razinu samoregulaciju, budući da učenike potiče na samostalno pronalaženje rješenja i korištenje dostupnih resursa. Ipak, iako je uočeno davanje povratne informacije na različitim razinama rijetko se ostvaruje potpuno zatvaranje povratne petlje. To se dijelom može objasniti prirodom aktivnosti koja je usmjerena na izvođenje poznatih procedura, pri čemu naglasak nije na dubinskoj refleksiji već na primjeni postupaka.

Tijekom individualnog rada nastavnica najčešće daje kratke i brze povratne informacije koje su primarno usmjerene na točnost rješenja (npr. „Nije dobro“, „Ovo je dobro“). Iako je takav oblik povratne informacije usklađen s ciljem i prirodom aktivnosti, predstavlja nižu razinu učinkovitosti.

Uočeno je i povremeno prekidanje učenika tijekom odgovaranja. Iako nastavnica prekida učenike kako bi ponovila njihov odgovor i tonom dala potvrdu točnosti, često prekidanje može dovesti do fragmentacije misli te potencijalno utjecati na sigurnost učenika u izražavanju.

Na razini razreda, provjera uspješnosti realizirana je pitanjem o podudarnosti dobivenih rješenja, pri čemu se većina učenika izjašnjava pozitivno, što odgovara tehnici brze procjene poput *thumbs up – thumbs down*. Iako takav postupak omogućuje brzu procjenu kolektivne uspješnosti, izostaje detaljnija dijagnostička analiza odgovora onih učenika koji nisu postigli točno rješenje. Također, ne dolazi do prilagodbe daljnjeg poučavanja temeljem dobivenih informacija. Međutim, ovakav pristup može se razumjeti i u kontekstu procjene nastavnice da se radi o već usvojenim i automatiziranim procedurama, zbog čega se fokus nastave usmjerava na novi ishod i donošenje odluke o zadržavanju planiranog tijeka sata.

4.2.9. Rezultati i interpretacija na makro razini – nastavnica E3

Snimka započinje s početkom novog nastavnog sata tipa obrade čiji je glavni ishod faktorizacija (kvadratnog) trinoma. Analizirani dio na makro razini u potpunosti pokriva uvodni dio sata u trajanju od 10 minuta.

Početak sata nastavnica koristi za emocionalno-tehničku pripremu učenika. Učenike podsjeća na prethodno zadanu domaću zadaću, pritom jasno povezujući zadatke iz zadaće sa primjerima sa sata. Navedeno upućuje na prisutnost konstruktivnog poravnanja. Domaća zadaća zadana je u digitalnom alatu GeoGebra, za čije rješavanje nastavnica nudi podršku putem platforme (u izvanškolskom okruženju i vannastavnog vremena). Osim toga, nastavnica učenicima zadaje radni listić koji ispituje učenike o osjećajima i reakcijama vezanim za učenje (Vieteovih formula), čime se potiče razvoj metakognitivnih vještina. Navedeno upućuje na diferencijaciju tehnika formativnog vrednovanja te poticanje samostalnog učenja uz visoku razinu dostupnosti nastavničke podrške.

Organizacija nastavnih aktivnosti pokazuje određene nedostatke u (vremenskom) upravljanju i vođenju. U analiziranom segmentu dominantno su korištene verbalne metode (metoda razgovora), uz primjenu i drugih metoda, npr. demonstracije i rada na tekstu (radnom listu). Nastavnica najavljuje *novi-stari* sadržaj ističući ishod učenja na ploči, ali ga ne razrađuje, nego odmah kreće s podjelom radnih listova za aktivnost formativnog vrednovanja tehnikom Isticanje ishoda učenja. Upute su dane općenito, a distribucija materijala oduzima značajan dio vremena, što dovodi do neujednačenih uvjeta rada među učenicima (onih koji su dobili među prvim i zadnjima). Moguće je da su upute ostale općenite jer su učenici već upoznati s tehnikom rada.

Početna razina učeničke uključenosti je niska, a nastavnica potiče sudjelovanje dodatnim objašnjenjima, pitanjima i smanjenjem evaluacijskog pritiska (npr. „Nije za ocjenu“). Kroz pitanja o asocijacijama i iskustvima vezanima za ishod dobiva reakciju učenika, a na taj način provodi i svojevrsno dijagnostičko vrednovanje identificirajući potencijalne poteškoće (npr. „Koja te više brine riječ? Kvadratni ili trinom?“). Tijek aktivnosti obilježen je izmjenom samostalnog učeničkog rada, nastavničkog objašnjavanja i pozivanja na odgovore, uz česta prekidanja, produljivanje vremena za davanje odgovora i nejasne prijelaze. Aktivnost se relativno brzo prekida, uz minimalnu provjeru dovršenosti zadatka. Navedeno se može interpretirati kao prilagodba potrebama učenika, ali i kao nedovoljno strukturirano vođenje.

Izostanak analize odgovora i najava naknadnog dopunjavanja odgovora upućuju na odgodu povratne informacije i korištenje tehnike u svrhu razvoja samoreguliranog učenja (samovrednovanje). Ipak, time nisu u potpunosti prikupljene informacije o predznanju, iskustvima i očekivanjima učenika, iako je moguće da je nastavnica svjesno odlučila izbjeći izlaganje učenika neuspjehu. Konačno, aktivnost ostavlja dojam nedovoljno jasne strukture, povremenog prekidanja tijeka aktivnosti i potencijalno misaonog procesa učenika, uz mogućnost da je riječ o svjesnoj fleksibilnoj prilagodbi.

Komunikacija je povremeno nedovoljno strukturirana ili upućuje na nedostatak jasnih komunikacijskih pravila. Učenici sudjeluju, ali uglavnom kolektivno (odgovaranje u glas), što otežava individualno praćenje razumijevanja. Učenici koji pokazuju inicijativu (dizanjem ruke) nisu uvijek uključeni, što može dugoročno smanjiti motivaciju. S druge strane, ovakav način odgovaranja može nastavniku omogućiti brzu procjenu opće razine znanja u razredu.

Razredno ozračje djeluje neformalno i emocionalno otvoreno. Učenici slobodno izražavaju stavove i emocije, posebno negodovoanje što može biti pokazatelj osjećaja sigurnosti i povjerenja. S druge strane, prisutni su elementi smanjene radne discipline (žamor, dobacivanje predmeta, neujednačena uključenost), uz izostanak neposredne reakcije nastavnice što može biti posljedica nedovoljno jasno postavljenih granica ili visokog stupnja tolerancije.

Odnos između nastavnice i učenika obilježen je otvorenošću, opuštenošću i podržavajućom komunikacijom. Nastavnica potiče izražavanje stavova i emocija, koristi humor i referira se na prethodna iskustva učenika (Npr. „Sad ćemo se sjetiti onoga što bi Ivna rekla da je imala noćnu moru.“), čime doprinosi sigurnom okruženju za učenje. Kada nastavnica ima tehničkih poteškoća, učenici spremno nude pomoć, koju nastavnica prihvaća.

Nastavnica pokazuje pedagoški takt kroz istaknutu emocionalnu podršku učenicima, najčešće kroz normaliziranje poteškoća i ublažavanje straha od sadržaja (npr. „Znači Ivni je to bio šok prošle godine. Ne brini i njima isto.“). Također koristi strategije poput asocijacija i „pjesmica“ kako bi olakšala usvajanje gradiva, a što učenici prihvaćaju (Npr. Nastavnica: „Dobar dan, kako si?“, učenica dopunjava: „Imate li što za izlučiti…“). Nastavnica u velikoj mjeri prilagođava rad potrebama učenika, djeluje trenutno i pokazuje visoku razinu sposobnosti improvizacije. Ipak, u ponekim situacijama dolazi do prevelikog širenja fokusa u udaljavanja od osnovnog cilja sata.

Stil rada nastavnice karakterizira kombinacija vođenog i djelomično spontanog pristupa. Nastavnica nastoji aktivirati učenike putem dijaloga (na razrednoj razini), postavljanjem pitanja i povezivanjem sadržaja s njihovim iskustvima i emocijama. Ipak, izostaje jasna struktura i organizacija rada tijekom aktivnosti (npr. nedovoljno precizne upute, izostavljanje vremenskog okvira provedbe aktivnosti i sl.). S jedne strane, takav fleksibilan pristup omogućuje prilagodbu poučavanja učeničkim potrebama, a s druge strane može rezultirati smanjenom učinkovitošću aktivnosti. Prema Wubbelsu, ovakav nastavnički stil upućuje na tolerantno-autoritativni uz elemente popustljivog stila. Uočava se dominantno prijateljsko (CD) ponašanje (visoka razina bliskosti i podrške učenicima) uz nastojanje vođenja nastavnog procesa, tj. elemente liderskog (DC). Isto tako, prisutni su povremeni elementi razumijevajućeg ponašanja (CS), koji se očituju u visokoj toleranciji i manje izraženoj kontroli razredne discipline.

4.2.10. Rezultati i interpretacija na mikro razini – nastavnica E3

Za mikroanalizu uzet će se segment u trajanju od 3 minute i 34 sekunde. Budući da je nastava snimana iz žablje perspektive, rijetko se na snimci može vidjeti tko od učenika govori. Zbog toga, u sljedećoj transkripciji razgovora numeriranje učenika ne ukazuje na broj različitih interakcija nego samo broj interakcija.

Nastavnica: „Što uopće znači rastaviti polinom na faktore? Što to znači? Mhmm? Što to znači? [Nastavnica čeka, ali učenici ne daju odgovor] Evo neki primjeri na primjer.“ [Okreće se prema ploči i kreće zapisivati.] „Rastavi na faktore. Evo nešto jednostavno $5x^2$, minus, minus, minus evo ga 15 i na primjer $9x^2 - 16y^2$. Jesu to algebarski izrazi?“

Učenica 1: „Da.“ [Nakon nekoliko trenutaka uključuje se više učenika u glas.]

Više učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Daaa. Ovaj prvi ću riješiti kako? Kako ću? Što ćemo raditi?“

Više učenika [u glas]: „Izlučimo $5x$.“

Nastavnica: „Dobro. A kako znamo da trebamo izlučiti, a da ne trebamo oduzeti ili zbrojiti?“

Više učenika [u glas]: „Pa ne možemo.“

Nastavnica: „Ne možemo. Zašto ne možemo?“ [Nastavnica priča u isti glas s učenicima.]

Učenica 2: „Ne možemo jer imamo x^2.“ [Netko drugi od učenica se ubacuje.]

Učenica 3: „Jer imamo dvije nepoznanice.“

Učenica 4: „Da.“

Nastavnica: „Imamo različite članove. Dobro. Znači izlučimo. Pa izlučimo. Zašto ću ga izlučiti?“ [Odlazi do ploče.]

Učenica 5: „Zato što oba dva broja imaju isti.“

Nastavnica: „Kako se to zove kad ga izlučimo? Što oni? Što je to njima?“ [Demonstrira rukama.]

Učenica 6: „Zajednički.“

Nastavnica: „Zajednički. Tako je. Znači zajednički izlučimo. $5x$. I što onda pišem?“ [Govori dok piše na ploči.]

Više učenika [u glas]: „$x - 3$.“ [Nastavnica ne pokazuje reakciju, a onda jedna od učenica još dobacuje.]

Učenica 7: „U zagradi.“

Nastavnica: „U zagradi?“ [Retorički.]

Više učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Između zagrade i ovoga je što?“

Više učenika [u glas]: „Puta.“, „Množenje.“

Nastavnica [dok piše na ploči]: „Množenje? Sigurni ste?“

Više učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica [podcrtava što je napisala]: „Dobro. Jel to rastavljeno sada?“

Više učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Kako? Kako se to zove?“ [Netko od učenika tiho nudi kao odgovor *izlučivanje,* ali nastavnica se ne osvrće na njega nego nastavlja.] Ovaj prvi član i drugi član. Kako se to zove u množenju? [Pokazujući rukama okreće se po razredu pogledom tražeći odgovor, ali ga nitko ne nudi.] Jednim imenom kako se zove?“

Učenica 8: „Faktori.“

Nastavnica: „Faktori. To se zovu faktori. Pa što smo mi napravili kod rastavljanja?“

Učenica 9: „Faktorizirali.“

Nastavnica: „Faktorizirali. To znači stavili [učenici nešto netočno i nerazumljivo dobacuju] u obliku“ [Učenici nastavljaju dobacivati.]

Učenica 10: „Umnoška.“

Nastavnica: „Umnoška. Stavili u obliku umnoška. Znači rastaviti polinom na proste faktore znači staviti u obliku umnoška. Jel je?“

Više učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Da. Što je ovo?“ [Pokazujući na drugi primjer na ploči.]

Učenica 11: „Razlika kvadrata.“

Nastavnica: „Dobro. Isto znamo da ne smijemo oduzeti, jelda?“

Više učenika [u glas]: „Ne.“

Nastavnica: „Kako ćemo to rastaviti onda? Lucija?“ [Proziva učenicu koja se javila.]

Lucija: „U prvoj zagradi $3x - 4y$ i u drugoj zagradi $3x + 4y$.“ [Diktira dok nastavnica zapisuje na ploču.]

Nastavnica: „Tako je. Jel i ovdje umnožak?“

Više učenika [u glas]: „Da.“, „Je.“

Nastavnica: „Je. Znači rastaviti polinom na faktore znači prikazat ga u obliku umnoška. A koju ćemo metodu koristiti? Jednu od ovih [Pokazujući na platno.] Naučili smo to, jelda?“ [Retorički postavlja pitanja i odmah daje odgovore.]

Manje učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Sjećate se da smo prvo kad smo dobili ovako neki izraz, rekli smo ne ić' s neba pa u rebra, nego polako pogledati izraz i pitat se prvo *Dobar dan, kako si, imaš li nešto zajedničko?*

Znači prvo zajedničko. Ako nemaš zajedničko i ima više članova, pitaš mogu li grupirati. Tako. I onda tek pogledaš formula da li je. Jasno?“

Učenik: „Da.“

Nastavnica: „Prisjetili smo se.“

Manje učenika [u glas]: „Da.“

Nastavnica: „Da? A to nas je jako bolilo, jelda, prošle godine?“

Manje učenika [u glas]: „Da.“, „Ustvari da i ne.“

Nastavnica: „Da, da. Znači danas ćemo se baviti faktorizacijom pa je naslov faktorizacija.“ [Piše naslov na ploču.]

Tijekom ove aktivnosti učenici uglavnom govore u glas, nema uspostave jasnih komunikacijskih pravila. Nastavnica na to ne reagira, prihvaća odgovore, čini se ponekad i da očekuje da više učenika odgovara u isto vrijeme. Kada manji broj učenika ponudi točan odgovor, nastavnica opet postavlja isto pitanje dok više učenika ne odgovori (potvrdi). Ovakav pristup omogućava potvrdu i brzu procjenu opće razine predznanja, ali istovremeno otežava uvid u individualni doprinos i ostvarenje.

Većinu vremena dvije učenice aktivno podižu ruke na postavljena pitanja, ali ih se ne proziva nego se kolektivno odgovara. Pri kraju aktivnosti, sve manje učenika sudjeluje, a nastavnica se počinje oslanjati na učenice koje su podizale ruke te ih počinje prozivati.

Nastavnica verbalno i neverbalno potiče učenike na pružanje odgovora, a što je preduvjet za davanje i prihvaćanje povratnih informacija. Povratne informacije u analiziranom segmentu dominantno su implicitne i poticajne. Povratna informacija najčešće se daje postavljanjem pitanja. Nastavnica nastoji aktivirati predznanje učenika postavljanjem heurističkih pitanja i vođenim razgovorom, a kada to ne uspije, ne daje konačne odgovore. Nastavnica umjesto davanja točnih odgovora prilagođava poučavanje, improvizira i *iz glave* smišlja primjere temeljem kojih nastoji navesti učenike na samostalno zaključivanje i davanje odgovora. U tome uspijeva, no čini se da je nastavnica u određenom trenutku previše širi fokusa obzirom na osnovni cilj sata („Jesu to algebarski izrazi?“). Čini se da nastavnica ostavlja dovoljno vremena učenicima za pružanje odgovora, no često to „vrijeme“ bude isprekidano postavljanjem niza drugih pitanja, preformuliranim pitanjima i potpitanjima, što potencijalno prekida i misaoni proces te smanjuje učinkovitost. Također, u ponekim situacijama, čini se da, nastavnica „ne želeći“ otkriti previše, postavlja neprecizna i nedorečena pitanja, što u pojedinim situacijama otežava jasno razumijevanje.

Nastavnica najčešće ne zatvara cijelu petlju povratne informacije, tj. nijedna povratna informacija ne sadrži feed back, feed up i feed forward, ali postavlja pitanja na različitim

razinama povratne informacije („Zašto ne možemo?“, „Kako znamo?“). Time potiče njihovo zaključivanje i metakognitivno promišljanje.

U slučajevima netočnih ili nepotpunih odgovora, oni često ostaju neadresirani, a točne odgovore najčešće potvrđuje kratkim verbalnim signalima (npr. „dobro“, „tako je“) te ih povremeno reformulira ili nadograđuje.

4.2.11.Kvalitativna analiza povratne informacije

U nastavku će se dati analiza obilježja i vrste povratne informacije koja je promatrana na ograničenom i vremenski kratkom segmentu nastavnog procesa. Sukladno tome, dobiveni rezultati nužno su uvjetovani specifičnostima promatranog konteksta, uključujući prirodu zadataka, vrstu aktivnosti te fazu nastavnog sata u kojoj su povratne informacije pružene. Stoga rezultate nije opravdano nekritički generalizirati, već ih je potrebno interpretirati uz uvažavanje kontekstualnih čimbenika. Unatoč navedenim ograničenjima, u radu će biti dana Tablica 33 s pregledom uočenih oblika povratnih informacija te njihov opis unutar analiziranih nastavnih segmenata.

Tablica 33 Pregled obilježja nastavničkih povratnih informacija temeljem mikro analize

Nastavnica	**Razina (Hattie i Timperley, 2007)**	**Vrsta povratne informacije**	**Obilježja**	
K1	Zadatak	KR, KCR (implicitno)	Verbalno, (ponavljajuća) pitanja, grupna razina	kratke, evaluacijske, bez elaboracije pogreške
K2	Zadatak	KCR, korektivna, direktivna	verbalno, individualno	davanje rješenja, proceduralno vođenje, bez refleksije
E1	Proces izvršenja + Samoregulacija	formativna, heuristička	pitanja, dijalog, grupna razina, primjena posebne tehnike	samokorekcija, refleksija, metakognicija
E2	Zadatak + Proces izvršenja	KR + usmjeravajuća pitanja	verbalno, grupna razina, pitanja	fragmentirano, bez zatvaranja petlje
E3	Proces izvršenja	implicitna, heuristička	pitanja, vođeni razgovor, grupna razina	poticanje zaključivanja, neprecizna pitanja, bez zatvaranja petlje

U mikroanalizi i interpretaciji segmenata snimljene nastave može se analizirati formulacija, način davanja, obilježja i razina davanja povratnih informacija prema modelu Hattie i Timperley (2007).

Kod nastavnica kontrolne skupine nije zabilježeno usmjeravanje (povratnih) informacija na osobnoj razini, dok je kod nastavnica eksperimentalne skupine zabilježeno davanje pohvala.

Kod nastavnica K1 i K2 dominira davanje povratnih informacija na razini zadatka, odnosno najniža razina povratnih informacija i povratna informacija se uglavnom koristi kao evaluacijski alat. K1 najčešće koristi kratke, verifikacijske (KR i KCR) informacije verbalnim putem. Nastavnica K2 koristi izrazito direktivan pristup s čestim davanjem gotovih (postupaka) rješenja.

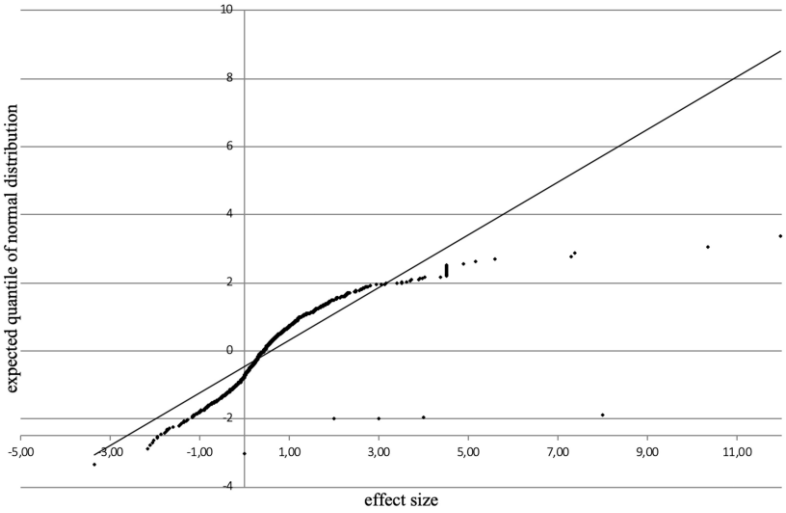
Obilježja najveće razine učinkovitosti davanja povratne informacije pokazuje nastavnica E1, kod koje dominira davanje povratne informacije na razini procesa izvršenja zadatka i razini samoregulacije, a povratne informacije potiču samokorekciju, refleksiju i razvoj strategija učenja. Dakle, povratna informacija koristi se kao alat za učenje i razvoj samoregulacije. Nastavnica E2 povratnu informaciju upućivala je na razini zadatka i procesa kroz usmjeravajuća pitanja, no povratne informacije često ostaju fragmentirane i ne dovode do zatvaranja povratne petlje. Povratna informacija koristi se kao podrška, ali nije dovoljno strukturirana. Nastavnica E3 povratne informacije dominantno usmjerava na razinu procesa izvršenja zadatka, u implicitnom i heurističkom obliku. One se ostvaruju kroz pitanja i vođeni razgovor na grupnoj razini, s ciljem poticanja razmišljanja i zaključivanja. Međutim, pitanja su često neprecizna te izostaje zatvaranje povratne petlje.

5.DISKUSIJA

5.1. Davanje učinkovitih povratnih informacija statistički značajno utječe na postignuća u nastavi matematike

Rezultati ovog istraživanja nisu potvrdili pretpostavku da davanje učinkovitih povratnih informacija statistički značajno utječe na postignuća učenika u nastavi matematike. Izostanak statistički značajnih rezultata ($p>0.05$) koji bi potvrdili učinkovitost intervencije davanja učinkovitih povratnih informacija nije očekivan rezultat, ali ni iznenađujuć obzirom na značajnu varijabilnost prethodnih istraživanja (Kluger i DeNisi, 1988; Wisniewski i sur., 2019). U meta-analizama koje se bave učinkom povratne informacije postoji velika varijabilnost te se veličine učinka kreću u rasponu od -5 do +11 (Wisniewski i sur., 2019) (vidi sliku 36.). Navedeno upućuje na značajnu heterogenost među istraživanjima, što sugerira potrebu za detaljnijom analizom moderatora učinka. Dodatno, Wecker i suradnici (2017) kritiziraju takav

pristup u određivanju „univerzalne“ veličine učinka, navodeći da ona zapravo predstavlja srednju veličinu te da na taj način izvan fokusa ostaje utjecaj pojedinih moderatora.



Slika 36. Prikaz raspona veličine učinka povratne informacije (Wisniewski i sur., 2019)

Primjerice, istraživanja su pokazala da su povratne informacije koje su dane od strane učenika (d=0,85) učinkovitije od onih koje su dane od nastavnika učenicima (d=0,47) (Wisniewski i sur., 2019), a slično govore i drugi autori (npr. Cho i Schunn, 2007, prema Fund, 2014).

Hattie (2012) naglašava da je potrebno biti oprezan s interpretiranjem ukupne veličine učinka čimbenika. Ona treba biti početna točka u diskusiji, a ne odlučujući razlog zašto nešto treba ili ne treba uključiti u nastavu, odnosno smatrati učinkovitim ili neučinkovitim. Kao glavni primjer Hattie (2012) navodi pitanje domaće zadaće koja ima izraženu varijabilnost kao i povratne informacije. U tom smislu, potrebno je pokušati objasniti i pokazati zašto se utjecaj domaće zadaće kod učenika osnovnih škola pokazao negativnim (d=-0,08), a kod srednjoškolaca značajno pozitivnim (d=0,5).

Primjerice, moguće je da srednjoškolci imaju bolje razvijene navike učenja, odgovornosti, možda postoji bolja povezanost s motivacijom i sl. S druge strane, ti brojevi ukazuju na to kako se nešto radilo u prošlosti i izvrsna je prilika za to, ne da nastavnici u potpunosti napuste domaće zadaće, nego pokušaju učiniti nešto drugačije u samom pristupu zadavanja, učestalosti, vrednovanja itd. Isto vrijedi i za povratne informacije.

Hattie (2012) smatra da one čimbenike koji se pokažu kao vrlo malo učinkoviti ili s negativnim utjecajem ne treba *a priori* odbaciti nego sagledati širu sliku, s različitih stajališta te pokušati promijeniti neke od varijabli za koje se pretpostavi da su (bitno) utjecale na takav rezultat. Drugim riječima, a u skladu s postpozitivističkom paradigmom kojom se vodi u ovom radu, izdvojene čimbenike i njihove veličine učinka treba stalno prokušavati i pokušavati podići (izdvojiti) razinu utjecaja konkretne intervencije (Popper, 1994).

U literaturi postoji izvjestan broj istraživanja koja nisu mogli dokazati potencijal povratne informacije o kojem izvještavaju primjerice Black i Wiliam (1998) ili Hattie i Timperley (2007) za poboljšanje postignuća povratne informacije pa i u nastavi matematike (npr. Santos i Pinto, 2009; van der Kleij i sur., 2012). Navedeno je važno za raspravu rezultata ovog istraživanja jer upućuje na to da izostanak statističke značajnosti ne treba tumačiti kao dokaz neučinkovitosti povratne informacije općenito, nego kao pokazatelj da njezin učinak ovisi o specifičnim uvjetima provedbe te je veću pozornost potrebno usmjeriti upravo na te uvjete.

Istraživači se sve više pitaju zašto dolazi do raskoraka između teorijskih saznanja i praktične primjene (Brooks i sur., 2021; Hattie i sur., 2016; O'Donovan i sur., 2015). Ipak, O'Donovan i suradnici (2015) navode da je unatoč tome zamjetan porast integracije povratne informacije u učenje i poučavanje te da učenici žele i cijene dobre povratne informacije. Navedeno odgovara postpozitivističkoj perspektivi, odnosno Hattievom (2012) i Sadlerovom (1989) stajalištu da čimbenik sam po sebi nije ni pozitivan ni negativan niti da izražena veličina učinka treba biti presudan razlog korištenja ili ne korištenja u nastavi. Neodustajanje može upućivati na pozitivna iskustva u davanju povratnih informacija u nastavi te da nastavnici i sami refleksivnom praksom pokušavaju objasniti i ispitati kada i pod kojim uvjetima povratna informacija ima utjecaj na učenje.

Međutim ovakav rezultat upućuje na potrebu za dubljom analizom i promišljanjem čimbenika koji su mogli utjecati na takve rezultate.

Brooks i suradnici (2021) ističu potrebu socio-kulturalnog usklađivanja teorija i stilova poučavanja (zajedno strategijama i metodama rada) sa poimanjem i konceptualizacijom povratne informacije. Primjerice, u Kini je (tradicionalno) izravno poučavanje identificirano kao najučinkovitija strategija poučavanja za uspjeh na završnim ispitima, zbog čega se posljedično daje instruktivna povratna informacija, tj. eksplicitna uputa što i kako ispraviti dominantno koristi (Zhang i sur., 2019). Istraživanje Zhang i suradnika (2019) pokazuje (naj)veću učinkovitost upravo takve povratne informacije u odnosu na npr. refleksivne ili afirmacijske upite. U učionicama u kojima je fokus pružanje povratnih informacija temeljenih na korištenju dokaza prikupljenih vrednovanjem od strane nastavnika primjenjuju se korektivne povratne informacije učenicima, uglavnom jednosmjerno od strane nastavnika (Baird i sur., 2014, prema Brooks i sur., 2021).

Brooks i suradnici (2021) navode da se u suvremenoj nastavi konceptualizacija povratne informacije temelji na modelu usmjerenom prema učeniku (*student-centered feedback,* dalje: SCF), a koji počiva na temeljima socio-kognitivističke, socijalno-konstruktivističke i socijalno-

kulturalne teorije učenja i poučavanja. Prema tome da bi SCF bila učinkovita, potrebno je nastavno okruženje koje omogućuje aktivno učenje, gdje se primjenjuju nastavne strategije, metode i tehnike kojima se od njih traži da aktivno traže, generiraju, daju, raspravljaju i koriste povratne informacije za napredak u učenju (Brooks i sur., 2021).

U toj paradigmi, velika pozornost se daje razvoju samoregulacije učenika pa se sukladno tome u najvećoj mjeri daju povratne informacije na razini samoregulacije i veliki naglasak se daje odgovaraju na treće pitanje povratne informacije *Što dalje? (What next?)* (Brooks i sur., 2021), odnosno *feed forwardu.* Teži se ostvarenju održivih praksi povratnih informacija (transferirajućih) (van der Kleij i sur., 2019). Ipak istraživanja su pokazala da se u praksi ono ne provodi tako te da je povratna najčešće dana na razini zadatka (78%), uključuje feed back (50%), a najrjeđe je dana na razini samoregulacije (6%), odnosno sadrži feed forward (19%). Dodatno, *feed forward* na razini samoregulacije daje se u samo 2% slučajeva (Brooks i sur., 2019). Nadalje, mnogi autori ističu važnost zatvaranja petlje povratne informacije koja je u praksi rijetko zatvorena te da je važno osvijestiti da su *feed up* i *feed forward* neizostavni dio učinkovite povratne informacije (Boud i Molloy, 2013; Brooks i sur., 2019). O'Donovan i suradnici (2015) smatraju da iako se često govori o važnosti povratne informacije za učenje, one se u nastavnoj praksi rijetko daju. U ovom istraživanju nastavnice obaju skupina su često davale neki oblik povratne informacije, što je važno (Kulhavy, 1977) ali su često bile loše formulirane i nisu zatvarale petlju povratne informacije. Navedeno je u skladu s obilježjima povratnih informacija u istraživanjima koja također nisu uspjela dokazati značajnost povratne informacije ili su to pak uspjeli samo djelomično za pojedine podskupine (Bleiler i sur., 2013; Rakoczy i sur., 2008; Santos i Pinto, 2009; van der Kleij i sur., 2012) te suprotno onima koji su uspjeli dokazati (npr. Baliram i Ellis, 2018). U kontekstu ovog istraživanja navedeno potencijalno može objasniti zašto intervencija nije proizvela statistički značajne učinke. Iako su nastavnice eksperimentalne skupine davale povratne informacije, kvalitativna analiza nastave pokazuje da one nisu uvijek bile dovoljno usmjerene na proces i samoregulaciju učenika ili formulirane na način da su zatvorile petlju povratne informacije. Stoga se može pretpostaviti da sama prisutnost povratne informacije nije bila dovoljna za promjenu učeničkih postignuća.

O'Donovan i suradnici (2015) smatraju da je pored odsutnosti povratnih informacija ili loše kvalitete (loša formulacija/evaluativne/osobna razina) povratnih informacija koje se daju, razlog nemogućnosti potvrđivanje teorijskih rezultata u praksi ignoriranje socijalno-konstruktivističkih principa u poučavanju.

Socijalno-konstruktivistički pristup naglašava stavljanje učenika u središte procesa učenja, interakciju, refleksiju i dijalog, za koje autori smatraju da nisu općeprihvaćeni i prisutni u (nastavnoj) primjeni povratnih informacija, a u primjeni u većini slučajeva taj proces ostaje jednosmjeran i pasivan, učenik nema mogućnost (vremena) primjene (O'Donova i sur., 2015). Odnosno, smatra se da u stvarnosti u učionicama i dalje prevladava tradicionalna nastava, tj. biheviorizam i kognitivizam (Dijanić i Debelec, 2015; Jukić, 2013; Klinger, 2010). Kako bi se dobio realniji uvid u stvarno, a ne deklarativno, stanje u učionici provodila se kvalitativna analiza i interpretacija videozapisa nastave.

Temeljem makro i mikroanalize može se reći da kod nastavnice K1 dominiraju kognitivistički pristup, vidljiv kroz strukturirano vođenje nastavnog procesa, aktivaciju predznanja, konceptualno povezivanje sadržaja i sl. Također, mogu se primijetiti elementi biheviorizma tijekom aktivnosti vrednovanja. Moglo bi se reći da u analiziranom nastavnom segmentu prevladava tradicionalna nastava u kojoj je središnja uloga nastavnice kao glavne (pre)nositeljice znanja, a učenici su pasivni. Kod nastavnice K2 procjenjuje se prevladavanje bihevioristočkog pristupa i uočavaju se izražena obilježja tradicionalne nastave (u direktivnom vođenju, usmjerenosti na proceduralnu točnost, davanju kratkih, korektivnih povratnih informacija).

U učionici nastavnice E1 dominira socio-konstruktivistički pristup, vidljiv kroz poticanje dijaloga, uvažavanje učeničkih ideja, korištenje refleksivnih aktivnosti i razvoj metakognitivnih vještina. Nastavnica koristi elemente kognitivnog modeliranja i scaffoldinga, ali pritom učenicima postupno prepušta odgovornost za učenje te potiče samostalno promišljanje i samokorekciju. Temeljem svega procjenjuje se da su u učionici nastavnice E1 prisutna obilježja suvremene nastave. Prema interpretaciji mikro i makroanalize snimljene nastave može se reći da kod nastavnice E2 jasno ne prevladavaju obilježja ni tradicionalne ni suvremene nastave, nego se može procijeniti kao prijelazni oblik. Jasna struktura sata, usmjerenost na ishode učenja i vođeno rješavanje zadataka odražavaju obilježja uglavnom kognitivističkog pristupa poučavanju. Istovremeno se uočavaju elementi biheviorizma kroz strogu kontrolu tempa rada, ograničenog vremena za aktivnosti i evaluacijskih obrazaca komunikacije. Iako se pojavljuju elementi heurističkog razgovora, prostor za dublju refleksiju i konstruktivističko učenje ostaje ograničen. Kod nastavnice E3 uočava se izmjena bihevioristočkog i socio-konstruktivističkog pristupa, uz dominaciju kognitivizma. Kognitivistički elementi vidljivi su u usmjerenosti na sadržaj i vođenju nastavnog procesa, dok se socio-konstruktivistički pristup očituje kroz povezivanje sadržaja, poticanje metakognicije, korištenje različitih oblika formativnog vrednovanja te visoku razinu pružanja emocionalne podrške i improvizacije. Istodobno su

prisutni i bihevioristički elementi kroz kratke, evaluacijske povratne informacije usmjerene na točnost rješenja. Sukladno navedenom procjenjuje se da prevladavaju obilježja suvremene nastave koja nije u potpunosti razvijena.

Konačno, moglo bi se reći da kod nastavnica kontrolne skupine (K1 i K2) prevladava tradicionalna nastava, dok se ukupno gledano kod nastavnica eksperimentalne skupine uočavaju elementi suvremene nastave koja nije u potpunosti integrirana.

Na temelju prethodnog može se uočiti podudarnost između primijenjene paradigme poučavanja i stila rada s davanjem povratnih informacija, odnosno vidljivo je da povratne informacije reflektiraju dominantni pedagoški pristup u učionici.

Tako kod nastavnica kontrolne skupine K1 i K2, kod kojih prevladavaju obilježja tradicionalne nastave (biheviorizam i kognitivizam), dominiraju povratne informacije na razini zadatka, najčešće korektivne, verifikacijske, što je u skladu s izravnim stilom poučavanja (prenošenjem znanja) i jednosmjernom komunikacijom u kojoj dominira nastavnički govor. Kod nastavnice E1, kod koje prevladava socio-konstruktivistički pristup, povratne informacije su usmjerene na proces i samoregulaciju, potiču refleksiju, dijalog i aktivnu ulogu učenika, što odgovara suvremenom modelu SCF, odnosno modelu Hattie i Timperley (2007). Nastavnice E2 i E3 pokazuju prijelazne obrasce stila poučavanja, odnosno obilježja i suvremene i tradicionalne nastave, a u kojima se shodno tome kombiniraju i različite razine i vrste povratnih informacija. Slijedom navedenog, može se zaključiti da je u ovom istraživanju stil poučavanja usklađen s obilježjima povratne informacije: tradicionalni pristupi prate niže razine i direktivnije oblike povratnih informacija, dok suvremeniji, socio-konstruktivistički pristupi uključuju složenije povratne informacije usmjerene na više razine (proces izvršenja zadatka i samoregulaciju).

Dobivene rezultate treba promatrati u odnosu na početne pretpostavke istraživanja, prema kojima se pretpostavljalo da će stil rada nastavnica u većoj mjeri odgovarati autoritativnom stilu te primjenjivati obilježja suvremene nastave. U mjerenju nastavničke interakcije s učenicima koje je prethodilo intervenciji moglo se uočiti da nastavnički profili svih nastavnica podjednako odgovaraju direktivnom tipu (više o tome u potpoglavlju 3.5.Uzorak). Prema interpretaciji kvalitativne makro analize segmenta snimljene nastave tijekom intervencije, došlo se do nalaza da nastavnice K2 i E2 pokazuju obilježja direktivnog tipa, nastavnice K1 i E3 tolerantno-autoritativnog tipa, dok nastavnica E1 autoritativnog tipa. Budući da istraživanja povratna informacija ne djeluje izolirano i da je povezana sa stilom i paradigmom poučavanja (Guo i Wei, 2019; Lipnevich i sur., 2016), budući da suvremeni, socio-konstruktivistički pristup nije bio u potpunosti integriran, u tom smislu može se razmotriti mogućnost utjecaja na učinkovitost intervencije. Ipak, obzirom na ograničenost i kratkotrajnost promatranog nastavnog segmenta

ne može se pouzdano donijeti takav zaključak. Ono može samo sugerirati potrebu za sustavnijim i detaljnijim praćenjem uspješnosti provedbe intervencije kroz metodološku triangulaciju i triangulaciju izvora podataka, kako bi se omogućila pouzdanija i preciznija interpretacija dobivenih rezultata.

Jedno od mogućih objašnjenja izostanka učinaka može se povezati s ograničenim vremenom za implementaciju novih praksi. Keeley i Tobey (2011) naglašavaju da je za učinkovitu primjenu i stabilizaciju promjena u poučavanju i vrednovanju potreban dulji vremenski period, zbog čega se ne mogu očekivati trenutačne promjene ni u učeničkom angažmanu. Slično tome, Brooks i suradnici (2021) u istraživanju utjecaja stručnog usavršavanja usmjerenog na povratne informacije bilježe značajan učinak nakon tri mjeseca ($\beta = 0,89$), koji se smanjuje nakon dodatna tri mjeseca ($\beta = 0,50$). Rezultati upućuju na dinamičnu i nelinearnu prirodu promjena u učenju i poučavanju (Mužić, 1977). Nadalje, Wecker i suradnici (2017) smatraju da promjena u postignuću npr. od d=0,3 nakon jednog eksperimentalnog tretmana u kraćem trajanju od tri školska sata, ne može odgovarati i uspoređivati se s veličinom učinka d=0,3 koja se postiže i mjeri nakon duljeg vremenskog period, npr. od godine dana. Autori smatraju da veličina učinka određenog tretmana opada nakon dužeg vremenskog razdoblja. Slijedom navedenog, vremenski okvir provedbe je svojevrsno ograničenje istraživanja, ali i kontekstualni čimbenik.

Povratna informacija nije uvijek implementirana učinkovito (Hattie, 2012). Santos i Pinto (2010) navode da je primjena učinkovite povratne informacije u nastavi vrlo složen zadatak za nastavnike, a to je potvrđeno i među Hrvatskim nastavnicima (Karajić i sur., 2019). Istraživanje provedeno među nastavnicima u visokom obrazovanju u UK (Higher Eduaction Funding Council for England, 2012, prema Robinson i sur., 2015) adresiralo je tri glavna problema vezana za davanje, primjenu i učinkovitost povratnih informacija iz svoje perspektive. Naime, nastavnici navode da davanje učinkovitih povratnih informacija oduzima puno vremena, lošu kvalitetu nekih povratnih informacija uslijed nedostatka vremena ili neiskustva i upitan studentski angažman nakon dobivanja povratnih informacija.

Budući da su istraživanja pokazala da nastavnici nemaju dovoljnu razinu znanja o povratnim informacijama (Carless i Winstone, 2020; Sadler, 1989); da ih nastavnici primjenjuju u nastavi matematike uglavnom na najnižoj razini (u obliku davanja informacije o točnosti odgovora) (Bangert-Drowns i sur., 1991; Boud i Molloy, 2013; Brooks i sur., 2019); da nastavnicu nisu vični u oblikovanju složenijih povratnih informacija (Peddie, 2000; Sadler, 1989); da im je teško davati i odabrati odgovarajuću vrstu povratne informacije (Bradfield i sur., 2019); da uvođenje promjena u praksi vrednovanja nije linearan proces (William i sur., 2004, prema

Santos i Pinto, 2012) i da je nastavnicima potrebno znatno više vremena za usvajanje i primjenu prakse davanja učinkovitih povratnih informacija (nego što traju istraživanja tijekom kojih se ispituje djelovanje intervencije) (Brooks i sur., 2021), moguće je da je to razlog zašto povratne informacije u brojnim istraživanjima u nastavi matematike pokazuju pozitivan, ali statistički neznačajan ili mali učinak (Santos, Pinto, 2010), kao što je i u slučaju ovog rada.

Dakle, iako rezultati upućuju na to da bi povratna informacija mogla imati djelovanje u pozitivnom smjeru, ono još uvijek nije dovoljno snažan da bi se odmah pokazale veće razlike u postignućima. Ovi rezultati posebno su relevantni za ovo istraživanje jer pokazuju da je davanje učinkovitih povratne informacije zahtjevna nastavnička aktivnost koja zahtijeva razvijene nastavničke kompetencije, iskustvo, pedagoški takt i sposobnost prilagodbe povratne informacije konkretnom učeniku i konkretnoj situaciji. Stoga je moguće da trajanje intervencije i prethodna iskustva nastavnica nisu bili dovoljni za stabilnu i dosljednu primjenu davanja učinkovitih povratnih informacija.

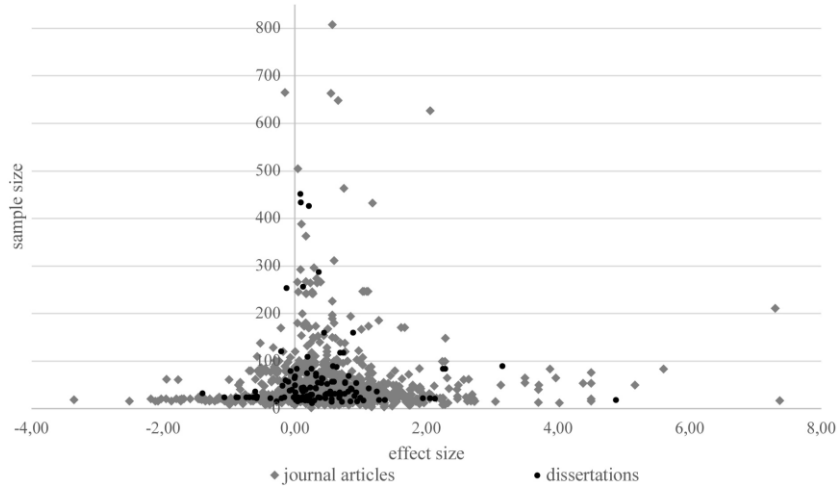
Hattie i Masters (2011) pokazali su da nastavnici i učenici različito percipiraju povratnu informaciju. Dok s jedne strane nastavnici povratne informacije doživljavaju kao komentare, kritika i korekcije, s druge strane učenici povratne informacije doživljavaju kao informacije o sljedećim koracima koji se trebaju poduzeti i povezuju ih s kriterijima uspjeha (Hattie i Masters, 2011). Obzirom na to, manjkavosti uočene u zatvaranju petlje pri formuliranju povratne informacije nastavnica, izboru vrste i razinu povratne informacije postoji mogućnost da intervencija u okviru ovog rada nije bila jednoznačno i dosljedno izvođena.

Jedno od potencijalnih pitanja i uzroka u vezi s velikim udjelom varijacija učinkovitosti povratne informacije u istraživanjima odnosi se na različite definicije, klasifikacije i konceptualizacije povratne informacije, a u konačnici i operacionalizacije (Brooks i sur., 2021). Rakoczy i suradnici (2013) vrlo specifično bavili su se usporedbom učinkovitosti između razina povratne informacije na postignuća u nastavi srednjoškolske matematike. Naime, autori su ispitivali je li veća učinkovitost povratne informacije koja je usmjerena na proces učenja od ocjena (koju autori nazivaju, tj. klasificiraju kao socijalno-komparativnu obzirom na funkciju koju ima). Iako su istraživanjem pokazali pozitivan totalni efekt povratne informacije usmjerene na proces na postignuća, rezultati nisu postigli statističku značajnost (Rakoczy i sur., 2013). Van der Kleij i sur. (2012; O'Donovan i sur., 2015) navode da je prednost korištenja davanje povratnih informacija pomoću računala u tome što se ona može dati trenutno, a može biti prilagođena obzirom na učenički odgovor (vrstu pogreške i sl.). Ipak, treba imati na umu da je ta prilagodba ipak ograničena, ona nije individualna u smislu učeničkih potreba, razine (pred)znanja i sl. nego individualizirana u odnosu na predviđene i moguće pogreške te

miskoncepcije. Sukladno tome, nameće se pitanje uspostave novog modela, odnosno klasifikacije ili operacionalizacije povratne informacije koji je intuitivniji od Hattie i Timperley (2007).

S obzirom na navedene konceptualne nejasnoće ili izazove, razlike u definiranju, primjeni i interpretaciji povratne informacije, otvaraju se i ključna metodološka pitanja vezana uz način njezina istraživanja, mjerenja i interpretacije učinaka.

Posebno, može se uočiti značajna varijabilnost u izvještavanju veličine učinka ovisno o vrsti publikacije. Prema istraživanju Wisniewskog i suradnika (2019) može se uočiti da rezultati objavljeni u okviru doktorskih istraživanja upućuju na značajnije manje veličinu učinka u odnosu one objavljene u člancima znanstvenih časopisa (vidi sliku 37.).



Slika 37. Prikaz raspona veličine učinka povratne informacije (Wisniewski, Zierer i Hattie, 2019)

Prethodno spomenuti rezultati u skladu su s drugim istraživanjima koja se bave ispitivanjem razlika u dobivenim rezultatima, posebno veličina učinaka, objavljenim u referentnim časopisima i nereferiranim publikacijama kao što su doktorske disertacije, od kojih su prve značajno veće (npr. Glass i sur., 1981; Light i Pillemer, 1986; Polanin i sur., 2016). McNeil i Newman (1994) navode nekoliko mogućih objašnjenja za takve rezultate, npr. disertacije se dovršavaju i objavljuju bez obzira na to je li postignuta značajnost, dok je manja vjerojatnost prihvaćanja i objavljivanja radova u časopisima koja nisu izvijestila o značajnim rezultatima (Light i Pillemer, 1986), kao i da znanstvena povjerenstva na doktorskim studijima zahtijevaju veću metodološku rigoroznost.

Upravo su metodološki prigovori jedni od najznačajnijih među kritičarima istraživanjima i izvještavanja o veličini učinka povratne informacije (Ekecrantz, 2015; Slavin, 2018; Wecker, 2017) pa se u ovom radu nastojala postići što veća razina metodološke rigoroznosti. Istraživanje

je provedeno u nedovoljno istraženom području – u kontekstu kognitivnih postignuća srednjoškolske nastave matematike na način da su učenici bili iz opće populacije (nisu bili pripadnici učenika s posebnim potrebama), nastavnici nisu bili visokomotivirani, istraživanje je bilo značajno dugotrajnije, na većem uzorku i korišten je kvazi-eksperimentalni nacrt s kontrolnom skupinom.

U tom kontekstu, važan je doprinos ovog rada kako bi se podigla razina transparentnosti i objava svih rezultata, uključujući negativne ili neznačajne rezultate, za potrebe budućih analiza. Objavljivanje i interpretacija neznačajnih rezultata pridonosi realističnijem razumijevanju povratne informacije i smanjuje opasnost stvaranja pojednostavljene slike prema kojoj je svaka povratna informacija nužno učinkovita. Time ovaj rad doprinosi raspravi o uvjetima pod kojima povratna informacija može, ali i ne mora, dovesti do mjerljivih promjena u učeničkim postignućima.

5.2. Razina predznanja moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća

U ovom je istraživanju pokazano da predznanje ima značajan i velik utjecaj na postignuća učenika na finalnom testu, međutim rezultati istraživanja nisu potvrdili pretpostavku da razina predznanja moderira odnos između davanja učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća. Budući da glavna hipoteza nije potvrđena, ne može se zaključivati ni o moderiranim podhipotezama, tj. ne može se reći da povratna informacija ima značajniji utjecaj za učenike niže, srednje ili više razine predznanja u odnosu na one druge.

Osim odgovaranja na pitanje što je učinkovito formulirana povratna informacija (sadržaj) i kako se učinkovito daje (način, oblik), jednako je važno, a možda i važnije prepoznati prilike za davanje povratne informacije (Kulhavy, 1977), tj. kada ju dati.

Znati *kada* i *kako* djelovati obilježje je djelotvornog nastavnika (Kyriacou, 2001). Ono je usko povezano s nastavničkim umijećima i nastavnicima ekspertima koji su refleksivni praktičari (Hattie, 2012; Kyriacou, 2011; Sullivan, 2011). Oni prate proces učenja i poučavanja tijekom koje se neprestano reflektiraju o vlastitoj izvedbi, posebnostima učenika i njihovom napretku u učenju te sukladno tome prilagođavaju poučavanje. Znati kada djelovati usko je povezano s pedagoškim taktom nastavnika. Dakle, pedagoški takt je pretpostavka za znati kada dati povratnu informaciju.

Tijekom analize nastavnih segmenata uočeno je i istaknuto nekoliko situacija u kojima je izostala prilagodba poučavanja u skladu s potrebama, odnosno povratna informacija čak i kada je zatražena, podjednako kod svih nastavnica. Prema literaturi to dovodi do smanjenja učinkovitosti intervencije (Higgins i sur., 2001; Stobart, 2008; Shute, 2008). Primjerice,

nastavnica K2 koja nakon nekoliko slučajeva ponovljenih poteškoća s računanjem $\sqrt{-1}$ ne prilagođava nastavu niti daje odgovarajuću povratnu informaciju. S druge strane kod nastavnice E3 može se uočiti „prevelika“ prilagodba uslijed neadekvatno formuliranih povratnih informacija što dovodi do nesigurnosti. Navedeno je u raskoraku sa suvremenim poimanjem nastave kojoj su učenik i njegove potrebe u središtu nastavnog procesa (Karajić i sur., 2019).

Posebno je značajna situacija kod nastavnice E1 kada je propustila priliku pružanja mogućnosti razvoja alternativnog i točnog pristupa rješavanja zadatka učenika, u odnosu na planirani. Posjedovanje vještine „znati kada pričati, a kada pustiti učenika da govori“ te ga saslušati i pomoći u daljnjem razvijanju vlastite ideje, važna je dimenzija pedagoškog takta (Suzuki, 2012), ali i suvremene, socio-konstruktivističke nastave. Nastavnikov je zadatak brza procjena konkretnih uvjeta u neposrednoj nastavi, a odluka o djelovanju *ovdje i sada* ovisi o pedagoškom taktu, vlastitom znanju o povratnim informacijama, predmetno-stručnim znanjima, metodičkom znanju itd., odnosno cjelokupnoj nastavničkoj kompetenciji. U tom smislu, potrebno je imati i određenu dozu sposobnosti improvizacije (van Manen, 2015).

Također, pri davanju povratnih informacija nastavnica dominira davanje povratnih informacija na razrednoj, tj. grupnoj razini, osim kod nastavnice K2 te djelomično kod nastavnice E1, što je u skladu s prijašnjim istraživanjima (Carless, 2006; Meyer i sur., 1979). Navedeno može biti razlog smanjenih učinaka intervencije budući da su povratne informacije manje učinkovite kada su dane na grupnoj razini, a ne individualnoj jer tada učenici mogu misliti da se na njih one ne odnose i odbaciti ih (Nadler, 1979).

5.3. Percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća

Rezultati istraživanja nisu potvrdili pretpostavku da percepcija interakcije s nastavnikom moderira odnos između davanja učinkovitih povratnih informacija i učeničkih postignuća. Budući da glavna hipoteza nije potvrđena, ne može se zaključivati ni o moderiranim podhipotezama, tj. ne može se reći da povratna informacija ima značajniji pozitivan ili negativan utjecaj za učenike koji imaju bolju ili lošiju percepciju odnosa s nastavnicom.

Jedan od mogućih razloga zašto se učinkovitost povratne informacije na poboljšanje postignuća učenika nije potvrdila ni u ovom istraživanju mogao bi biti povezan s razinom pripremljenosti učenika za primanje i primjenu povratnih informacija.

Hattie i Timperley (2007) ističu da je prethodno znanje učenika važno za razumijevanje kako i koliko povratna informacija djeluje. U literaturi (Brooks i sur. 2019; Handley i sur., 2008; Kluger i DeNisi, 1988; Lipnevich i sur., 2016; O'Donovan i sur., 2015) se navodi da učenici

često nisu adekvatno pripremljeni i naučeni na prihvaćanje i primjenu povratne informacije, a da bi ona mogla ostvariti svoj potencijal, učenici moraju biti naučeni kako primati, tumačiti i primijeniti povratnu informaciju (Sadler, 1989) te voljni uložiti vrijeme i trud u primjenu (Narciss, 2008). U ovom istraživanju vjerojatno je da učenici nisu imali dovoljno prethodno iskustvo za aktivno primanje i korištenje povratne informacije, obzirom na rezultate inicijalnog testiranja nastavnica u uvježbavanju te prema rezultatima i interpretaciji kvalitativne analize. Zbog toga se učinkovitost povratne informacije ne može promatrati samo kroz kvalitetu nastavnikova davanja, nego i kroz učenikovu sposobnost razumijevanja, prihvaćanja i primjene dobivene informacije.

Tijekom izrade disertacije autorica je, nakon provedbe istraživanja i dobivenih rezultata u srpnju 2024. godine putem elektroničke pošte kontaktirala Johna Hattieja, autora modela povratne informacije na kojem počiva ovaj rad te koautora jedne od najutjecajnijih meta-analiza o učinku povratne informacije na učenička postignuća i upoznala ga s osnovnim obilježjima istraživačkog nacrta i dobivenim neznačajnim rezultatima. U svom odgovoru Hattie je naglasak stavio na to da se recentna istraživanja sve više usmjeravaju na pitanje recepcije povratne informacije. Pritom naglašava da povratna informacija, „da bi bila učinkovita mora se čuti, razumjeti i primijeniti“ („*To be effective feedback needs to be heard, understood, and actioned*“) (Hattie, osobna komunikacija, 5.srpanj 2024). Navedeno upućuje na važnost činjenice da sama prisutnost kvalitetno oblikovane povratne informacije nije dovoljna za ostvarivanje učinka na postignuća učenika ako učenici nisu osposobljeni za njezino tumačenje i primjenu u učenju. U kontekstu ovog istraživanja to može predstavljati jedan od mogućih razloga izostanka statistički značajnih razlika između eksperimentalne i kontrolne skupine, budući da učenici prethodno nisu imali iskustva sa sustavnijom primjenom učinkovitih povratnih informacija ni razvijene kompetencije za njihovo aktivno korištenje u procesu učenja. Carless i Winstone (2020) izražavaju skeptičnost i zabrinutost vezanu za razinu nastavničkih kompetencija po pitanju vrednovanja, istovremeno ističući da su one iznimno važne za razvoj učeničkih kompetencija u području vrednovanja.

Općenito, Keeley i Tobey (2011) navode da kada se formativne tehnike koje podržavaju davanje (i primanje) povratnih informacija koriste po prvi puta da je vrlo važno upoznati učenike s tehnikom i omogućiti im praksu i iskustvo korištenja određene tehnike da bi ona funkcionirala. Učenici trebaju podršku u tome kako interpretirati postupati u skladu s povratnom informacijom (Brooks i sur., 2019).

Naime, budući da učenici koji su sudjelovali u eksperimentalnoj skupini nisu imali prethodnih iskustava s primanjem učinkovito konstruiranih povratnih informacija, s mnogim tehnikama

formativnog vrednovanja kojima su se povratne informacije isporučivale susreli su se po prvi puta, kao jedan od razloga neučinkovitosti koja se dobila može ležati u nedovoljnoj osposobljenosti učenika za korištenje povratne informacije te nedostatku iskustva s istima. Nedovoljna razine učeničke kompetencije u području vrednovanja smanjuje učinak povratne informacije (Carless i Winstone, 2020). Brooks i suradnici (2019; Brooks i sur., 2021) navode da za ostvarivanje potencijala povratne informacije nije dovoljno da bude isporučena, sama po sebi ne daje doprinos nego način na koji se daju i koriste.

Tako su i Hattie i Gan (2011) istaknuli potrebu ispitivanja učinka povratne informacije na individualnoj razini, tj. uzimajući u obzir karakteristike učenika (npr. trenutne sposobnosti, prijašnja postignuća u predmetu, otvorenost za primanje povratne informacije) jer one određuju hoće li pojedina intervencija biti učinkovita (Lipnevich i sur., 2016). Rakoczy i suradnici (2008) pokazali su da učenički angažman ($\beta = 0.19$), duboko razumijevanje (na razini dokazivanja) ($\beta = 0.09$) i opće matematičko postignuće imaju utjecaj na buduća učenička postignuća, pri čemu opći uspjeh u matematici ima najveći utjecaj ($\beta = 0.24$), a uočeni su značajni interakcijski efekti. U navedenom istraživanju individualizirani pristup imao je značajan utjecaj na opći matematički uspjeh, dok se odnos nastavnik-učenik nije pokazao značajnim.

Kao kovarijable u ovom radu kontrolirale su se varijable učeničkog predznanja, tj. zaključna ocjena iz nastavnog predmeta matematike te percepcija interakcije s nastavnicom za koje se pretpostavilo da imaju najveći utjecaj na postignuća učenika i prihvaćanje povratne informacije (Hattie i Timperley, 2007; Kyriacou, 2001; Rakoczy i sur., 2008; Wisniewski i sur., 2019). Odabir navedenih varijabli pokazao se kao ispravan jer se pokazala značajna povezanost sa rezultatom na finalnom testu. (za zaključnu ocjenu r=0,653**; za DO r=-0,225** i za SO r=-0,190*).

Ipak, za buduća istraživanja bit će potrebno uzeti u obzir i druge varijable koje literatura sugerira poput iskustva u korištenju primjenjivanih formativnih tehnika, postojanje prilike da učenik primijeni povratnu informaciju (Anthony, 1996; Stobart, 2008; Shute, 2008) ali i one koje su povezane s prihvaćanjem povratnih informacija, a ne ovise o nastavniku kao što su intrapersonalne karakteristike učenika. To bi mogle biti: otvorenost za primanje povratne informacije (Hattie i Gan, 2011), motivacija za učenje (Hattie i Yates, 2014), samoefikasnost (Zimmerman, 2000; Koludrović i sur., 2015), strah od pogreške (Hattie i Yates, 2014) i uvjerenja koja su posebno važna za nastavu matematike i dr.

5.4. Završna razmatranja

Budući da glavne hipoteze istraživanja nisu potvrđene, završna razmatranja usmjerena su na šire metodološko i teorijsko promišljanje dobivenih rezultata. Neznačajni rezultati ne upućuju nužno na neučinkovitost povratne informacije, nego na složenost njezina djelovanja u stvarnim nastavnim uvjetima. Suvremena istraživanja ukazuju da učinkovitost povratne informacije ovisi i o drugim nastavnim čimbenicima poput skrivenog kurikuluma, kompetentnosti i stila rada nastavnika, a posljedično i metoda poučavanja, socio-emocionalnog odnosa između nastavnika i učenika i sl. (npr. Guo i Wei, 2019; Lipnevich i sur., 2016; Rakoczy i sur., 2013; Zhang i sur., 2019), odnosa prema predmetu, predmetnih specifičnosti, razini obrazovanja učenika (Ross i Bruce, 2007; Vinson, 2001) i sl., odnosno o složenom kontekstu odgojno-obrazovnog procesa. Iako je moguće kvantificirati učinak povratne informacije, teško ga se može smatrati „čistim" ili univerzalnim zbog brojnih međudjelujućih varijabli koje utječu na njegovu snagu i smjer, odnosno varijabilnost. Wecker i suradnici (2017) smatraju da su brojni čimbenici koje je Hattie (2009) izdvojio kao zasebne čimbenike na postignuća zapravo su dijelom povratne informacije ili u interakciji s njom, kao što su: formativno vrednovanje (d=0,48), refleksija (d=0,75), postavljanje ciljeva učenja (d=0,68).

Ova razmišljanja podupiru pristup prema kojem se učinci interpretiraju kontekstualno, ne kao determinističke zakonitosti nego kao iskazi vjerojatnosti koji uzimaju u obzir i detaljno razmatraju i druge individualne i situacijske čimbenike, uvažavajući da mogu postojati i druga objašnjenja (König i Zedler, 1998). Umjesto univerzalnih zaključaka, istraživanja bi se trebala fokusirati na identifikaciju specifičnih uvjeta pod kojima je povratna informacija najučinkovitija. (Carenini i sur., 2014). Primjerice, Hattie i Timperley (2007) u prvoj meta-analizi potencijala povratne informacije naveli su da je ona koja je dana digitalno najučinkovitija, revidirana meta-analiza pokazala je da medij davanja nije značajan moderator, ali da jesu vrsta i razina (Wisniewski i sur., 2019). Stoga je pitanje može li se učinak povratne informacije u eksperimentalnom dizajnu izolirati od drugih nezavisnih čimbenika do te mjere (u prirodnim uvjetima) da bi se ispitivalo pomoću zakona jedne varijable. U konačnici, postavlja se pitanje može li se složeni koncept povratne informacije i njezin učinak uopće (metodološki što čišće) izmjeriti kao takav ili je on ipak u najvećoj mjeri ovisan posredovanjem, moderiranjem i međudjelovanjem drugih varijabli.

Uzimajući sve navedeno u obzir postavlja se pitanje, koje je jedno od ključnih u raspravama o metodologiji obrazovnih istraživanja, može li se učinak učinkovite povratne informacije onda uopće i koliko dobro izmjeriti ako je poznato da:

- ovisi o velikom broju varijabli (moderatora i medijatora) – složenost obrazovnog konteksta (u stvarnim i prirodnim uvjetima promatranja postoji mnogo varijabli koje se ne mogu kontrolirati kao što su: motivacija, samopouzdanje, osobnost, stavovi i uvjerenja, vrste zadataka, metode poučavanja, socio-kulturalne kontekste, nastavne situacije, interakcijske odnose,…
- varijable imaju interakcijski učinak (npr. stavovi x odnos prema nastavniku x medij povratne informacije x vrsta zadatka)
- učinkovitost i učinak je različit za različite osobe, škole, predmete, kulture,… (ista povratna informacija može djelovati različito na različite učenike)
- učinkovita povratna informacija je jedinstvena i kao takva nije podložna kvantitativnim metodama mjerenja.

Stoga se rezultati ovog istraživanja mogu promatrati kao potvrda potrebe za opreznijim i kontekstualno osjetljivijim pristupom istraživanju povratne informacije. Umjesto donošenja zaključka da povratna informacija nije učinkovita, primjerenije je predložiti budućim istraživanjima uvažavanje većeg broja kontekstualnih i situacijskih nastavnih čimbenika. Umjesto pokušaja traženja konkretne, prosječne i univerzalne veličine učinka predlaže se otkrivanje *kada, za koga i u kojim uvjetima i kakva* povratna informacija doprinosi ostvarenju postignuća.

U skladu s time potrebni su složeniji istraživački nacrti kao što su meta-analize s uključenim moderatorskim efektima, meta-regresije i strukturno modeliranje, da bi se preciznije shvatili uvjeti učinka. Ili nasuprot tome, longitudinalna kvalitativna sudjelujuća ili akcijska istraživanja koja će omogućiti dugoročniju prilagodbu nastavne prakse i tijekom kojih se može detaljno i precizno opisivati u kontekstu uvažavajući varijable koje ga oblikuju, a pri čemu istraživač dobro poznaje odnose, djecu i sl. Akcijska istraživanja zasnivaju se na unaprjeđenju nastavne prakse uz istovremeno praćenje ostvarenih promjena, a što omogućuje stvaranje teorija (McNiff i Whitehead, 2010). U tom slučaju nastavnicima bi imali mogućnost dobivanja kontinuirane podrške, prilagođavanje nastavne prakse, više vremena za usavršavanje te učenje iz vlastitog iskustva uz refleksiju te učeničke reakcije.

5.4. Ograničenja

Glavna ograničenja istraživanja odnose se na ograničenu mogućnost generalizacije rezultata budući da se istraživanje provelo na prigodnom uzorku. Navedeno, ali i izbor prirodnih uvjeta istraživanja doveli su do neujednačenosti učenika u predznanju u kontrolnoj i eksperimentalnoj skupini te se sva razlika u postignuću na finalnom testu objašnjava razlikama u predznanju.

Iako su u okviru istraživačkog nacrta kontrolirane neke kovarijable, moguće je da su izvan mjerenja izostale neke druge važne varijable poput motivacije, samoefikasnosti, otvorenosti za povratnu informaciju i sl. koje su mogle imati utjecaja na konačan rezultat. U stvarnim školskim uvjetima teško je izolirati djelovanje jedne varijable, poput povratne informacije, od svih ostalih utjecaja zbog čega dobiveni rezultati ne mogu biti promatran kao potpuno neovisni.

Dodatno, rezultati dobiveni kvalitativnom analizom, koja nije bila glavna istraživačka metoda u ovom istraživanju nego svojevrsna kontrola, temeljili su se na vrlo kratkim i izdvojenim segmentima snimljene nastave što znači da nije moguće donositi potpuno pouzdane zaključke o uobičajenoj nastavnoj praksi, kvaliteti intervencije ili uspoređivati rezultate interpretacije između nastavnica. Također, na pojedinim snimkama nisu se svi dijelovi mogli kvalitetno čuti, što je u interpretaciji i u transkriptu jasno naznačeno. Unatoč slabijoj čujnosti pojedinih dijelova, kontekst nastavne situacije omogućio je razumijevanje onoga što se odvijalo te pretpostavku sadržaja izgovorenoga. Procijenjeno je da navedeno nije značajno utjecalo na samu interpretaciju rezultata. Nadalje, nisu sve interpretacije bile jednako opsežne, što je posljedica različitog trajanja analiziranih segmenata i njihove specifičnosti (primjerice uvodni ili završni dijelovi nastavnog sata).

Temeljem uvida u snimljenu nastavu došlo je do naznaka da unutar eksperimentalne skupine nisu sve nastavnice ujednačeno i dosljedno provodile intervenciju, što može biti razlog oslabljenog ukupnog učinka intervencije. Ipak, da bi se mogli donositi pouzdaniji zaključci o nastavnoj praksi i kvaliteti intervencije potrebno je koristiti mješoviti istraživački nacrt i pristup.

Iako je izbor vremenskog trajanja provedbe istraživanja bio unaprijed određen radi kontrole određenih parazitarnih varijabli kao što je maturacija ispitanika, moguće je da nastavnicima za uvođenje novih nastavnih praksi potrebno dulje vrijeme za prilagodbu i stabilizaciju kako bi njihov učinak mogao biti vidljiv u postignućima učenika. Također, moguće je da sam model uvježbavanja nastavnika nije bio dovoljno učinkovit za dugoročniju stabilizaciju pedagoške promjene. Buduća bi istraživanja trebala posvetiti veću pozornost učinkovitim načinima uvježbavanja te dodatnom osnaživanju nastavnika za davanje učinkovitih povratnih informacija.

6.ZAKLJUČAK

Budući da su prijašnja istraživanja upućivala na varijabilne rezultate učinka povratne informacije (npr. Hattie i Timperley, 2007; Kluger i DeNisi, 1996; Wisniewski i sur., 2019), cilj je ovog istraživanja bio je ispitati učinak davanja povratne informacije uvažavajući kritiku

(Ekecrantz, 2015; Slavin, 2018; Wecker, 2017) primjenom metodološki rigoroznijeg pristupa. U istraživanju je provedeno kvazi-eksperimentalni dvokratni nacrt s neujednačenim skupinama uz kontrolu dvije kovarijable: predznanje učenika i učenička percepcija interakcije s nastavnicom primjernom moderatorske regresijske analize.

Ipak, očekivani učinak nije potvrđen. Rezultati istraživanja pokazali su da je postavljeni model značajan, ali značajnim se nije pokazala moderacija, tj. pripadnost eksperimentalnoj skupini tijekom provedbe istraživanja. Rezultati nisu potvrdili statistički značajan utjecaj same intervencije na učenička postignuća. Nije potvrđeno da percepcija interakcije s nastavnikom moderira taj odnos, kao ni predznanje učenika. Najznačajnijim na utjecaj postignuća pokazalo se jedino predznanje učenika. Time se dodatno potvrđuje da je učinak povratne informacije kompleksan i ovisan o brojnim moderatorima, a uz predznanja učenika, percepciju interakcije s nastavnicom potrebno je razmotriti i druge nekontrolirane varijable ovog istraživanja koje predstavljaju svojevrsna ograničenja kao što su: osposobljenost učenika za korištenje povratnih informacija, trajanje intervencije, stil rada nastavnika, paradigma poučavanja, stručno usavršavanje nastavnika za davanje povratnih informacija i sl.

Za pedagošku praksu to znači da davanje povratne informacije ne treba promatrati kao izoliranu tehniku, nego kao dio cjelovitog procesa formativnog vrednovanja i poučavanja. Nastavnici trebaju razvijati kompetencije za pružanje jasnih, individualiziranih i sadržajno usmjerenih povratnih informacija koje učenike vode prema poboljšanju postignuća. Isto tako, učenike je potrebno sustavno poučavati kako primati, interpretirati i primijeniti povratnu informaciju u vlastitom učenju. Prema interpretacijama segmenata snimljene nastave u okviru rezultata kvalitativne analize, implikacije za nastavu matematike posebno upućuju na potrebu većeg naglaska na raspravu, matematičko argumentiranje, refleksiju i kvalitetu matematičkog mišljenja, a manje na isključivo korektivne informacije usmjerene na točnost rješenja.

Ovaj neznačajni rezultat doprinosi smanjenju pristranosti objavljivanja istraživanja s dominantno značajnim i pozitivnim rezultatima. Time se potiče otvorenija znanstvena rasprava te ističe važnost objavljivanja i neznačajnih rezultata za dobivanje cjelovitije slike o stvarnom učinku povratne informacije. Istovremeno, ovo istraživanje dodatno potvrđuje potrebu za oprezom pri generaliziranju rezultata ranijih meta-analiza i univerzalnih modela povratne informacije. Učinkovitost povratnih informacija ne može se promatrati izvan konkretnog socio-kulturalnog, nastavnog, interpersonalnog konteksta, što upućuje na potrebu fleksibilnog i refleksivnog pristupa u suvremenoj pedagoškoj praksi.

Isto tako, dobiveni rezultat doprinio je promišljanju o razumijevanju granica i uvjeta učinkovitosti davanja povratne informacije te otvorio prostor za kritičko preispitivanje

postojećih teorijskih modela te metodoloških okvira koji su do sada dominirali ovim područjem, uz razmatranje alternativnih teorijskih pristupa.

U ovom radu pošlo se od modela povratne informacije prema Hattie i Timperley (2007). Prema njima, učinkovita povratna informacija mora odgovoriti na tri pitanja: Kamo idem? (Što su ciljevi?), Kako napredujem? (Kako ću postići ciljeve?) i Što dalje? (Što se treba poduzeti da bi se ostvario daljnji napredak?). Sukladno tome, povratna informacija je pravilno formulirana ako njezina formulacija sadrži tri komponente: *feed up, feed back* i *feed forward*. Hattie i Timperley (2007) donose razine učinkovitosti na koje se povratna informacija može odnositi: zadatak, proces izvršavanja zadatka i samoregulacija. Uz to, autori identificiraju i razinu na kojoj se često daje „povratna informacija“, ali takve informacije ne smatraju učinkovitima ni povratnim informacijama jer su usmjerene na osobu (usmjeravaju na povećanje truda itd.) i nisu u kontekstu učenja.

Međutim, potrebno je razlikovati učinkovito formuliranu povratnu informaciju od učinkovitog davanja povratne informacije, a posljedično i prihvaćanja povratne informacije. *Znati što* čini i kako se formulira povratna informacija da bi bila učinkovita nije dovoljno. Važan zaključak koji proizlazi iz sinteze prethodnih istraživanja, uključujući i ovo, da ne postoji jedna i određena (vrsta) povratne informacije (ma kako dobro ona bila formulirana) koja bi bila prikladna i učinkovita za sve učenike ili u istim/sličnim nastavnim situacijama. Čak štoviše, ista povratna informacija dana istom učeniku u naizgled istoj situaciji može drugačije djelovati i biti u potpunosti neodgovarajuća i zbog, primjerice, drugačijih socio-emocionalnih stanja.

Iako kroz iskustvo i refleksivnu praksu nastavnik može pretpostaviti nastavne situacije u kojima će doći do poteškoća u učenju, razvoja miskoncepcija i sl., te se može adekvatno pripremiti i planirati kako na njih metodički odgovoriti, povratna informacija ne može se nikad unaprijed u potpunosti formulirati i pripremiti jer konačna povratna informacija, da bi bila učinkovita, nastaje u trenutku susreta sa specifičnom situacijom i učenikom (pogreškom, predznanjem, osobnosti, stavovima, emocionalnim stanjem i sl.). Učinkovita povratna informacija može unaprijediti učenička postignuća, ali da bi ona bila učinkovita u prvom redu mora biti individualna, specifična, tj. povezane sa zadatkom, kriterijima uspjeha i ishodima učenja, uz uvažavanje niza različitih čimbenika, specifičnosti nastavnih situacija te individualnih posebnosti učenika, kako bi se to uistinu i ostvarilo.

Da bi nastavnik mogao isporučiti/dati takvu povratnu informaciju potrebno je znati *kako i kada* dati pravilno formuliranu povratnu informaciju. Znati *kada* i *kako* „najveći dragulj pedagoškog umijeća“ kvalitetnog nastavnika (Herbart, 1806, 52, u: Benner, 1986, 92, prema Vrcelj i sur., 2023). Budući da to vrijedi općenito, vrijedi i za nastavničku aktivnost davanja povratnih

informacija učenicima. Nastavnik može posjedovati veliko teorijsko znanje o definiciji, vrstama, moderatorima učinkovitosti povratne informacija i sl., a biti nedjelotvoran (i neuvježban) u kreiranju pravovremenih i kvalitetnih povratnih informacija u konkretnim nastavnim situacijama. Potrebno je razmišljati i odlučivati tijekom cijelog nastavnog procesa (prije, za vrijeme i nakon) o tome kako formulirati, putem kojeg medija dati, u kojem socijalnom obliku učenja te kada dati povratnu informaciju da bi se na optimalan način ostvarili (najveći) rezultati.

Znati kada podrazumijeva i *znati kada ne* djelovati, tj. uključuje i pedagošku suzdržanost. Kako je već ranije navedeno, u određenim situacijama, ovisno o vrsti zadataka, o pogrešci i predznanju učenika, odgoda povratne informacije ima veći učinak od trenutnog davanja. Djelotvoran nastavnik ne reagira automatski niti uvijek odmah pomaže, nego procjenjuje nastavnu situaciju i sagleda širu sliku, sukladno čemu reagira. To znači da ne daje povratnu informaciju čim se učenik susretne s poteškoćom, ne sprječava učenika u doživljavanju svakog neuspjeha, ali ga odgađanjem ne dovodi ni do razine frustracije. Ponekad učenik mora sam pokušati, osjetiti napor, kognitivnu borbu i nelagodu, imati prostor za razvoj samostalnosti i samodjelatnosti, tj. sposobnost da učenik djeluje sam, da razmišlja, da preuzima odgovornost u okviru zone proksimalnog razvoja (dalje: ZPD). Ako nastavnik stalno „drži ljestve“ i onda kada nije potrebno, tj. sukladno napretku ne sklanja „ljestve“, dolazi do onemogućavanja prostora za razvoj sposobnosti samoreguliranog učenja. Dakle, primjerena odgoda može predstavljati oblik pedagoške brige za očuvanje autonomije i sprječavanje razvoja vanjskog lokusa. S druge strane ako je povratna informacija previše odgođena može stvoriti nesigurnost, frustraciju, otpor, preveliku izloženost i negativne emocije. Iz navedenog se može zaključiti da je pravovremenost povratne informacije povezana s pedagoškim taktom, na način da će povratna informacija biti pravovremeno dana ovisno o razvijenosti pedagoškog takta nastavnice.

Pedagoški takt podrazumijeva prepoznavanje ZPD te djelovanje u skladu s istim, odnosno uspostavljanje ravnoteže između djelovanja (intervencije) i nedjelovanja/suzdržavanja (samostalnog rada učenika). *Znati što, kada i kako* obilježja su koja posjeduje djelotvoran nastavnik koji ima visokorazvijenu razinu pedagoškog takta i širok spektar razvijenih nastavničkih kompetencija. Aksiom školskog (ne)uspjeha koji glasi „Škola vrijedi onoliko koliko vrijedi njen nastavnik“ (Jukić, 2010, str. 298), mogao bi se izmijeniti za ovaj kontekst te bi se moglo reći da *povratna informacija onoliko učinkovita koliko je učinkovitom vidi nastavnik, koliko je učinkovit nastavnik, odnosno koliko ima razvijen pedagoški takt*.

Kao što nijedna pedagogijska teorija niti metoda poučavanja ne može točno i u cijelosti *reći* nastavnicima što raditi u određenim okolnostima, jer ono ovisi o pedagoškom taktu nastavnika

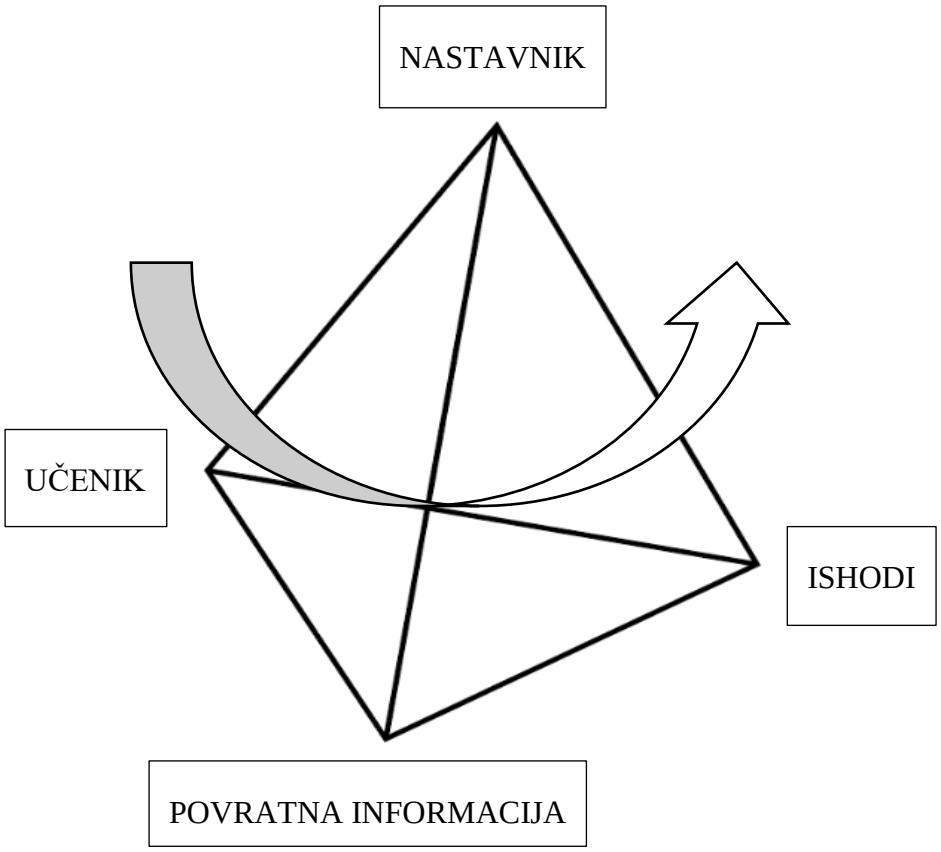
i jer je socio-kulturalni kontekst događaja u učionici toliko kompleksan, to vrijedi i za učinkovite povratne informacije. Prema tome, pedagoški takt nedjeljiv je od procesa pružanja (trenutne) povratne informacije.

Navedeno je očito i iz same definicije i obilježja povratne informacije koje svoju učinkovitost vežu uz posebnosti učenika i ovise o njegovoj individualnoj izvedbi. Naime, nastavnik u trenutku mora donijeti niz odluka temeljenih na poznavanju učenika (njihova predznanja, motivacije, interesa i socio-emocionalnog stanja) te u skladu s tim odabrati oblik, medij i formulaciju povratne informacije koja će biti najprimjerenija u specifičnoj situaciji.

U kontekstu ovoga rada prikazat će se didaktički tetraedar kojem je četvrti vrh povratna informacija (v. slika Didaktički tetraedar s povratnom informacijom). Nastavnik i povratna informacija povezani su jer nastavnik formulira i daje povratnu informaciju. Povratna informacija i ishodi povezani su jer se povratna informacija daje u kontekstu učenja i u ovisnosti o usvojenosti ishoda. Osim toga, formulira se na način da učenik napreduje ka zadanom ishodu. Učenik i povratna informacija povezani su jer ju učenik prima i pomoću nje ispravlja greške, ostvaruje napredak, učenje i ishode, razvija samoregulaciju. Kao što se u didaktičkom trokutu naglašava da je učitelj usmjeren na oblikovanje veze između učenika i ishoda, u tetraedru povratna informacija prožima cijelu strukturu, nastaje temeljem interakcije nastavnik-učenik-ishodi te i dalje utječe na njih.

Fokus nastavnika je na davanju učinkovite povratne informacije koja se upućuje učeniku stoga nastavnik i učenik nisu povezani samo putem ishoda već i putem povratne informacije (što podrazumijeva vrednovanje i refleksiju kao sastavni dio pedagoških odnosa). Učenik i ishodi nemaju više statičan odnos nego se on neprestano mijenja kroz povratnu informaciju – zatvara se jaz između trenutne izvedbe i ishoda učenja.

Dakle, u didaktičkom tetraedaru s povratnom informacijom uočava se dinamičan i kružan proces regulacije, u kojem povratna informacija moderira i redefinira odnose između nastavnika, učenika i ishoda.



Slika 38. Didaktički tetraedar s povratnom informacijom

Upravo zato povratnu informaciju treba promatrati kao relacijski pedagoški fenomen koji se manifestira na različite načine, u različitim vrstama djelovanja, interakcija i s različitim učenicima. Ona je pedagoški fenomen jer nastaje unutar odnosa između nastavnika i učenika te je nerazdvojiva od same pedagoške situacije, u kojoj nastavnik djeluje u korist učenika i u skladu s odgojno-obrazovnim ishodima. Drugim riječima, nastavnik treba *znati što, kada, kako* i *kome*, budući da povratna informacija nastaje (i ovisi) o interakciji nastavnika i učenika.

Povratna informacija je fenomen jer se pojavljuje kada nastavnik bude „osjetljiv“ na učeničke potrebe, odnosno prepozna (i kreira) priliku u kojoj je potrebno dati povratnu informaciju, ispravno je formulira i da je na adekvatan način i odgovarajućoj razini. Pri svom pedagoškom djelovanju nastavnik na temelju teorije djeluje u konkretnoj nastavnoj situaciji, ali samostalno procjenjuje što je najbolji pedagoški odgovor za pojedinog učenika, tako da se može reći da je nastavničko davanje povratnih informacija fenomen pedagoškog djelovanja.

Slijedom navedenih razmišljanja može se zaključiti da odgovor na pitanje o učinkovitosti povratnih informacija ovisi o pedagoškom taktu nastavnika. Nastavničko davanje (izražavanje) povratnih informacija prema tome može se smatrati subjektivnim događajem nastavnika. Stoga,

moglo bi se reći da je učinkovita povratna informacija konkretna pedagoška intervencija u kojoj pedagoški takt dolazi do izražaja jer učinkovitost povratne informacije ne ovisi samo o sadržaju nego i o taktičnom pristupu (kako, kada i kome se govori). U tom slučaju više se ne priča o učinkovitim povratnim informacijama nego o taktičnim povratnim informacijama.

Taktične povratne informacije daju se u kontekstu učenja i usmjerene su na proces učenja i razvoja. Taktične povratne informacije nisu usmjerene na osobu, ne poistovjećuju učenika s uspjehom, odnosno neuspjehom i učeniku pružaju jasne smjernice za daljnji rad bez ugrožavanja njegova samopoštovanja. Taktične povratne informacije su jedinstvene i individualne jer je svaki učenik jedinstven kao i svaka nastavna situacija u kojoj se daje. Taktične povratne informacije su uravnotežene, u količini sadržaja, u učestalosti davanja, u pružanju pomoći i podrške te preuzimanju kontrole i postavljanja izazova i kognitivnog napora. Taktične povratne informacije pružene su u ZPD. Konačno, taktične povratne informacije bile bi one koje su formulirane su na način da zatvaraju petlju povratne informacije te su dane na taktičan način.

Pritom, djelotvoran nastavnik/nastavnik ekspert zna da povratna informacija ima potencijal na poboljšanje postignuća, ali nije uvijek jamstvo poboljšanja. Nastavnik ne može uvijek znati je li njegova intervencija bila učinkovita, tj. hoće li rezultirati s promjenom u učenju, zatvaranjem jaza između trenutne izvedbe i željenog cilja i ishoda učenja te promjenom u postignuću.

Navedeno je jednim dijelom posljedica specifičnosti i neponovljivosti pedagoških situacija koje ne dozvoljavaju generalizacije, odnosno normiranje, nego podrazumijevaju interpretativnost. Zbog toga što nastavnik često mora reagirati u odnosu na specifičnu situaciju koja je konkretna, neplanirana i neponovljiva, taktična povratna informacija je pedagoški fenomen, a ne formativna metoda vrednovanja, kako se u literaturi navodi. U dosadašnjim istraživanjima i teorijama povratna informacija promatrala se kao korektivni mehanizam, metoda, sredstvo optimizacije postignuća i zatvaranja jaza između trenutne i ciljane razine. Međutim, taktična povratna informacija nije metoda ili tehnika, nego situacijska i relacijska intervencija koja zahtijeva prosudbu u odnosu na jedinstvenost učenika. Dodatno, ne ogleda se samo u formulaciji sadržaja povratne informacije nego i u neverbalnoj komunikaciji, stilu poučavanja, skrivenom kurikulumu (npr. ton, pogled, šutnja, fizička udaljenost) itd.

Navedeno je drugim dijelom posljedica toga što djelotvornost povratne informacije ovisi o tome hoće li ju i kako učenik primiti, interpretirati i primijeniti (što ovisi između ostalog npr. o odnosu nastavnika i učenika), zbog čega je davanje povratne informacije relacijski, situacijski i intersubjektivni događaj.

Sukladno tome, postavlja se pitanje mogućnosti mjerenja učinka (taktične) povratne informacije koja se ne može u potpunosti operacionalizirati. Budući da je temeljni cilj istraživanja ispitati utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima u prirodnim uvjetima te radi usporedivosti rezultata s prethodnim istraživanjima, temeljna metodologija bila je kvazi-eksperiment. Međutim, polazeći od sada definiranog poimanja učinkovite povratne informacije kao taktične povratne informacije, zbog fenomenološke naravi korištenje metoda kao što su sustavno praćenje i eksperimentalni nacrti nisu primjerene (Friesen i Osguthrope, 2017).

Kao jedno od logičnih odgovora koje se nameće bilo bi akcijska istraživanja koja omogućuju detaljno i precizno opisivanje konteksta, uvažavanje varijabli koje ga oblikuju, a pri čemu istraživač može dobro ocijeniti je li povratna informacija bila taktična ili ne (jer dobro poznaje odnose, djecu i njihove posebnosti i sl.), pratiti ostvarene promjene te unositi promjene tijekom istraživanja sukladno uspješnosti.

Konačno kao ključan teorijski doprinos ovog rada je donošenje koncepta taktične povratne informacije, kojom se naglašava uloga pedagoškog takta nastavnika u određivanju učinkovitosti povratne informacije. Rad predlaže konceptualnu prilagodbu i proširenje didaktičkog trokuta na didaktički tetraedar s povratnom informacijom čime se naglašava dinamična i regulacijska uloga povratne informacije u odnosu između nastavnika, učenika i ishoda učenja. Povratna se informacija pritom redefinira iz metode ili tehnike u relacijski i situacijski pedagoški fenomen koji ovisi o interakciji nastavnika i učenika te taktu nastavnika koji određuje kako će je formulirati te kako, kada i kome uputiti. Sukladno tome sugerira se prilagodba adekvatnih istraživačkih dizajna za buduća istraživanja.

POPIS LITERATURE

AARE/NZARE. (2003). An evaluation of the quality of teacher feedback to students: A study of numeracy in the primary education sector. Auckland.

Akendita, P. A. (2024). Investigating the effect of socio-constructivist mathematics teaching on students' mathematics achievement: The mediating role of mathematics self-efficacy. *Educational Point, 2*.

Allan, W., Lutz, S. i Wagner, A. (2005). Early adolescents development across the middle school years: Implications for school counselors. *Professional School Counseling, 9*(2), str. 112-119.

Anderson, L. W. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.* Boston, MA: Allyn & Bacon.

Anderson, L. (2002). Curricular alignment: A re-examination. *Theory Into Practice, 41*(4), str. 255-260.

Anderson, T. (2003). Getting the mix right again: An updated and theoretical rationale for interaction. *International Review of Research on Open and Distance Learning, 4*(2), str. 1-14.

Andersson, C. i Palm, T. (2017). The impact of formative assessment on student achievement: A study of the effects of changes to classroom practice after a comprehensive professional development programme. *Learning and Instruction*, str. 92-102. doi:10.1016/j.learninstruc.2016.12.006

Andrilović, V. i Čudina-Obradović, M. (1985). *Psihologija učenja i nastave.* Zagreb: Školska knjiga.

Anthony, G. (1996). Classroom Instructional Factors Affecting mathematics Students' Strategic Learning Behaviours. *Technology in Mathematics Education. Proceedings of the Eighteenth Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia* (str. 38-48). Melbourne: Mathematics Research Group of Australasia.

Anthony, G. W. (2009). *Effective pedagogy in mathematics.* . Wellington: Ministry of Education.

Applebee, A. N. i Langer, J. (2011). A Snapshot of Writing Instruction in Middle Schools and High Schools. *The English Journal, 100*(6), str. 14-27.

Arambašić, L., Vlahović-Štetić, V. i Severinac, A. (2005). Je li matematika bauk? Stavovi, uvjerenja i strah od matematike kod gimnazijalaca. *Društvena istraživanja: časopis za opća društvena pitanja, 6*(80), str. 1081-1102.

Arnett, J. (2014). *Adolescence and emerging adulthood.* Boston: Pearson Education Limited.

Aschraft, M. (2002). Current Directions in Psychological Science. *Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences, 5*, str. 181-185.

Ashwell, T. (2000). Patterns of teacher response to student writing in a multiple-draft composition classroom: Is content feedback followed by formfeedback the best method? *Journal of Second Language Writing, 9*(3), str. 227-257. doi:10.1016/S1060-3743(00)00027-8

Assessment and Qualifications Alliance (2007). *A2 History 6041 June 2007 mark scheme: Alternative L – The United States, 1877–1991 (AQA-HS4L-W-MS-JUN07)[PDF]. AQA.* Dohvaćeno iz https://freeexampapers.com/exam-papers//A-Level%20%28copy%29/History/AQA/1041/2007-Jun/AQA

Attali, Y. (2015). Effects of multiple-try feedback and question type during mathematics problem solving on performance in similar problems. *Computers & education*, str. 260-267. doi:https://doi.org/10.1016/j.compedu.2015.08.011

Atteslander, P. (1995). *Methoden der empirischen Sozialforschung.* Berlin: De Gruyter.

Ausubel, D. (1968). *Educational psychology: a cognitive view.* New York: Holt, reinhart & Winston.

Baker, W. i Bricker, R. (2010). The effects of direct and indirect speech acts on native English and ESL speakers' perception of teacher written feedback. *System, 38*, str. 75-84. doi:10.1016/j.system.2009.12.007

Baker, S., Gersten, R. i Lee, D.-S. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal*(103), str. 51-73. doi:https://doi.org/10.1086/499715

Bakker, M., van den Heuvel-Panhuizen, M. i Robitzsch, A. (2015). Effects of playing mathematics computer games on primary school students' multiplicative reasoning ability. *Contemporary Educational Psychology*, str. 55-71.

Ball, D., Hill, H. i Bass, H. (2005). nowing mathematics for teaching: Who knows mathe-matics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, str. 14-22.

Baliram, N. i Ellis, A. (2019). The impact of metacognitive practice and teacher feedback on academic achievement in mathematics. *School Science and Mathematics*, str. 1-11.

Balzer, W., D. M. i O'Connor, R. J. (n.d.). Effects of cognitive feedback on performance. *Psychological Bulletin, 3*, str. 410–433.

Bandura, A. (1978). The self system in reciprocal determinism. *American Psychologist, 33*, str. 344-358.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory.* Englewood Cliffs, NJ.: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control.* New York: W.H. Freeman & Co.

Bandura, A. (2001). Social cognitive theory: An agentic perspective. *Annual review of psychology, 52*(1), str. 1-26.

Bangert-Drowns, R. L., Kulik, J. A. i Kulik, C. (1991). Effects of frequent classroom testing. *Journal od educational reasrch, 85*(2), str. 89-99.

Barringer, C. i Gholson, B. (1979). Effects of type and combination of feedback upon conceptual learning by children: Implications for research in academic learning. *Review of Educational Research, 49*(3), str. 459–478.

Bašić, S. (2007). Nacionalni obrazovni standard – instrument kontroliranja učinkovitosti obrazovnog sustava, unapređivanja kvalitete nastave ili standardiziranja razvoja osobnosti? *Pedagogijska istraživanja, 4*(1), str. 25-41.

Beaumont, C., O'Doherty, E. i Shannon, L. (2011). Reconceptualising Assessment Feedback: A Key to Improving Student Learning? *Studies in Higher Education, 6*, str. 671-687. doi:10.1080/03075071003731135

Beesley, A. D. i Apthorp, H. S. (2010). *Classroom instruction that works, second edition: Research report.* Denver, CO: Mid-continent Research for Education and Learning.

Benbow, C. i Stanley, J. (1980). Sex differences in mathematical ability: Fact or artifact? *Science*(210), str. 1262-1264.

Bennett, S., Agostinho, S. i Lockyer, L. (2017). The Process of Designing for Learning: Understanding University Teachers' Design Work. *Educational Technology Research and Development, 65*(1), str. 125-145.

Berliner, D. C. (2002). Comment: Educational research: The hardest science of all. *Educational researcher, 31*(8), str. 18-20.

Berry, R. (2008). *Assessment-for-learning.* Hong Kong: Hong Kong University Press.

Biber, D., Nekrasova, T. i Horn, B. (2011). *The Effectiveness of feedback for L1-English and L2-writing development: a meta-analysis.* Wiley Online Library. doi:10.1002/j.2333-8504.2011.tb02241.x

Biesta, G. (2007). Why "what works" won't work: Evidence-based practice and the democratic deficit in educational research. *Educational theory, 57*(1), str. 1-22.

Biggs, J. i Tang, C. (2007). *Teaching for quality learning at university: What the student does. 3rd ed.* . New York, NY: McGraw-Hill.

Biggs, J. i Tang, C. (2011). *Teaching for Quality Learning at University.* McGraw-Hill Education.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. i William, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice.* Berkshire, England: Open University Press.

Blakemore, S. J. i Choudhury, S. (2006). Development of the adolescent brain: Implications for executive function and social cognition. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*(47), str. 296-312.

Bognar, B. (2012). Pedagogija na putu prema pluralizmu znanstvenih paradigmi i stvaralaštvu. U N. Hrvatić i A. Klapan, *Pedagogija i kultura* (str. 100-110). Zagreb: Hrvatsko pedagogijsko društvo.

Bognar, L. i Matijević, M. (2005). *Didaktika.* Zagreb: Školska knjiga.

Bond, L., Smith, R., Baker, W. K. i Hattie, J. (2000). *Certification system of the National Board for Professional Teaching Standards: A construct and consequen tial validity study.* Washington, DC: National Board for Professional Teaching Standards.

Borg, W. i Gall, M. (1979). *Educational research: an Introduction (third edition).* London: Longman.

Borphy, J. (1999). Toward a Model of the Value Aspects of Motivation in Education: Developing Appreciation for Particular Learning Domains and Activities. *Educational Psychologist*(34), str. 75-85.

Bossing, N. (1944). *Progressive Methods of Teaching in Secindary School.* Washington: USAFI.

Bosworth, K. M. (1996). *What is your classroom management profile?* . Dohvaćeno iz Teacher Talk: http://www.drugstats.org/tt/tthmpg.html

Bošnjak, Z. (2009). Primjena konstruktivističkog poučavanja i kritičkog mišljenja u srednjoškolskoj nastavi sociologije. *Revija za sociologiju, 40(39)*(3-4), str. 257-277.

Bradfield, K., Xenofontos, C., Shapira, M., Priestley, A. i Priestley, M. (2019). *Evaluacija*. Dohvaćeno iz Škola za život: https://skolazazivot.hr/istrazivanje-mentori-i-ravnatelji/

Brajša-Žganec, A. (2003). *Dijete i obitelj - emocionalni i socijalni razvoj*. Jastrebarsko: Naklada Slap.

Brandt, C. (2008). Integrating feedback and reflection in teacher preparation. *ELT Journal, 62*(1), str. 37-46. doi:10.1093/elt/ccm076

Bransford, J., Brown, A. i Cocking, R. (1999). *How people learn: Brain, mind, experience, and school.* Washington, DC: National Academy Press.

Braun, V. i Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), str. 77-101. doi:https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Brewer, M. (2000). *Research design and issues of validity.* Cambridge: Cambridge University Press.

British Council. (25. 5 20019). Ključna načela: Što vrednovanje čini dobrim? *Technical support to the implementation of the comprehensive curricular reform in Croatia*. Supetar, Brač, Hrvatska.

Bronfenbrenner, U. (1992). *Ecological systems theory.* London: Jessica Kingsley Publishers.

Bronferbrenner, U. (1979). *The Ecology of Human Development.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Brookhart, S. M. (2009). *How to give effective feedback to your students.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Brooks, C. D. (2016). Feedback for learning: A mixed methods study in the upper primary classroom. Australia: The University of Queensland.

Brooks, D., Burton, R., van der Kleij, F., Ablaza, C., Carroll, A., Hattie, J. i Neill, S. (2021). Teachers activating learners: The effects of a student-centred feedback approach on writing achievement. *Teaching and Teacher Education*.

Brooks, C., Carroll, A., Gillies, R. M. i Hattie, J. (2019). A Matrix of Feedback for Learning. *Aust. J. Teach. Edu., 4*, str. 13-32. doi:doi:10.14221/ajte.2018v44n4.2

Brooks, C., Huang, Y., Hattie, J., Carroll, A. i Burton, R. (2019). What is my next step? School students' percpetion of feedback. *Frontiers in Education*(96). doi:https://doi.org/10.3389/feduc.2019.00096

Brown, G. (2001). *Assessment: A Guide for Lecturers.* York: Learning and Teaching Support Network.

Brown, G. (2004). Teachers' conceptions of assessment: implications for policy and professional development. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice, 3*, str. 301-318.

Brown, G. i Desforges, C. (1977). Piagetian psychology and education: time for revision. *British Journal of Educational Psychology, 47*, str. 7-17.

Brown, G. i Edmondson, R. (1989). Asking questions. U E. Wragg, *Classroom Teaching Skills.* London: Routledge.

Brown, G., Harris, L. i Harnett, J. (2012). Teacher beliefs about feedback within an assessment for learning environment: Endorsement of improved learning over student well-being. *Teaching and Teacher Education, 7*, str. 968-978. doi:10.1016/j.tate.2012.05.003

Brown, R. i Josephs, J. (1999). A burden of proof: Stereotype relevance and gender differences in math performance. *Journal of Personality and Social Psychology*(76), str. 246-257.

Bruce, C., Esmonde, I., Ross, J., Dookie, L. i Beatty, R. (2010). The effects of sustained classroom-embedded teacher professional learning on teacher efficacy and related student achievement. *Teaching and Teacher Development, 26*, str. 1598-1608.

Brunswik, E. (1955). *Perception and the representative design of psychological experiments (2nd edition).* Berkeley: University od California Press.

Bujas, R., Bujas, Z. i Blašković, J. (1941). Subjektivni faktor u školskom ocjenjivanju. *Napredak*(3), str. 97-125.

Bujas, Z. (1941). Točnost i osjetljivost nastavnika pri ocjenjivanju školskih zadaća. *Napredak*(4), str. 152-165.

Bujas, Z. (1943). *Testovi znanja i mogućnost njihove upotrebe u školskoj praksi.* Zagreb: vlastita naklada.

Butler, R. (1988). Enhancing and undermining intrinsic motivation: The effects of taskinvolving and ego-involving evaluation on interest and performance. *British Journal of Educational Psychology, 58*, str. 1-14.

Butler, D. i Winne, P. (1995). Feedback and self-regulated learning: A theoretical synthesis. *Review of Educational Research, 3*, str. 245-281.

Carenini, G., Conati, C., Hoque, E., Steichen, B., Toker, D. i Enns, J. (2014). Highlighting interventions and user differences:Informing adaptive information visualization support. *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'14)* (str. 1835-1844). New York: ACM.

Carless, D. (2006). Differing perceptions in the feedback process. *Studies in Higher Education, 2*, str. 219-233.

Carless, D. i Winstone, N. (2020). Teacher feedback literacy and its interplay with student feedback literacy. *Teaching in Higher Education*, str. 1-14.

Carlson, M., Humphrey, G. i Reinhardt, K. (2003). *Weaving science inquiry and continuous assessment.* Thousand Oaks, CA: Corwin.

Chappuis, J., Stiggins, R., Chappuis, S. i Arter, J. (2014). *Classroom assessment for student learning.* New Jersey: Pearson.

Chi, M. (1996). Constructing self-explanations and scaffolded explanations in tutoring. *Applied Cognitive Osychology, 7*, str. 33-49.
Christensen, L. (1997). *Experimental methodology (7th edition).* Boston: Alyn and Bacon.
Cindrić, M., Miljković, D. i Strugar, V. (2010). *Didaktika i kurikulum.* Zagreb: IEP-D2.
Clariana, R., Wagner, D. i Roher Murphy, L. (2000). Applying a connectionist description of feedback timing. *Educational Technology Research and Development, 3*, str. 5–21.
Clarke, S. (2001). *Unlocking Formative Assessment: Practical Strategies for Enhancing Pupils' Learning in the Primary Classroom. .* Abingdon: Hodder Education.
Cobb, P. (1988). The Tension Between Theories of Learning and Instruction in Mathematics Education. *Educational Psychologisit, 23*(2), str. 87-103.
Cohen, L., Manion, L. i Morrison, K. (2007). *Metode istraživanja u obrazovanju.* Zagreb: NAKLADA SLAP.
Cook, T.D. i Campbell, D.T. (1979). *Quasi – experimentation: Design & analysis issues for field settings.* Boston: Houghton Mifflin Company.
Cottrell, S. (2021). *Vještine učenja - Priručnik.* Zagreb: Školska knjiga.
Cowie, B. (2005). Pupil commentary on assessment for learning. *The Curriculum Journal, 16*(2), str. 137-151.
Cullen, C. J. (2020). The Roles of Technology in Mathematics Education. *The Educational Forum, 2*, str. 166-178.
Creswell, J. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research (4th ed.).* Boston, MA: Pearson.
Cresswell, M. (1987). Describing Examination Performance: Grade Criteria in Public Examinations. *Educational Studies, 13*(3), str. 247–265. doi:https://doi.org/10.1080/0305569870130305
Creswell, M. i Houston, J. (1991). Assessment of the national curriculum - some fundamental considerations. *Educational Review, 43*(1), str. 63-78.
Ćatić, I. (2012). Kompetencije i kompetencijski pristup obrazovanju. *Pedagogijska istraživanja*(1-2), str. 175-189.
Dabelo Bašić, B. (2003). *Uvod u statističko zaključivanje.* Preuzeto 17. 5 2024 iz https://www.zemris.fer.hr/predmeti/su/nastava/ag20022003/uvod_statistika.pdf
Dahl, R. E. (2004). Adolescent brain development: A period of vulnerabilities and opportunities. *Keynote address. Annals of the New York Academy of Sciences., 1021*(1), str. 1-22.
Dann, R. (2002). *Promoting assessment-as-learning: Improving the learning process.* New York: Routledge.
Day Jr, W. F. (1998). The historical antecedents of contemporary behaviorism. U R. W. Salzinger, *Psychology: Theoretical-historical perspectives (2nd ed.)* (str. 301-352). Washington, DC: American Psychological Association.
de Luque, M. F. i Sommer, S.-M. (2000). The impact of culture on feed-back-seeking behavior: An integrated model and propositions. *Academy of Management Review, 25*(4), str. 829-849.
Deci, E. L., Koestuer, R. i Ryan, M. R. (1999). A meta-analytic review of experiments examining the effects of extrinsic rewards on intrinsic motivation. *Psychological Bulletin, 125*, str. 627-668.
Denscombe, M. (2014). *The Good Research Guide: For Small-Scale Social Research Projects (5th ed.).* Open University Press.
Denzin, N. (1970). *The Research Act in Sociology: a Theoretical Indtroduction to Sociological Methods.* London: Butterworth.
Dijanić, Ž. i Debelec, T. (2015). Proceduralno i konceptualno znanje. *Matematika i škola*(82), str. 51-60.

Duran, M. (2000). Interakcija djeteta i odraslog kao konstruktivni činitelj razvoja. *Dijete i društvo, 2*(2), str. 187-200.
Dweck, C. S. (2007). The secret to raising smart kids. *Scientific American Mind, 18*(6), str. 36-43.
Đurđević, J. (1999). O pripremi nastavnog sata matematike. *Matematika i škola*(1), str. 18-26.
Earl, L. (2003). *Assessment as learning: Using classroom assessment to maximize student learning.* Thousand Oaks: Corwin Press.
Earl, L. (2006). *Rethinking classroom assessment with purpose in mind: Assessmentfor-learning, assessment-as-learning, assessment-of-learning.* Canada: Government of Manitoba.
Ebel, R. (1979). *Essentials of Educational Measurement.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice – Hall.
Ebel, R. i Frisbie, D. (1991). *Essentials of Educational Measurement (fifth edition).* New Delhi: Prentice Hall of India.
Eccles, J. i Harold, R. (1993). Parent-school involvement during the early adolescent years. *Teachers College Record*(94), str. 568-587.
Eccles, J., Wigfield, A., Harold, R. i Blumenfeld, P. (1993). Age and gender differences in children's self- and task perceptions during elementary school. *Child Development, 64*, str. 830-847.
Education, P. (2021). *Pearson.* Dohvaćeno iz Providing Educational Feedback: https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/uk/documents/educator/HE/Providing-educational-feedback.pdf
Edwards, K., Dujardin, A.-F. i Williams, N. (2012). Screencast Feedback for Essays on a Distance Learning MA in Professional Communication. *Journal of Academic Writing, 1*, str. 95-126.
Egodawatte, G., McDougall, D. i Stoilescu, D. (2011). The effects of teacher collaboration in grade 9 applied mathematics. *Educational Research for Policy and Practice, 10*(3), str. 189-209.
Ekecrantz, S. (2015). Feedback and student learning? – a critical review of research. *Utbildung & Lårande, 9*(2), str. 15-34.
Erikson, E. (1968). *Identity: Youth and crisis.* New York: Norton.
Europski Parlament i Vijeće. (2006). Recommendation 2006/962/EC of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning. Official Journal L 394.
Faber, J., Luyten, J. i Visscher, A. (2017). The effects of a digital formative assessment tool on mathematics achievement and student motivation: Results of a randomized experiment. *Computers & Education*, str. 83-96.
Fan, L., Quek, K., Zhu, Y., Yeo, S., Lionel, P. i Lee, P. (2005). *Assessing Singapore students' attitudes toward mathematics and mathematics learning: Findings from a survey of lower secondary students. In East Asia regional conference on mathematics education.* Shanghai.
Fan, L., Zhu, Y. i Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM – International Journal on Mathematics Education, 45*(5), str. 633-646.
Feingold, A. (1994). Gender differences in personality: A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 116*, str. 429-456.
Ferreira, A., Moore, J. i Mellish, C. (2007). A study of feedback strategies in foreign language classrooms and tutorials with implications for intelligent computer-assisted language learning systems. *International Journal of Artificial Intelligence in Education, 17*(4), str. 389-422.

Fisher, D., Fraser, B. i Cresswell, J. (1995). Using the "Questionnaire on Teacher Interaction" in the Professional Development of Teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 20*(1). doi:https://doi.org/10.14221/ajte.1995v20n1.2

Fisher, D. i Rickards, T. (1998). Associations between teacher-student interpersonal behaviour and student attitude to mathematics. *Math Ed Res J, 10,* str. 3-15. doi:https://doi.org/10.1007/BF03217119

Flanders, N. (1970). *Analyzing teacher behavior.* Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Fleming, N. i Mills, C. (1992). Not another inventory, rather a catalyst for reflection. *To Improve the Academy, 11*(2), str. 137-155.

Fosnot, C. (1996). A psychological theory of learning. U C. Fosnot, *Constructivism: Theory, perspectives, and pracitce* (str. 8-33). NY: Teachers College Press.

Freeman, R. i Lewis, R. (1998). *Planning and Implementing Assessment.* London: Kogan.

Frey, N. i Fisher, D. (2011). *The formative assessment action plan: Practical steps to more successful teaching and learning.* Alexandria: Association fo Supervision and Curriculum Development.

Friesen, N. i Osguthorpe, R. (2017). Tact and the pedagogical triangle: The authenticity of teachers in relation. *Teaching and Teacher Education, 70,* str. 255–264. doi:https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.11.023

Fuchs, L. S. i Fuchs, D. (1986). Effects of systematic formative evaluation: A meta-analysis. *Exceptional Children, 3,* str. 199-208.

Fuchs, L., Fuchs, D., Karns, K., Hamlett, C. i Katzaroff, M. (1999). Mathematics performance assessment in the classroom: Effects on teacher planning and student problem solving. *American Educational Research JournaL,* str. 609-646. doi:https://doi.org/10.2307/1163552

Fund, Z. (2014). Effects of communities of reflecting peers on student-teacher development - including in-depth case studies. *Teachers and Teaching: theory and practice, 6*, str. 679-701. doi:10.1080/13540602.2010.517686

Fyfe, E. i Rittle-Johnson, B. D. (2012). The Effects of Feedback During Exploratory Mathematics Problem Solving: Prior Knowledge Matters. *Journal of Educational Psychology, 4*, str. 1094-1108.

Gaćarić, K. (2024). "Sve je veći pritisak roditelja zbog ocjena, napadaju nas i dolaze nam na vrata". *Tportal.hr*. Preuzeto 2. 2 2026 iz https://www.tportal.hr/vijesti/clanak/sve-veci-je-pritisak-roditelja-zbog-ocjena-napadaju-nas-i-dolaze-nam-na-vrata-20241124

Gamlem, S. i Smith, K. (2013). Student perceptions of classroom feedback. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 20*(2), str. 150-169. doi:10.1080/0969594X.2012.749212

Gazibara, S. (2018). Aktivno učenje kao didaktičko-metodička paradigma suvremene nastave. Zagreb, Hrvatska.

Gibbs, G. i Simpson, C. (2004). Conditions under Which Assessment Supports Students' Learning. *Learning and Teaching in Higher Education (LATHE), 1*, str. 3-31.

Gielen, S., Peeters, E., Dochy, F., Onghena, P. i Struyven, K. (2010). Improving the effectiveness of peer feedback for learning. *Learning and Instruction, 20,* str. 304-315.

Giesecke, H. (1991). *Uvod u pedagogiju.* Zagreb: EDUCA.

Gill, J., Kostiw, N. i Stone, S. (2010). Coaching teachers in effective instruction: A Victorian perspective. *Literacy Learning: The Middle Years, 18*(2), str. 49-53.

Gipps, C. (1994). Quality in Teacher Assessment Quality in Assessment. U W. Harlen, *Enhancing* (str. 71-86). London: Paul Chapman Publishing.

Gipps, C. (1994b). *Beyond testing: towards a theory of educational assessmengt.* London: Falmer.

Gipps, C. (1999). Socio-cultural aspects of assessment. *Review of research in Education*, str. 355-392.

Glasnović Gracin, D. (2008). Računalo u nastavi matematike: Teorijska podloga i metodičke smjernice. *Matematika i škola*, str. 10-15.

Glasnović Gracin, D. i Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole. *Odgojne znanosti*, str. 297-317.

Glasnović Gracin, D. (2015). Quo vadis, didaktički trokute? *Matematika i škola, 78*, str. 100-105.

Glasnović Gracin, D. i Jukić Matić, L. (2016). The Role of Mathematics Textbooks in Lower Secondary Education in Croatia: An Empirical Study. *The Mathematics Educator, 16*(2), str. 31-58.

Glavaš, A. (2016). Nestandardni matematički zadatci. *Diplomski rad*. Osijek: Sveučilište Josipa Jurja Storssmayera, Odjel za matematiku.

Glavaš, A., Staščik, A. i Jukić Matić, L. (2019). What types of knowledge do mathematics textbooks promote? U Z. Kolar-Begović, R. Kolar-Šuper i L. Jukić Matić, *Towards new perspectives on mathematics education* (str. 229-241). Osijek: Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti i Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.

Goodwin, C. J. (1995). *Research in psychology: Methods and design.* New York: Wiley & Sons.

Goh, S. (1994). Introducing a model of interpersonal teacher behaviour. *Teaching and Learning, 1*, str. 30-40.

Gojkov, G. (1997). *Dokimologija: priručnik.* Beograd: Učiteljski fakultet u Beogradu.

Gojkov, G. (2003). *Dokimologija.* Vršac: Viša škola za obrazovanje vaspitača.

Goldstein, L. (2006). Feedback and revision in second language writing: Contextual, teacher and student variables. U K. Hyland i F. Hyland, *Feedback in second language writing: Contexts and issues* (str. 185-205). New York: Cambridge University Press.

Good, T. i Brophy, J. (1995). *Contemporary educational psychology.* White Plains: Longman Publishers.

Goodman, J., Brady, M., Duffy, M., Scott, J. i Pollard, N. (2008). The effects of ‘‘bug-in-ear’’ supervision on special education teachers’ delivery of learn units. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities, 23*(4), str. 207-216. doi:10.1177/1088357608324713

Grgin, T. (1999). *Školsko ocjenjivanje znanja.* Jastrebarsko: Naklada Slap.

Gronlund, N. i Linn, R. (1990). *Measurment and evaluation in teaching.* New York: Macmillan.

Grouws, D. C. (1999). *Improving student achievement in mathematics.* Educational Research Service.

Gudjons., H. T. (1992). *Didaktičke teorije.* Zagreb: Educa.

Guerriero, S. (2017). *Pedagogical knowledge and the changing nature of the teaching profession.* OECD Publishing. doi:doi.org/10.1787/9789264270695-en

Guo, W. i Wei, J. (2019). Teacher Feedback and Students' Self-regulated Learning in Mathematics: A Study of Chinese Secondary Students. *Asisa-Pacific Edu Res*, str. 265-275. doi:https://doi.org/10.1007/s40299-019-00434-8

Halmi, A. (1995). Teoretske paradigme i perspektive u socijalnom radu. *Teorija i metodologija socijalnog rada*, str. 111-123.

Handley, K., Price, M. i Millar, J. (2008). *Engaging Students with Assessment Feedback Final Report for FDTL Project 144/03.* Dohvaćeno iz https://www.brookes.ac.uk/about-brookes/structure-and-governance/faculties-and-schools/business

Harris, L., Brown, G. i Harnett, J. (2015). Analysis of New Zealand primary and secondary student peer-and self-assessment comments: Applying Hattie and Timperley’s feedback model. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 2*, str. 265-281. doi:https://doi.org/10.1080/0969594X.2014.976541

Hattie, J. (1999). Influences on student learning. Preuzeto 9. 2 2022 iz https://cdn.auckland.ac.nz/assets/education/about/research/documents/influences-on-student-learning.pdf

Hattie, J. (2003). *Teachers Make a Difference, What is the research evidence?* Dohvaćeno iz ResearchGate: https://www.researchgate.net/publication/252090858_Teachers_Make_a_Difference_What_is_the_research_evidence

Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of 800+ Meta-Analyses on Achievement.* London: Routledge.

Hattie, J. (2012). *Visible learning for teachers: maximizing impact on learning.* Abingdon: Routledge.

Hattie, J. (2017a). *Visible learning for mathematics,grades K-12 What Works Best to Optimize.* Corwin. Dohvaćeno iz https://www.corwin.com/books/visible-learning-for-mathematics-255006?srsltid=AfmBOorSweiG-ScUsuqU5kvCxHn5v1Ll61Rd2Q3Dko8tfIJpwFnUCsvp

Hattie, J. (2017b). *Hattie Ranking.* Dohvaćeno iz Visible learning: https://visible-learning.org/hattie-ranking-influences-effect-sizes-learning-achievement/

Hattie, J. i Clarke, S. (2019). *Visible learning: Feedback.* New York: Routledge.

Hattie, J., Crivelli, J., Van Dompel, K., West-Smith, P. i Wike, K. (2021). Feedback That Leads to Improvement in Student Essays: Testing the Hypothesis that "Where to Next" Feedback is Most Powerful. *Frontiers in Education*, str. 1-9. doi:10.3389/feduc.2021.645758

Hattie, J., Fisher, D. i Frey, N. (2017). *Visible learning for mathematics,grades K-12 What Works Best to Optimize Student Learning.* Thousand Oaks: Corwin. Dohvaćeno iz https://www.corwin.com/books/visible-learning-for-mathematics-255006?srsltid=AfmBOorSweiG-ScUsuqU5kvCxHn5v1Ll61Rd2Q3Dko8tfIJpwFnUCsvp

Hattie, J. i Gan, M. (2011). Instruction based on feedback. U R. Mayer i P. A. (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (str. 249-271). New York: Routledge.

Hattie, J., Gan, M. i Brooks, C. (2016). Instruction based on feedback. U R. E. Mayer i P. A. Alexander, *Handbook of Research on Learning and Instruction (2nd Ed.).* New York, NY: Routledge.

Hattie, J. i Masters, D. (2011). *The evaluation of a student feed-back* . Auckland: Cognition.

Hattie, J. i Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational reasrch, 77*(1), str. 81-112.

Hattie, J. i Yates, G. (2014). Using feedback to promote learning. U V. A. Benassi, C. E. Overson i C. M. Hakala, *Applying science of learning in education: Infusing psychological science into the curriculum* (str. 45-58). Society for the Teaching of Psychology.

Hayes, A. (2018). *Introduction to Mediation, Moderation, and Conditional Process Analysis (2nd ed.).* . New York: The Guilford Press.

Hiebert, J. G. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students's learning. U F. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (str. 371-404). Information Age.

Hiebert, J. i Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. U J. Hiebert, *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (str. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Higgins, R., Hartley, P. i Skelton, A. (2001). Getting the message across: The problem of communicating assessment feedback. *Teaching in Higher Education, 2*, str. 269-274.

Hill, H., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L. i Ball, D. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction, 26*(4), str. 430-511.

Horvat, Z. (2019). Didaktičko-metodičke kompetencije nastavnika matematike. Zagreb.

Houts, A. C., Cook, T. D. i Shadish, W. R. (1985). The person-situation debate: A critical multiplist perspective. *Journal of Personality*, *54*(1), str. 52-105.

Hrvatski jezični portal. (2025). *Hrvatski jezični portal*. Dohvaćeno iz https://hjp.znanje.hr/

Hrvatski sabor. (2017). Okvir nacionalnog kurikuluma. *Narodne novine*.

Huntsinger, C., Jose, P., Liaw, F. i Ching, W. (1997). Cultural Differences in Early Mathematics Learning: A Comparison of Euro-American, Chinese-American, and Taiwan-Chinese Families. *International Journal of Bihevioral Development, 21*(2), str. 371-388.

Huitt, W. (2003). *A transactional framework of the teaching/learning process: A summary. Educational Psychology Interactive.* Dohvaćeno iz http://www.edpsycinteractive.org/materials/mdltlp.html

Hyland, F. i Hyland, K. (2001). Sugaring the Pill: Praise and Criticism in Written Feedback. *Journal of Second Language Writing*, str. 185-202.

Hyland, K. i Hyland, F. (2006). *Feedback in second language writing: Contexts and issues.* Cambridge: Cambridge University Press.

Institut za hrvatski jezik i jezikoslovlje. (2011). *Struna*. Preuzeto 22. 9 2022 iz http://struna.ihjj.hr/search-do/?q=matematika&projekt=32#container

Irons, A. (2008). *Enhancing learning through formative assessment and feedback.* New York, NY: Routledge.

Jacobs, J. (1991). Influence of gender stereotypes on parent and child mathematics attitudes. *Journal of Educational Psychology*(83), str. 518-527.

Johnson, A. (2003). Procedural memory and skill acquisition. U I. Weiner, *Handbook of psychology* (str. 499-523). Hoboken, NJ: Wiley.

Jugović, I., Baranović, B. i Marušić, I. (2012). Uloga rodnih stereotipa i motivacije u objašnjenju matematičkog uspjeha i straha od matematike. *Suvremena psihologija, 15*(1), str. 65-78.

Jukić, R. (2010). Metodički stil i takt nastavnika kao poticaj kreativnosti učenika. *Pedagogijska istraživanja, 7*(2), str. 291-305.

Jukić Matić, L. (2013). *Metodika nastave matematike 1*. Preuzeto 1. 4 2022 iz Odjel za matematiku: http://www.mathos.unios.hr/metodika1/materijali.html

Jukić Matić, L. (2017). The effect of problem solving course on pre-service teachers' beliefs about problem solving in school mathematics and themselves as problem solvers. *Magistra Iadertina*(2), str. 141-159.

Jukić Matić, L. M. (2020). Characteristics of effective teaching of mathematics. *Pedagoška obzorja*(3-4), str. 19-37.

Jukić, R. (2013). Konstruktivizam kao poveznica poučavanja sadržaja prirodoznanstvenih i društvenih predmeta. *Pedagogijska istraživanja, 10*(2), str. 241-263.

Jurčić, M. (2012). *Pedagoške kompetencije suvremenog učitelja.* Zagreb: Recedo.

Jurčić, M. (2014). Kompetentnost nastavnika – pedagoške i didaktičke dimenzije. *Pedagogijska istraživanja, 11*(1), str. 77-93.

Jurić, V. (1993). Školska i razredno-nastavna klima. U B. Drandić, *Priručnik za ravnatelje odgojno-obrazovnih ustanova* (str. 63-71). Zagreb: Znamen.

Jurić, V. (2004). *Metodika rada školskog pedagoga.* Zagreb: Školska knjiga.

Kadum, V. (2004). *Matematika za ekonomske škole (I., II. i III. razred). Priručnik za nastavnike.* Pula: IGSA.

Kadum-Bošnjak, S. (2013). *Dokimologija u primarnom obrazovanju.* Pula: Sveučilište Jurja Dobrile u Puli.

Kadum-Bošnjak, S. i Brajković, D. (2007). Praćenje, provjeravanje i ocjenjivanje učenika u nastavi. *Metodički obzori : časopis za odgojno-obrazovnu teoriju i praksu, 2*(4), str. 35-51.

Kadum, S. i Kadum, V. (2019). *Poglavlja iz didaktike matematike.* Zagreb: Element.

Kadum-Bošnjak, S. i Soldo, M. (2013). Načelo zornosti u nastavi matematike primarnog obrazovanja. *Bjelovarski učitelj*(1-2), str. 44-60.

Kalechstein, A. i Nowicki, J. S. (1997). A meta-analytic examination of the relationship between control expectancies and academic achievement: An 11-yr follow up to Findley and Cooper. *Genetic, Social, and General Psychology Monographs*, str. 27-56.

Karagiorgi, Y. i Symeou, L. (2005). Translating Constructivism into Instructional Design: Potential and Limitations. *Educational Technology & Society, 8*(1), str. 17-27.

Karajić, N., Ivanec, D., Geld, R. i Spajić – Vrkaš, V. (30. 12 2019). *Škola za život*. Dohvaćeno iz Vrednovanje eksperimentalnoga programa Škola za život u školskoj godini 2018./2019. OBJEDINJENO IZVJEŠĆE: https://skolazazivot.hr/vrednovanje-eksperimentalnoga-programa-skola-za-zivot-u-skolskoj-godini-2018-2019/

Katz, L. i Mcclelan, D. (1999). *Poticanje razvoja dječje socijalne kompetencije.* Zagreb: Educa.

Kaufmann, J. (n.d.). Note sur les problems de metrique en matiere de notation scolaire. *Le Travail Humain, 38*(1), str. 133-148.

Keeley, P. (2008). *Science formative assessment: 75 practical strategies for linking assessment, teaching, and learning.* Thousand Oaks, CA: Corwin.

Keeley, P. i Tobey, C. (2011). *Mathematics Formative Assessment, Volume 1: 75 Practical Strategies for Linking Assessment, Instruction, and Learning.* Thousand Oaks, US: SAGE Publications Inc.

Keeley, P. i Tobey, C. (2016). *Mathematics Formative Assessment, Volume 2: 50 More Practical Strategies for Linking Assessment, Instruction, and Learning.* Thousand Oaks, US: SAGE Publications Inc.

Kiper, H. M. (2008). *Uvod u opću didaktiku.* Zagreb: Educa.

Klafki, W. (1992). Didaktika kao teorija obrazovanja u okviru kritičko-konstruktivne odgojne znanosti. U G. i. sur., *Didaktičke teorije.* Zagreb: Educa.

Klinger, C. (2010). Behaviourism, cognitivism, constructivism, or connectivism? Tackling mathematics anxiety with 'isms' for a digital age. *Numeracy works for life: Proceedings of the 16th international conference of adults learning mathematics*, (str. 154–161). Preuzeto 1. 4 2022 iz http://www.alm-online.net/images/ALM/proceedings/alm16/Articles/15klinger.pdf

Kloostermann, P. (1996). Students' beliefs about knowing and learning mathematics: Implications for motivation. U M. Carr, *Motivation in mathematics* (str. 131-156). Cresskill, N.J.: Hampton Press.

Kluger, A. i DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: A historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory . *Psychological Bulletin, 119*(2), str. 254-284. doi:10.1037/0033-2909.119.2.254

Kolesarić, V. i Tomašić Humer, J. (2016). *Veličina učinka.* Osijek: Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Filozofski fakultet.

Koludrović, M., Ratković, A. i Bajan, N. (2015). Odnos razredno-nastavnog ozračja, samoučinkovitosti, emocionalne kompetentnosti i školskog postignuća učenika petih i osmih razreda osnovne škole. *Zbornik radova Filozofskog fakulteta u Splitu*, str. 159-180.

Komar, Z. (2026). Omogućava li koncept ishoda učenja obrazovanje? *Nova prisutnost, 24*(1), str. 155-170.

König, E. i Zedler, P. (1998). *Teorije znanosti o odgoju.* Zagreb: EDUCA.

Kostić Kovačević, I. L. (2014). Obrazovni alati u nastavi matematike. . U *Sinteza 2014 – Impact of the internet on business activities in Serbia and worldwide* (str. 340-344). Singidunum University.

Kozjak Mikić, Z., Jokić Begić, N. i Bunjevac, T. (2012). Zdravstvene teškoće i izvori zabrinutosti adolescenata tijekom prilagodbe na srednju školu. *Psihologijske teme, 21*(2), str. 317-336.

Knight, J. (2007). *Instructional coaching: A partnership approach to improving instruction.* Newbury Park, CA: Corwin Press.

Kraus, A. i Senkbeil, T. (2022). Pedagogical Tact: Reconstruction of a Bodily Moment of the Pedagogical Relationship. U A. Kraus i C. Wulf, *The Palgrave Handbook of Embodiment and Learning.* Cham: Palgrave Macmillan. doi:https://doi.org/10.1007/978-3-030-93001-1_9

Krause, U., Stark, R. i Mandl, H. (2009). The effects of cooperative leaming and feedback on e-leaming in statistics. *Learning and Instruction*, str. 158-170. doi:10.1016/j.leaminstruc.2008.03.003

Kulhavy, R. W. (1977). Feedback in written instruction. *Review of Educational Research, 47*(1), str. 211-232.

Kulhavy, R. i Stock, W. (1989). Feedback in written instruction: The place of response certitude. *Educational Psychology Review, 1*(4), str. 279-308.

Kulhavy, R. W., White, M. T., Topp, B. W., Chan, A. L. i Adams, J. (1985). Feedback complexity and corrective efficiency. *Contemporary Educational Psychology, 10*, str. 285-291.

Kulik, J. i Kulik, C. (1988). Timing of feedback and verbal learning. *Review of educational reasrch, 58*(1), str. 79-97.

Kunter, M. i. (2013). The model of instructional quality in COACTIV: A multicriteria analysis. U (ur),. U M. B. Kunter, *Cognitive activation in the mathematics classroom and profesional competence of teachers* (str. 97-119). Springer. Dohvaćeno iz https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-5149-5_6

Kurnik, Z. (2000b). Apstrakcija. *Matematika i škola*, str. 11-15.

Kurnik, Z. (1999). Analiza. *Matematika i škola*, str. 54-64.

Kurnik, Z. (2000). Matematički zadatak. *Matematika i škola*, str. 51-58.

Kurnik, Z. (2000c). Indukcija. *Matematika i škola*, str. 197-203.

Kurnik, Z. (2002). Načelo znanstvenosti. *Matematika i škola*(13), str. 102-106.

Kurnik, Z. (2004). Generalizacija. *Matematika i škola*, str. 147-154.

Kurnik, Z. (2006). Heuristički razgovor. *Matematika i škola*, str. 52-56.

Kurnik, Z. (2007). Nastavni sat matematike. *Matematika i škola, 38*(2), str. 99-104.

Kurnik, Z. (2008). Istraživačka nastava. *Matematika i škola*(47), str. 52-59.

Kurnik, Z. (2009). *Znanstveni okviri nastave matematike.* Zagreb: Element.

Kurnik, Z. (n.d.). Analogija. *Matematika i škola*, str. 101-109.

Kuzman, M. (2009). Adolescencija, adolescenti i zaštita zdravlja. *MEDICUS, 18*(2), str. 155-172.

Kyriacou, C. (2001). *Temeljna nastavna umijeća.* Zagreb: Educa.

Labak, I. (2022). Unaprjeđivanje metakognitivne dimenzije kompetencije učiti kako učiti kod učitelja. *Napredak*(1-2), str. 181-199.

Lajoie, S. (1992). A framework for authentic assessment in mathematics. *NCRMSE Research Review, 1*(1), str. 6-12.

Lambić, D. i Lipkovski, A. (2012). Measuring the Influence of Students' Attitudes on the Process of Acquiring Knowledge in Mathematics. *Croatian Journal of Education, 14*(1), str. 187-205.

Lavrnja, I. (1998). *Poglavlja iz didaktike.* Rijeka: Pedagoški fakultet.

LeCompte, M., Preissle, J. i Tesch, R. (1993). *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research.* San Diego, CA: Academic Press.

Lerman, S. (1993). Constructivism, Mathematics and Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics, 20*(2), str. 211-223.

Letorneau, N. i Allen, M. (1999). Post-positivistic critical multiplism: A beginning dialogue. *Journal of Advanced Nursing, 30*(3), str. 623-630.

Levy, J., Creton, H. i Wubbels, T. (1993). Perceptions of interpersonal teacher behavior. U T. Wubbels i J. Levy, *Do you know what you look like? Interpersonal relationships in education* (str. 29-45). London: The Falmer Press.

Lipnevich, A., Berg, D. i Smith, J. (2016). Toward a model of student response to feedback. U H. o. assessment, *G.T.L. Brown; L.R. Harris* (str. 169-185). New York, NY: Routledge.

Locke, E. A. i Latham, G.P. (1984). *Goal setting: A motivational technique that works.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Locke, E. A. i Latham, G.P. (1990). *A theory of goal setting and task performance.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Locke, E.A i Latham, G.P. (2002). Building a practically useful theory of goal setting and task motivation: A 35-year odyssey. *American Psychologist*, str. 705-717. doi:doi:10.1037//0003-066X.57.9.705

Loong, E. i Herbert, S. (2018). Primary school teachers' use of digital technology in mathematics: The complexities. *Mathematical Educational Research Journal*, str. 475-498.

Ma, X. (2003). Effects of early acceleration of students in mathematics on attitude toward mathematics and mathematics anxiety. *Teachers College Rocerd, 105*(3), str. 438-464.

Ma, X. i Kishor, N. (1997). Assessing the Relationship between Attitude toward Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(1), str. 26-47. doi:10.2307/749662

MacDonald, R. (1991). Developmental students processing of teacher feedback in composition instruction. *Review of Research in Developmental Education, 5*, str. 1-4.

Macdonald, J. (2001). Exploiting online interactivity to enhance assignment development and feedback in distance education. *Open Learning, 16*(2), str. 179-189.

MacDonald, V. A. (2015). The application of feedback in secondary school classrooms: teaching and learning in applied level mathematics. Canada: University of Toronto.

Mager, R. (1965). *Lernziele und Unterricht.* Weinheim/Basel.

Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike.* Zagreb: Školska knjiga.

Martens, R. d.-r., de Brabander, C., Rozendaal, J., Boekaerts, M. i Van der Leeden, R. (2010). Inducing mind sets in self-regulated learning with motivational information. *Educational Studies, 36*(3), str. 311-327.

Marzano, R. (2003). *What works in schools: Translating research into action.* Alexandria: ASCD.

Masharipova, F. (2024). From Bloom's taxonomy into Webb's depth of knowledge: Enhancing lesson planning strategies. *Emergent Journal of Educational Discoveries and Lifelong Learning, 3*(4), str. 1-10.

Matijević, M. (2004). *Ocjenjivanje u osnovnoj školi.* Zagreb: Tipex.

McCallum, B., Hargreaves, E. i Gipps, C. (2000). Learning: The pupil's voice. *Cambridge Journal of Education, 30*(2), str. 275-289.

McLeod, D. i Ortega, M. (1993). Affective Issues in Mathematics Education. U P. Wilson, *Research Ideas for the Classroom. High School Mathematics.* (str. 21-36). New York: National Council of Teachers of Mathematics.

Meece, J. L. i Daniels, D. H. (2008). *Child and adolescent development for educators.* New York, NY: McGraw-Hill.

Mertler, C. (2001). Designing scoring rubrics for your classroom. *Practical Assessment, Research & Evaluation, 7*(1), str. 1-10. doi:https://doi.org/10.7275/gcy8-0w24

Meyer, H. (2005). *Što je dobra nastava?* Zagreb: Erudita.

Meyer, W., Bachmann, U., Hempelmann, M., Ploger, F. i Spiller, H. (1979). The informational value of evaluation behavior: Influences of praise and blame in perceptions of ability. *Journal of Educational Psychology, 71*, str. 259-268.

Milas, G. (2009). *Istraživačke metode u psihologiji i drugim društvenim znanostima.* Zagreb: Naklada Slap.

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2011). *Nacionalni okvirni kurikulum.* Dohvaćeno iz http://mzos.hr/datoteke/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2014). *Strategija obrazovanja, znanosti i tehnologije*. Dohvaćeno iz Narodne novine: http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2014_10_124_2364.html

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2017). *Ministarstvo znanosti i obrazovanja.* Dohvaćeno iz Nacionalni dokument okvira za vrednovanje procesa i ishoda učenja u osnovnoškolskome i srednjoškolskome odgoju i obrazovanju. Prijedlog nakon javne rasprave.: https://mzo.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Obrazovanje/NacionalniKurikulum/Okviri/Okvir%20za%20vrednovanje%20procesa%20i%20ishoda%20u%C4%8Denja%20u%20osnovno%C5%A1kolskome%20i%20srednjo%C5%A1kolskome%20odgoju%20i%20obrazovanju.pdf

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (28. 12 2018). *Evaluacija*. Dohvaćeno iz Škola za život: https://skolazazivot.hr/regionalni-skupovi-izvjesce-i-preliminarna-evaluacija-edukacije/

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2019). Pravilnik o načinima, postupcima i elementima vrednovanja učenika u osnovnoj i srednjoj školi. *(82/2019).* Narodne novine.

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2019b). *Smjernice za vrednovanje procesa i ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda*. Dohvaćeno iz Ministarstvo znanosti i obrazovanja: https://mzo.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/PristupInformacijama/eSavjetovanja-2019/Smjernice%20za%20vrednovanje%20procesa%20i%20ostvarenosti%20odgojno-obrazovnih%20ishoda%20-%20eSavjetovanje%204-12-2019.pdf

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (2019c). *Odluka o donošenju kurikuluma za nastavni predmet Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*. Dohvaćeno iz Narodne novine: https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html

[MZO] Ministarstvo znanosti i obrazovanja. (10. Svibanj 2019). *Loomen: Mat-SŠ.* Dohvaćeno iz Vrednovanje naučenog: https://arhiva-2021.loomen.carnet.hr/mod/book/view.php?id=401286&chapterid=78260

[MZOM] Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih. (2020). *Školski e-Rudnik*. Dohvaćeno iz ŠeR: https://app.powerbi.com/view?r=eyJrIjoiZWE3YTE4OWQtOWJmNC00OTJmLWE2MjktYTQ5MWJlNDNlZDQ0IiwidCI6IjJjMTFjYmNjLWI3NjEtNDVkYi1hOWY1LTRhYzc3ZTk0ZTFkNCIsImMiOjh9

[MZO] *Minstarstvo znanosti i obrazovanja.* (26. 5 2022). Dohvaćeno iz Okvirni godišnji izvedbeni kurikulumi za nastavnu godinu 2021./2022.: https://mzo.gov.hr/vijesti/okvirni-godisnji-izvedbeni-kurikulumi-za-nastavnu-godinu-2021-2022/4522

Mišurac Zorica, I. (2016). *Metodički pristup rješavanju problemskih zadataka u nastavi matematike*. Preuzeto 29. 6 2025 iz https://www.slideserve.com/kiora/metodi-ki-pristup-rje-avanju-problemskih-zadataka-u-nastavi-matematike

Mohamed, L. W. (2011). Secondary students' attitude towards mathematics in a selected school of Maldives. *International Journal of Humanities and Social Science*(15), str. 277-281.

Mohorić, T. (2008). Automatske misli kod učenja i ispitna anksioznost kao odrednice subjektivnoga i objektivnoga akademskog postignuća studenata. *Psihologijske teme, 17*(1), str. 1-14.

Mook, D. (1983). In defense of external validity. *American Psychologist*(38), str. 379-387.

Moreno, R. (2004). Decreasing Cognitive Load for Novice Students: Effects of Explanatory versus Corrective Feedback in Discovery-Based Multimedia. *Instructional Science*, str. 99-113. doi:doi:10.1023/B:TRUC.0000021811.66966.1d

Morra, A. i Asis, M. (2009). The effect of audio and written teacher responses on EFL student revision. *Journal of College Reading and Learning, 39*(2), str. 68-82.

Mory, E. (2004). Feedback Research Revisited. U D. Jonassen, *Handbook of Research on Educational Communications* (str. 745–784). Mahway, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Mrkonjić, A. i Vlahović, J. (2008). Vrednovanje u školi. *Acta Iadertina*(5), str. 27-37.

Murphy, P. (2010). Web-based collaborative reading exercises for learners in remote locations: The effects of computer-mediated feedback and interaction via computer-mediated communication. *ReCALL, 22*(2), str. 112–134. doi:10.1017/S0958344010000030

Murphy, R. (1982). Further Report of Investigations Into the Reliability of Marking GCE Examinations. *British Journal of Educational Psychology*(52), str. 58-63. doi:10.1111/j.2044-8279.1982.tb02503.x

Mužar Horvat, S. (2022). Ostvarivanje suštinskih promjena u nastavi matematike na temelju rezultata znanstvenih istraživanja. *Disertacija*. Osijek: Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Filozofski fakultet.

Mužar Horvat, S. (2023). Povratne informacije učenicima u početnoj nastavi matematike. *Metodički ogledi*, str. 239-264.

Mužić, V. (1977). *Metodologija pedagoškog istraživanja.* Sarajevo: IGKRO „Svjetlost".

Mužić, V. (1999). *Uvod u metodologiju istraživanja odgoja i obrazovanja.* Zagreb: Educa.

Nadler, D. (1979). The effects of feedback on task group behavior: A review of the experimental research. *Organizational Behavior and Human Performance, 23*, str. 309-338.

Naletilić, M. (2015). Smjernice za provedbu Zajedničke jezgre nastavnih planova i programa. Mostar, Bosna i Hercegovina.

Narciss, S. (2008). Feedback strategies for interactive learning tasks. U J. M. Spector, M. D. Merrill, J. v. Merriënboer i M. P. Driscoll, *Handbook of Research on Educational Communications and Technology* (str. 125-144). Mahwah, NJ: LEA.

Narciss, S. i Huth, K. (2004). How to Design Informative Tutoring Feedback for Multimedia Learning. U H. Niegemann, R. Brunken i D. Leutner, *Instructional Design for Multimedia Learning* (str. 181-196). Munster: Waxmann.

NCTM, (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* NCTM.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

NCVVO. (2011). *Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja.* Dohvaćeno iz Državna matura 2010./2011. - DOKUMENTI: https://www.ncvvo.hr/drzavna-matura-2010-2011-dokumenti/

Nicol, D. i Macfarlane-Dick, D. (2006). Formative assessment and self-regulated learning: a model and seven principles of good feedback practice. *Studies in Higher Education*, str. 199–218. Dohvaćeno iz http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03075070

Nikčević-Milković, A. (2019). Školsko postignuće i zadovoljstvo školom s obzirom na dob, rod, crte ličnosti, strategije učenja i korištenje digitalnih medija u učenju. *Suvremena psihologija, 22*(1), str. 5-26.

Nikšić Rebihić, E. i Komar, Z. (2024). *Prolegomena za temeljno pojmovlje opće pedagogije.* Zagre-Sarajevo: Dobra knjiga, Sarajevo.

Nitko, A. i Brookhart, S. (2007). *Educational assessment of students (5th ed.).* Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

Novak, J. (2020). Pouzdanost mjerenja u psihologiji: Razvoj metode, zaluđenost Cronbachovim alfa koeficijentom i preporuke za ispravnu procjenu pouzdanosti. *Psihologijske teme, 29*(2), str. 427-457. doi:10.31820/pt.29.2.11

Nunnally, J. (1978). *Psychometric Theory (2nd ed.).* New York: McGraw-Hill.

O'Donovan, B., Rust, C. i Price, M. (2015). A scholarly approach to solving the feedback dilemma in practice. *Assessment & Evaluation in Higher Education,* str. 1-12.

O'Malley, P. (2011). Combining screencasting and a tablet PC to deliver personalised student feedback. *New Directions,* str. 27-30. doi:10.11120/ndir.2011.00070027

Orsmond, P. i Merry, S. (2011). Feedback alignment: Effective and ineffective links between tutors' and students' understanding of coursework feedback. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 36*(2), str. 125-136. doi:10.1080/02602930903201651

Palekčić, M. (1999). Pedagoški takt – temeljni pedagoški pojam. U V. Rosić, *Nastavnik kao čimbenik kvalitete nastavnog rada* (str. 116-125). Rijeka: Filozofski fakultet.

Palekčić, M. (2002). Konstruktivizam - nova paradigma u pedagogiji? *Napredak, 143*(4), str. 403-413.

Palekčić, M. (2005). Utjecaj kvalitete nastave na postignuća učenika. *Pedagogijska istraživanja, 2*(2), str. 209-233.

Palekčić, M. (2007). Od kurikuluma do obrazovnih standarda. U V. Previšić, *Kurikulum-Teorije, metodologija, sadržaj, struktura* (str. 39-115). Zagreb:: Zavod za pedagogiju Filozofskog fakulteta u Zagrebu i Školska knjiga.

Palincsar, A. (1998). Social constructivist perspectives on teaching and learning. *Annual Review of Psychology, 49*(1), str. 345-375.

Pavleković, M. (2008). *Metodika nastave matematike s informatikom I.* Zagreb: Element.

Peddie, R. (2000). *Evaluation of the Assessment for Better Learning Professional Development Programmes.* Auckland Uniservices Limited: University of Auckland.

Peko, A. (2002). Školski (ne)uspjeh. U H. Vrgoč, *Praćenje i ocjenjivanje školskog uspjeha* (str. 39-47). Zagreb: Hrvatski pedagoško-književni zbor.

Pekrun, R. (2006). The Control Value Theory of Achievement Emotions: Assumptions, Collollaries and Implications for Educational Research and Practice. *Educ. Psychol. Rev.,* str. 315-341.

Pepin, B. H. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*(5), str. 158-175.

Petričević, D. (2004). *Metodika strukovno-teoretske nastave.* Zagreb: Pučko otvoreno učilište Zagreb.

Petrić, A. (2002). Prilog humanizaciji praćenja i ocjenjivanja učenika. U H. Vrgoč, *Praćenje i ocjenjivanje školskog uspjeha.* Zagreb: Hrvatski pedagoško-književni zbor.

Petz, B., Kolesarić, V. i Ivanec, D. (2012). *Petzova statistika.* Zagreb: Naklada Slap.

Pickering, D. P. (2006). *Nastavne strategije: kako primijeniti devet najuspješnijih nastavnih strategija.* Zagreb: Educa.

Pokomy, H. i Pickford, P. (2010). Complexity, cues and relationships: Student perceptions of feedback. *Active Learning in Higher Education, 11*(1), str. 21-30.

Polya, G. (1956). *How to solve it.* Princeton: Princeton University Press.

Poljak, V. (1985). *Didaktika.* Zagreb: Školska knjiga.
Poljak, V. (1988). *Didaktika.* Zagreb: Školska knjiga.
Poljak, V. (1991). *Didaktika.* Zagreb: Školska knjiga.
Pongrac, S. (1980). *Ispitivanje i ocjenjivanje u obrazovanju.* Zagreb: Školska knjiga.
Poole, M., Nielsen, S., Horrigan, L. i Langan-Fox, J. (1998). Competencies for professionals and managers in the context of educational reform. *International Journal of Lifelong Education, 17*(2), str. 87-107.
Popham, W. (2017). *Classroom assessment: What teachers need to know (8th edition).* Boston: Pearson.
Popper, K. (1994). *Logik der Forschung.* Thübingen.
Posamentier, A. K. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: Powerful strategies to deepen understanding.* Corwin.
Powell, K. i Calina, C. (2009). Cognitive and Social Constructivism: Developing Tools for an Effective Classroom. *Education, 130*(2), str. 241-250. Dohvaćeno iz https://docdrop.org/static/drop-pdf/Powell-and-Kalina-U6g4p.pdf
Pranjić, M. (2005). *Didaktika: povijest, osnove, profiliranje, postupak.* Zagreb: Golden marketing – Tehnička knjiga: Hrvatski studiji Sveučilišta u Zagrebu.
Preis, C. B. (2001). Can Instructors Help Learners Overcome Math Anxiety? *ATEA Journal, 4,* str. 6-10.
Previšić, V. (1998). Doprinosi "alternativnih škola" kvaliteti odgoja i obrazovanja. U V. Rosić, *Kvaliteta u odgoju i obrazovanju.* Rijeka: Pedagoški fakultet.
Previšić, V. (2003). Suvremeni učitelj: odgojitelj-medijator-socijalni integrator. U I. Prskalo i S. Vučak, *Učitelj-učenik-škola.* Petrinja: VUŠ, HPKZ.
Previšić, V. (2007). *Kurikulum - teorije, metodologija, sadržaj, struktura.* Zagreb: Školska knjiga.
Print, M. (1993). *Curriculum Development and Design.* London: Routledge.
Putarek, V. (2018). Konceptualno i proceduralno znanje u matematici. *Psihologijske teme, 27*(3), str. 453-479.
Rakoczy, K., Harks, B., Klieme, E., Blum, W. i Hochweber, J. (2013). Written feedback in mathematics: Mediated by students' perception, moderated by goal orientation. *Learning and Instruction, 1*, str. 63-73.
Rakoczy, K., Klieme, E., Bürgermeister, A. i Harks, B. (2008). The Interplay Between Student Evaluation and Instruction. *Journal of Psychology, 2*, str. 111-124. doi:10.1027/0044-3409.216.2.111
Reiss, M. (2007). Bottom of the Science Class. *New Scientist, 196*(2632), str. 23-42.
Repišti, S. (2017). Posebne teme u statističkom obrazovanju: lekcija o medijatorskim i moderatorskim efektima. *Istraživanje matematičkog obrazovanja, 9*(17), str. 15-25. doi:10.7251/IMO1701035R
Resnick, L. (1983). Toward a cognitive theory of instruction. U S. Paris, G. Olson i H. Stevenson, *Learning and motivation in the classroom* (str. 5-38). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
Rezat, S. i Strässer, R. (2012). From the didactcal triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 44*(5), str. 641-651.
Richardson, V. (1996). From Behaviorism To Constructivism In Teacher Education. *Teacher Education and Special Education, 19*(3), str. 263-271.
Ristić Dedić, Z. i Jokić, B. (2013). Analiza sadržaja i rezultata ispita državne mature iz matematike 2009./2010. – 2011./2012. *Poučak*(54), str. 4-21.
Rittle-Johnson, B. S. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology*(2), str. 346-362.

Rittle-Johnson, B. S. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. . *Educational Psychology Review*(4), str. 587-597. doi:https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x

Rittle-Johnson, B. i Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. U R. Kadosh i A. Dowker, *Oxford handbook of numerical cognition* (str. 1102-1118). Oxford: Oxford University Press.

Robbins, S., Lauver, K., Huy Le, D., Langley, R. i Carlstrom, A. (2004). Do psychosocial and study skill factors predict college outcomes? A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 130*, str. 261-288.

Robinson, M. (2015). Providing Effective Feedback. U C.C.Croft, M. Grove, J. Kyle i D.A.Lawson, *Transitions in Undergraduate Mathematics Education.* Higher Education Academy. Dohvaćeno iz https://pure-oai.bham.ac.uk/ws/portalfiles/portal/239878406/Transitions_in_UK_Mathematics_-_Final_Electronic_Version_15_January_2015_.pdf

Robinson, M., Loch, B. i Croft, T. (2015). Student Perceptions of Screencast Feedback on Mathematics Assessment. *Int. J. Res. Undergrad. Math.*, str. 363-385. doi:https://doi.org/10.1007/s40753-015-0018-6

Romano, D. (2009). Teorije matematičkog obrazovanja. Prvi dio: RME – teorija. . *Istraživanje matematičkog obrazovanja*(1), str. 23-35.

Romberg, A. (1993). How one comes to know: models and theories of the learning of mathematics. *Investigations into Assessment in Mathematics Edeucation*, str. 97-111.

Romberg, T., Zarinnia, E. i Collis, K. (1990). A new world view of assessment in mathematics. U G. Kulm, *Assessing higher order thinking in mathematics* (str. 21-38). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Ross, J.A., Hogaboam-Gray, A. i McDougall, D. A. (2002). Research on reform in mathematics education, 1993-2000. *Alberta Journal of Educational Research, 48*(2), str. 122-138.

Rowe, M. (n.d.). Relation of wait-time and rewaerds to the development of nanguage, logic and fate control. *Journal of Research in Science Teaching*, str. 81-94.

Rust, C., O'Donovan, B. i Price, M. (2005). A social constructivist assessment process mpdel: how the research literature shows us this could be best practice. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 30*(3), str. 231-240.

Sablić, M. i Jukić, R. (2026). Developing the three-dimensional integrative model of teacher competencies (TRI-model) through a systematic review of teacher competencies for twenty-first century education. *Journal of Contemporary Educational Studies, 143*(1), str. 47-69.

Sadler, R. (1989). Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science, 18*, str. 119-144.

Santos, L. i Pinto, J. (2009). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. *PME, 33*, str. 1-8.

Santos, L. i Pinto, J. (2010). The evolution of feedback pracitce of a mathematics teacher. *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 4*, str. 145-152. Belo Horizonte, Brazil: PME.

Sax, G. (1989). *Principles of educational and psychological measurement and evaluation (3rd ed.).* Belmont, CA: Wadsworth.

Savin-Williams, R. i Berndt, T. (1990). Friendship and peer relations. U S. Feldman i G. Elliot, *At the threshold: The developing adolescent* (str. 277-307). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Schönfeld, A. (2008). Research methods in (mathematics) education. U L. English, *Handbook of international research in mathematics education* (str. 467-519). New York: Taylor and Francis.

Schulz, W. (1994). Didaktika kao teorija poučavanja. U H. G. sur., *Didaktičke teorije* (str. 37-57). Zagreb: Educa.

Schwerter, J., Wortha, F. i Gerjets, P. (2022). E-learning with multiple-try-feedback: Can hints foster students' achievement during the semester? *Education Tech Research*, str. 713-736. doi:https://doi.org/10.1007/s11423-022-10105-z

Scottish Qualifications Authority. (2024). *Mathematics marking guidance [PDF]. Scottish Qualifications Authority.* . Dohvaćeno iz https://www.sqa.org.uk/files_ccc/MathematicsMarkingGuidance.pdf

Sekol, I. i Maurović, I. (2017). Miješanje kvantitativnog i kvalitativnog istraživačkog pristupa u društvenim znanostima – miješanje metoda ili metodologija? *Ljetopis socijalnog rada, 24*(1), str. 7-32.

Shellard, E. M. (2002). *What principals need to know about teaching math.* National Association of Elementary School Principals. Dohvaćeno iz https://eric.ed.gov/?id=ED469440

Sherman, H. i Christian, M. (1999). Mathematics attitudes and global self-concept: An investigation of the relationship. *College Student Journal, 33*(1), str. 95-102.

Shute, V. (2008). Focus on formative feedback. *Review of Educational Research, 78*(1), str. 153-189. doi:10.3102/0034654307313795

Siemens, G. (2005). Connectivism: a learning theory for the digital age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning, 2*(1), str. 3-10.

Sigel, I. i Lisi, A. (2002). *Parent beliefs are cognitions: The dynamic belief systems model. Handbook of parenting: Being and becoming a parent. 3.*

Sinay, E. N. (2016). *Teaching and learning mathematics research series l: Effective instructional strategies.* Ontario, Canada: Toronto.

Sipman, G., Thölke, J., Martens, R. i McKenney, S. (2019). The role of intuition in pedagogical tact: Educator views. *British Educational Research Journal*(45), str. 1186–1202. doi:https://doi.org/10.1002/berj.3557

Sivakova, D. K. (2017). ICT – The educational programs in teaching mathematics. *TEM Journal*(3), str. 469–478.

Skinner, B. F. (1968). *The technology of teaching.* Englewoods-Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.

Skupnjak, D. (2012). Teorija razvoja i učenja L. Vygotskog, U. Bronfenbrennera i R. Feuersteina kroz prikaz slučaja. *Život i škola, 28*(2), str. 219-229.

Slater, H., Burgess, S. i Davies, N. (2012). Do Teachers Matter? Measuring the Variation in Teacher Effectiveness in England. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 5*, str. 1-22. doi:10.1111/j.1468-0084.2011.00666.x

Slavin, R. (2018). *John Hattie is Wrong*. Dohvaćeno iz Robert Slavin's Blog: https://robertslavinsblog.wordpress.com/2018/06/21/john-hattie-is-wrong/

Smith, T., Baker, W., J.A.C., H. i Bond, L. (2008). A validity study of the certification system of the National Board for Professional Teaching Standards. U L. Ingvarson i J. Hattie, *Assessing teachers for professional certification: The first decade of the National Board for Professional Teaching Standards* (str. 345-380). Oxford: Elsevier.

Smith, J. i White, P. (2002). An Examination of Implicitly Activated, ExplicitlyActivated, and Nullified Stereotypes on Mathematical Performance: It's Not Just a Woman's Issue. *Sex Roles*(47), str. 179-191. doi:10.1023/A:1021051223441

Sorić, I., Šimić Šašić, S., Filipi, J., Lončar, I., Luketić, D. i Zulić, M. (12 2018). Priručnik za izradu ishoda učenja Sveučilišta u Zadru. Zadar. Dohvaćeno iz https://www.unizd.hr/Portals/0/kvaliteta/Prirucnik_za_izradu_ishoda_ucenja.pdf?ver=2019-03-07-133532-253

Stadler, M., Sailer, M., & Fischer, F. (2021). Knowledge as a formative construct: A good alpha is not always better. *New Ideas in Psychology*. doi:https://doi.org/10.1016/j.newideapsych.2020.100832

Star, J. (2000). On the relationship between knowing and doing in procedural learning. U B. Fishman i S. O'Connor-Divelbiss (Ur.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences* (str. 80-86). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*(5), str. 404-411.

Staščik, A. i Glavaš, A. (2019). Esej iz matematike. *Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike, 20*(79), str. 30-43.

Stevens, D. i Levi, A. (2013). *Introduction to Rubrics.* New York: Routledge.

Stobart, G. (2008). *Testing times: The uses and abuses of assessment.* London: Routledge.

Stoll, L. F. (2000). *Mijenjajmo naše škole: Kako unaprijediti djelotvornost i kvalitetu škola.* Zagreb: Educa.

Sullivan, P. (2011). *Teaching mathematics: Using research-informed strategies.* Camberwell, Victoria: Australian Council for Educational Research. Dohvaćeno iz https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1022&context=aer

Suurtamm, C., Thompson, D., Kim, R., Moreno, L., Sayac, N., Silver, E., . . . Vos, P. (2016). Assessment in Mathematics Education: Large-Scale Assessment and Classroom Assessment. U *Teaching and Learning.* Faculty Publications. Dohvaćeno iz https://digitalcommons.usf.edu/tal_facpub/3?utm_source=digitalcommons.usf.edu%2Ftal_facpub%2F3&utm_medium=PDF&utm_campaign=PDFCoverPages

Suzuki, S. (2012). The Kyoto School and J.F. Herbart. U P. Standish i N. Saito, *Education and the Kyoto School of Philosophy: Pedagogy for Human Transformation* (str. 41-53). Springer.

Swan, M. i Burkhardt, H. (2012). A Designer Speaks. *Educational Designer, 2*(5). Dohvaćeno iz https://www.educationaldesigner.org/ed/volume2/issue5/article19/

Šimić Šašić, S. (2011). Interakcija nastavnik-učenik: Teorije i mjerenje. *Psihologijske teme, 20*(2), str. 233-260.

Škola za život. (2019). *Škola za život*. Dohvaćeno iz www.skolazazivot.hr

Tavakol, M., & Dennick, R. (2020). Making Sense of Cronbach's Alpha. *International Journal of Medical Education*(2), str. 53-55. doi:10.5116/ijme.4dfb.8dfd

Terhart, E. (2001). *Metode poučavanja i učenja.* Zagreb: Educa.

Tharp. R., G. R. (1988). *Rousing minds to life: Teaching, learning, and school in social context.* Cambridge, England: Cambridge University Press.

Thurlings, M., Vermeulen, M., Bastiaens, T. i Stijnen, S. (2013). Understanding feedback: A learning theory perspective. *Educational Research Review, 9*, str. 1-15.

Tillema, H. i Smith, K. (2000). Learning from portfolios: Differential use of feedback in portfolio construction. *Studies in Educational Evaluation, 26*(3), str. 193-210.

Timmerman, C. i Kruepke, K. (2006). Computer-assisted instruction, media richness, and college student performance. *Communication Education, 1*, str. 73-104.

Timperley, H. i Parr, J. (2005). *Literacy professional developmentproject.* Wellington: New Zealand Ministry of Education.

Trowsdale, D. i McKay, A. (2023). EdVee: A Visual Diagnostic and Course Design Tool for Constructive Alignment. *Teaching & learning inquiry*(11), str. 1-26. doi:https://doi.org/10.20343/teachlearninqu.11.3

Trupčević, G. i Glasnović Gracin, D. (2014). "Što bi kad bi...?“ Metodički razlozi ZA upotrebu pogodbenih rečenica u matematičkim zadatcima. *Matematika i škola*, str. 147-154.

Tsuei, M. (2012). Using synchronous peer tutoring system to promote elementary students' learning in mathematics. *Computers & Education, 4*, str. 1171-1182.

Tunstall, P. i Gipps, C. (1996). Teacher feedback to ypung childeren in formative assessment: a typology. *British educational reasrch association, 22*(4), str. 389-404.

Turner, J. C. (2002). The classroom environment and students` reports of avoidance strategies in mathematics: A multimethod study. *Journal of Educational Psychology, 1*, str. 88-106. doi:https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.1.88

Van Beuningen, C., de Jong, N. i Kuiken, F. (2012). Evidence on the effectiveness of comprehensive error correction in second language writing. *Language Learning, 62*(1), str. 1-41. doi:10.1111/j.1467-9922.2011.00674.x

van der Kleij, F. (n.d.). Comparison of teacher and student perceptions of student characteristics. *Teaching and Teacher Education*, str. 175-189.

van der Kleij, F., Eggen, T., Timmers, C. i Veldkamp, B. (2012). Effects of feedback in a computer-based assessment for learning. *Computers & Education*, str. 263-272.

van der Kleij, F., Feskens, R. i Eggen, T. (2015). Effects of feedback in computer-based learning environment on students' learning outcomes: A meta-analysis. *Review of Educational Research, 4*, str. 475-511.

van Manen, M. (1991). *The tact of teaching: The meaning of pedagogical thoughtfulness.* London: Althouse Press.

van Manen, M. (2015). *Pedagogical tact: Knowing what to do when you don't know what to do.* Routledge.

Vidić, T. (2015). Stavovi učenika osnovne škole prema matematici. *Napredak, 157*(1-2), str. 11-32.

Viezk-Vidović, V., Vlahović- Štetić, V., Arambašić, L. i Slaviček, M. (1997). Konativne i emocionalne karakteristike matematički nadarene i prosječno sposobne djece,. *Društvena istraživanja: časopis za opća društvena pitanja, 6*(4-5(30-31)), str. 619-634.

Vincelette, E. i Bostic, T. (2013). Show and tell: student and instructor perceptions of screencast assessment. *Assessing WritingAssessing Writing*, str. 257–277.

Vinson, B. (2001). A Comparison of Pre-Service Teachers' Mathematics Anxiety before and after a Methods Class Emphasizing Manipulatives. *Early Childhood Education Journal*, str. 89-94. doi:http://dx.doi.org/10.1023/A:1012568711257

Virtanen, P. i Nevgi, A. (2010). Disciplinary and gender differences among higher education students in self-regulated learning strategies. *Educational Psychology*, str. 323-347.

Vizek Vidović, V., Vlahović-Štetić, V., Rijavec, M. i Miljković, D. (2003). *Psihologija obrazovanja.* Zagreb: IEP-VERN'.

Vrcelj, S., Kušić, S. i Čekolj, N. (2023). Zašto je (ne)važan pedagoški takt? *Metodički ogledi, 2*, str. 11-27.

Vujasin Ilić, V. i Gortan, R. (2014). Novi pogled na način ocjenjivanja pisanih provjera. *Šesti hrvatski susret kvalitetnih škola - Labin Kvaš '14 "Snaga naših škola".* Labin. Preuzeto 23. 5 2022 iz http://www.ssmb.hr/libraries/0000/7035/Vesna_Vujasin_Ili%C4%87__Robert_Gortan_Novi_pogled_na_nacin_ocjenjivanja_pisanih_provjera.pdf

Vuk, R. (2009). Strategije učenja i poučavanja. *Geografski horizont*(1), str. 51-58.

Vygotsky, L. (1962). *Thought and language.* New York: Wiley.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. U M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner i E. Souberman, *Mind in society: The development of higher psychological processes* (str. 79-91). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wagner, E. (1994). In support of a functional definition of interaction. *American Journal of Distance Education, 8*(2), str. 6-26.

Walker, J. (1992). A Philosophy of Leadership in Curriculum Development: A Pragmatic and Holistic Approach. *Educative Leadership*(47).

Wang, M., Heartel, G. i Walberg, H. (1993). Toward a knowledge base for school learning. *Review of Educational Research, 63*(3), str. 249-294.
Weaver, M. (2006). Do students value feedback? Students perceptions of tutors' written responses. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 31*(3), str. 379-394.
Webb, N. (2002). *Depth-of-Knowledge Levels for Four Content Areas.* Madison: Wisconsin Center for Educational Research.
Wecker, C., Vogel, F. i Hetmanek, A. (2017). Visionär und imposant-aber auch belastbar? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 20*, str. 21-40.
Wentzel, K. i Erdley, C. (1993). Strategies for making friends: Relations to social behavior and peer acceptance in early adolescence. *Developmental Psychology, 29*, str. 819-826.
Werts, M., Wolery, M., Holcombe, A. i Gast, D. (1995). Instructive feedback: Review of parameters and effects. *Journal of Behavioural Education, 5*(1), str. 55-75.
White, B. i Frederiksen, J. (1998). Inquiry, modeling and metacognition: Making science accessible to all students. *Cognition and Instruction, 18*, str. 3-118.
Wiggins, G. (2012). Seven keys to effective feedback. *Educational Leadership, 1*, str. 10-16.
Wiggins, G. i McTighe, J. (2005). *Understanding by Design.* ASCD. Dohvaćeno iz https://andymatuschak.org/files/papers/Wiggins,%20McTighe%20-%202005%20-%20Understanding%20by%20design.pdf
Wigglesworth, G. i Storch, N. (2012). Feedback and writing development through collaboration: A socio-cultural approach. U R. Manchón, *L2 writing development: Multiple perspectives* (str. 69-101). De Gruyter Mouton.
Wilkinson, S. S. (1981). The relationship of teacher praise and student achievement: A meta-analysis of selected research. *Dissertation Abstracts International, 41(9-A),, 41*(9-A), str. 3998.
William, D. (1999). Formative assessment in mathematics: Part2: Feedback,. *Equals: Mathematics and Special Educational Needs, 5*(3), str. 8-11.
Wiliam, D. (2011). *Embedded formative assessment.* Bloomington, IN: Solution Tree Press.
William, D. (2012a). *Formative assessment: definitions and relationships.* Dohvaćeno iz https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/1507217/1/Wiliam2011What2.pdf
Wiliam, D. (2012b). Feedback: Part of the system. *Educational Leadership, 1*, str. 31-34.
Wiliam, D., Lee, C., Harrison, C. i Black, P. (2004). Teachers developing assessment for learning: Impact on student achievement. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 1*, str. 49-65.
Winne, P. H. (1994). Student Cognition in learning from teaching. U T. H. (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (str. 5738-5745). Oxford, UK: Pergamon.
Winne, P. i Butler, D. (1994). Student Cognition in learning from teaching. U T. H. (Eds.) i T. Postlewaite, *International Encyclopedia of Education* (str. 5738-5745). Oxford, UK: Pergamon.
Wisdom, J. (2001). Programme Specifications—What's the Outcome. *Educational Developments*(2), str. 1-3.
Wisniewski, B., Zierer, K. i Hattie, J. (2019). The Power of Feedback Revisited: A Meta-Analysis of Educational Feedback Research. *Frontiers in Psychology, 10*, str. 1-14.
Wood, D. (2005). *Kako djeca uče i misle.* Zagreb: Educa.
Wood, D., Bruner, J. i Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17*, str. 89-100.
Woolfolk, A., Winne, P. H. i Perry, N. E. (2015). *Educational psychology.* Pearson Canada.
Wreck, C., Vogel, F. i Hetmanek, A. (2017). Visionär und imposant-aber auch belastbar? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 20*, str. 21-40.

Wubbels, T. (1993). *Teacher-Student Relationships in Science and Mathematics Classes. What Research Says to the Science and Mathematics Teacher.* Perth: National Key Centre for School Science and Mathematics.

Wubbels, T., Brekelmans, M. i Hooymayers, H. (1991). Interpersonal teacher behavior in the classroom. U B. Fraser i H. Walberg, *Educational environments: Evaluation, antecedents and consequences* (str. 141-160). Pergamon Press.

Wubbels, T. i Levy, J. (1991). A comparison of interpersonal behaviour of Dutch and American teachers. *International Journal of Intercultural Relations*(15), str. 1-18.

Wubbels, T., Creton, H. i Holvast, A. (1988). Undesirable classroom situations: A system communication perspective. *Interchange*(19), str. 25-42.

Wubbels, T., Tartwijk, J. i Brekelmans, M. (1995). An Interpersonal Perspective on Teacher Behaviour in the Classroom. *European Conference on Educational Research (ECER)*, (str. 1-22). Bath: England.

Yang, M., Badger, R. i Yu, Z. (2006). A comparative study of peer and teacher feedback in a Chinese EFL writing class. *Journal of Second Language Writing, 3*, str. 179-200.

Yekani, R., Bluteau, S. i Omelon, S. (2019). THE EFFECT OF STUDENT REFLECTION QUALITY ON A TECHNICAL WRITING ASSIGNMENT RESUBMISSION. *Proceedings 2019 Canadian Engineering Education Association (CEEA-ACEG19) Conference* (str. 9-12). University of Ottawa.

Yoon, J. (2002). Teachers characteristics as predictors of teacher-student relationships: Stress, negative affect, and self efficacy. *Social Behavior and Personality, 30*(5), str. 485-494.

Zimmerman, B. J. (2000). Attaining Self-regulation: A social cognitive perspective. U M.Boekaerts, P. Pintrich i M. Zeidner, *Handbook of Self-Regulation* (str. 13-36). San Diego, CA: Academic Press.

Zhang, J., Gao, M., Holmes, W., Mavrikis, M. i Ma, N. (2019). Interaction patterns in exploratory learning environments for mathematics: a sequential analysis of feedback and external representations in Chinese schools. *Interactive Learning Environments, 7*, str. 1211-1228. doi:10.1080/10494820.2019.1620290

Zeng, W., Huang, F., Yu, L. i Chen, S. (2018). Towards a learning-oriented assessment to improve students' learning—a critical review of literature. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 30*, str. 211-250.

PRILOG A

	DEFINICIJA (1a,c,d; 4c,d,e)	AKTIVNOSTI, METODE, NAČINI (2,3,4b)	TEORIJA (1b; 4a,f; 5a,b,c; 6a,b,d,c,e; 7, 8a,b,c,d)	EVALUACIJA (10a,b,c,d,e)	KREIRANJE (9a,b,c)
K1 11/40	0/6 Povratnu informaciju usmjerava na osobu.	3,5/4 Navodi različite vrste aktivnosti i razlikuje učinkovitost povinf obzirom na medij. Uočava specifičnosti i potrebe davanja povinf na individualnoj i grupnoj razini.	4/17	2/7 Ne prepoznaje učinkovite povratne informacije, a učinkovitost isključivo vezuje uz količinu teksta. Pritom ističe potrebu samo davanja FF.	1,5/6 Kreira povinf samo za 1 primjer, djelomično (daje dobar FF).
K2 15/40	0/6 Davanje konkretnih rješenja	2,5/4 Aktivnosti uglavnom izlazne kartice putem različitih medija. Poznavanje da je potrebno POVINF dati individualno.	3/17	5,5/7 Prepoznaje segmente unutar povratne informacije koji su dobro konstruirani te gdje treba i kakvo poboljšanje (ipak ne navodi u svim primjerima)	4/6 U potpunosti daje učinkovitu povinf za T zadatke, a kod netočnih i djelomično točnih samo FB te konkretna rješenja zadatka na nejasan način.
E1 27,5/40	2,5/6 Povezuje povratnu informaciju s FB, ali i evaluativnim povratnim	2,5/4 Navodi različite vrste aktivnosti, ali ne razlikuje učinkovitost povinf obzirom na medij. Uočava	11/17	6/7 U velikoj mjeri prepoznaje učinkovitost dane povratne informacije, djelomično	5,5/6 Daje FB, FF, FU uglavnom uspješno. Formulira povinf u obliku pitanja te daje različite

	informacijama te pohvalama.	specifičnosti i potrebe davanja povinf na individualnoj i grupnoj razini.		obrazlaže zašto je neka povinf učinkovita ili ne, ali izdvaja točne segmente kada ona nije učinkovita i ispravlja ih.	oblike ovisno o predznanju učenika. Ne daje konkretna rješenja.
E2 27,5/40	3,5/6 Povezuje povratnu informaciju s FB i FU, ali i s pohvalama.	2,5/4 Navodi različite vrste aktivnosti, ali ne razlikuje učinkovitost povinf obzirom na medij. Uočava specifičnosti i potrebe davanja povinf na individualnoj i grupnoj razini.	10/17	6/7 U velikoj mjeri prepoznaje učinkovitost dane povratne informacije, djelomično obrazlaže zašto je neka povinf učinkovita ili ne, ali izdvaja točne segmente kada ona nije učinkovita i ispravlja ih.	5,5/6 Daje FB, FF, FU uglavnom uspješno. Formulira povinf u obliku pitanja te daje različite oblike ovisno o predznanju učenika. Ponekad daje konkretna rješenja.
E3 29/40	3/6 Povezuje povratnu informaciju s FB i FU, ali i pohvalama.	2,5/6 Navodi različite vrste aktivnosti, ali ne razlikuje učinkovitost povinf obzirom na medij. Uočava specifičnosti i potrebe davanja povinf na individualnoj razini.	12,5/17	6/7 U velikoj mjeri prepoznaje učinkovitost dane povratne informacije, djelomično obrazlaže zašto je neka povinf učinkovita ili ne, ali izdvaja točne segmente kada ona nije učinkovita i ispravlja ih.	5/6 Daje FB, FF, FU uglavnom uspješno. Formulira povinf u obliku pitanja te daje različite oblike ovisno o predznanju učenika, ali daje i pohvale. Ne daje konkretna rješenja.

PRILOG B

1. Popunite:

DEFINICIJA		PITANJA NA KOJA ODGOVARA
	UČINKOVITA	
PRIMJER		PROTUPRIMJER

2. Navedi 3 primjera aktivnosti davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima.

3. Poredajte od najmanje učinkovitog do najviše učinkovitog oblika davanja povratne informacije:

   Digitalno Verbalno Pisano

4. Za svaku od tvrdnji odredi vrijedi li uvijek, ponekad ili nikad. Uz to obrazloži svoj zaključak.

Najučinkovitija je povratna informacija koja je dana trenutno. UVIJEK PONEKAD NIKAD	
Najučinkovitija je povratna informacija kad je dana na grupnoj razini. UVIJEK PONEKAD NIKAD	
Povratna informacija je najučinkovitija ako sadrži pohvalu. UVIJEK PONEKAD NIKAD	
Povratna informacija može biti evaluativnog karaktera. UVIJEK PONEKAD NIKAD	

Učinkovita povratna informacija može biti neodobravajuća (negativna). UVIJEK PONEKAD NIKAD	
Za formuliranje povratne informacije koriste se upitne rečenice. UVIJEK PONEKAD NIKAD	

5. Navedi 3 primjera kada je povratna informacija neučinkovita, 2 primjera kada je poželjna trenutna intervencija s povratnom informacijom te 1 primjer kada je nepoželjno dati povratnu informaciju.

6. Zaokruži DA ili NE i obrazloži.

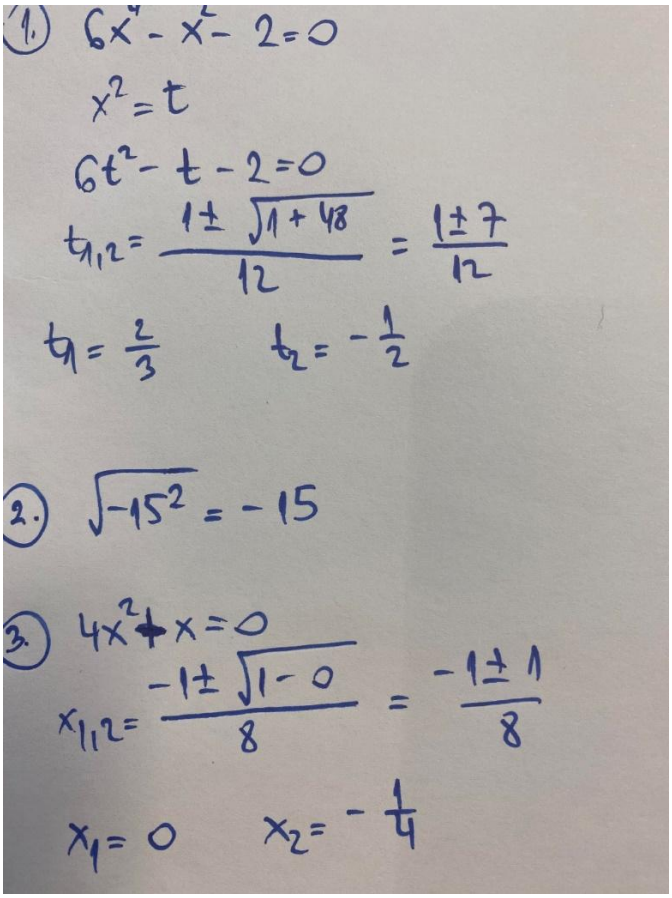
Učenicima koji samostalno ostvaruju zadani ishod nije potrebna povratna informacija. DA NE	
Razina davanja povratne informacije ovisi o predznanju učenika. DA NE	
Kvalitetno sastavljena povratna informacija jednako je učinkovita za sve učenike. DA NE	
Razina i način davanja učinkovite povratne informacije ovisi o vrsti i složenosti zadatka. DA NE	
Složenost povratne informacije utječe na njezinu učinkovitost. DA NE	

7. Navedite što mislite da su preduvjeti da bi dana povratna informacija bila učinkovita za učenika?

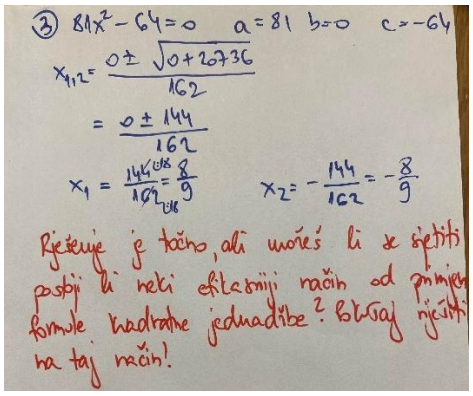
8. Poveži razinu na kojoj je dana povratna informacija s njenim karakteristikama:

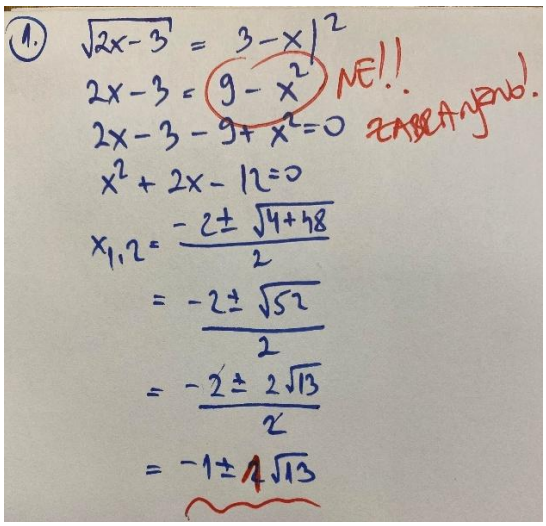
1. Zadatak	A. uključuje informacije o greškama
2. Proces izvršenja zadatka	B. učinkovita je u ispravljanju miskoncepcija
3. Osobu	C. ne doprinosi daljnjem napretku u učenju
4. Samoregulaciju	D. daje informaciju o pristupu zadatku
	E. daje informaciju o učinkovitosti odabrane strategije rješavanja zadatka
	F. predlaže alternativne strategije rješavanja zadatka
	G. povećava samoefikasnost
	H. doprinosi razvoju samoevaluacije i samoprocjeni
	I. ne doprinosi učenju
	J. može imati negativan utjecaj
	K. doprinosi uvjerenju da trud ne utječe na uspjeh
	L. razina koja nudi najmanje mogućnosti za daljnje učenje
	M. razina koja nudi najviše mogućnosti za daljnje učenje

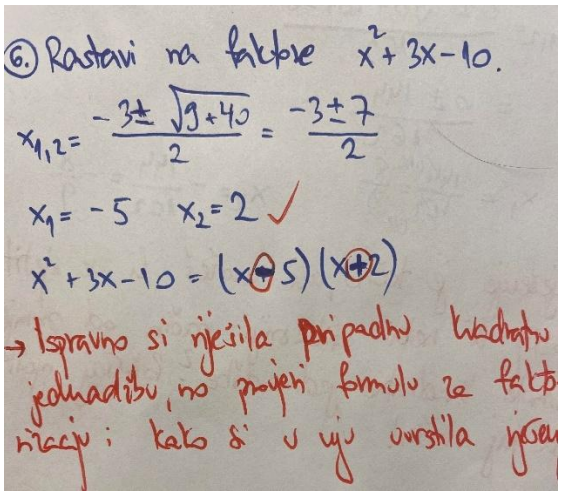
9. Za sljedeće zadatke (učenika 2. razreda srednje škole) formulirajte učinkovite povratne informacije:

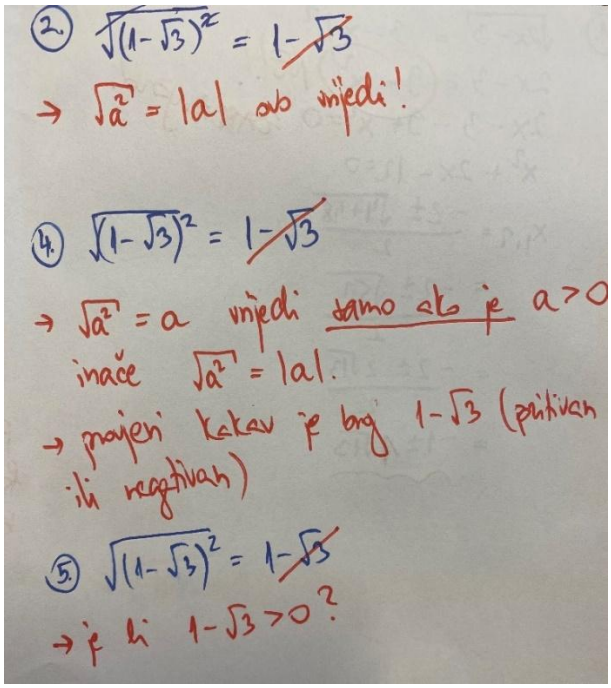


10. Ocijeni je li dana povratna informacija učinkovita ili ne. Obrazloži.

a. 

b. 

c. 

d. 

e. Zadan je zadatak: *Riješi jednadžbu* $x^3 + 7^3 = 0$, no učenik ne zna kako započeti. Koja od povratnih informacija je najbolja opcija?

I. Započne mu zadatak, $(x + 7)(x^2 - 7x + 49) = 0$.

II. Kaže mu da primijeni formulu za zbroj kubova.

III. Kaže mu da je ovo jednadžba koja se svodi na kvadratnu i to jednadžba višeg stupnja te da se one najčešće svode na kvadratne grupiranjem i rastavljanjem na faktore.

PRILOG C

Poštovani,

pred Vama se nalazi upitnik kreiran za potrebe izrade doktorske disertacije naslova *Utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima na postignuća srednjoškolskoj nastavi matematike*, doktorandice poslijediplomskog sveučilišnog studija Pedagogija i kultura suvremene škole pri Filozofskom fakultetu u Osijeku, Amande Glavaš.

Upitnik se sastoji od 2 djela. Prvi dio ispituje općenite informacije o Vama i Vašem srednjoškolskom obrazovanju dok drugi dio ispituje Vaše viđenje nastavnice iz matematike – njezino ponašanje i odnos prema Vama.

U ovom upitniku nema točnih ili netočnih odgovora – upitnik je isključivo Vaša percepcija nastavnice u Vašoj srednjoj školi. Molim Vas da pažljivo pročitate tvrdnje koje su pred Vama te da iskreno odgovorite na sve tvrdnje.

Upitnik je u potpunosti anoniman, dani odgovori neće biti dostupni na uvid Vašoj nastavnici, a podatci će se koristiti isključivo za potrebe istraživanja pri izradi doktorske disertacije.

Hvala Vam na sudjelovanju i pomoći u prikupljanju podataka za izradu disertacije!

Pred Vama se nalaze neke opće informacije o Vama te Vas molim da ih ispunite na način da ih ili zaokružite ili napišete:

1. Šifra (napišite 5-eroznamenkasti broj i jednu riječ):
   _____
2. Spol (zaokružite): M Ž
3. Škola (navedite naziv):
   _____
4. Razredni odjel (upišite naziv, npr. 2.a, 2. rt,…): _____
5. Zaključna ocjena iz matematike na kraju prošle školske godine (navedite): _____

Pred Vama se nalazi upitnik o Vašem viđenju nastavnice iz matematike u Vašoj srednjoj školi – ponašanje nastavnice i njen odnos prema Vama.

Molim Vas da na ponuđene tvrdnje odgovorite zaokruživanjem broja od 1 do 5, pri čemu brojevi znače sljedeće:

1 – nikad
2 – rijetko
3 – ponekad
4 – često
5 – uvijek

Na primjer:

0.	*Nastavnica se jasno izražava.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*

Ako mislite da se nastavnica uvijek jasno izražava, zaokružite 5. Ukoliko mislite da se nikad ne izražava jasno, zaokružite 1. Također, možete zaokružiti i neki od brojeva koji se nalaze između, tj. 2, 3 ili 4.

Molim Vas procijenite sljedeće tvrdnje:

1.	Nastavnica entuzijastično govori o matematici.	1	2	3	4	5
2.	Nastavnica nam vjeruje.	1	2	3	4	5
3.	Nastavnica se čini nesigurna.	1	2	3	4	5
4.	Nastavnica se naljuti neočekivano.	1	2	3	4	5
5.	Nastavnica jasno objašnjava.	1	2	3	4	5
6.	Ako se ne slažemo s nastavnicom, možemo o tome porazgovarati s njom.	1	2	3	4	5
7.	Nastavnica je neodlučna.	1	2	3	4	5
8.	Nastavnica se brzo naljuti.	1	2	3	4	5
9.	Nastavnica ima/drži našu pažnju.	1	2	3	4	5
10.	Nastavnica je voljna ponovno objasniti stvari koje su nam nejasne.	1	2	3	4	5
11.	Nastavnica se ponaša kao da ne zna što bi radila.	1	2	3	4	5
12.	Kada prekršimo neko pravilo, nastavnica prebrzo reagira u korigiranju.	1	2	3	4	5

13.	Nastavnica zna sve što se događa u razredu.	1	2	3	4	5
14.	Ukoliko imamo nešto za reći, nastavnica će nas poslušati.	1	2	3	4	5
15.	Nastavnica nam dopušta da joj šefujemo.	1	2	3	4	5
16.	Nastavnica je nestrpljiva.	1	2	3	4	5
17.	Nastavnica je dobar vođa.	1	2	3	4	5
18.	Nastavnica uočava kada nešto ne razumijemo.	1	2	3	4	5
19.	Nastavnica ne zna što da radi kada stvaramo nered.	1	2	3	4	5
20.	Lako se upustiti u svađu s nastavnicom.	1	2	3	4	5
21.	Nastavnica se ponaša samouvjereno.	1	2	3	4	5
22.	Nastavnica je strpljiva.	1	2	3	4	5
23.	Nastavnicu je lako ismijati.	1	2	3	4	5
24.	Nastavnica je sarkastična.	1	2	3	4	5
25.	Nastavnica nam pomaže u radu.	1	2	3	4	5
26.	U nastavi kod nastavnice sudjelujemo u odlučivanju o nekim stvarima.	1	2	3	4	5
27.	Nastavnica misli da varamo.	1	2	3	4	5

28.	Nastavnica je stroga.	1	2	3	4	5
29.	Nastavnica je prijateljski raspoložena prema nama.	1	2	3	4	5
30.	Možemo utjecati na nastavnicu.	1	2	3	4	5
31.	Nastavnica misli da mi ništa ne znamo.	1	2	3	4	5
32.	U razredu nastavnice moramo biti u tišini.	1	2	3	4	5
33.	Na ovu se nastavnicu možemo osloniti.	1	2	3	4	5
34.	Nastavnica nam dopušta da se glupiramo pod nastavom.	1	2	3	4	5
35.	Nastavnica nas omalovažava.	1	2	3	4	5
36.	Ispiti ove nastavnice su preteški.	1	2	3	4	5
37.	Nastavnica ima dobar smisao za humor.	1	2	3	4	5
38.	Nastavnica nam svašta dopušta na satu.	1	2	3	4	5
39.	Nastavnica misli da ne možemo odraditi stvari kako treba.	1	2	3	4	5
40.	Zahtjevi ove nastavnice su jako visoki.	1	2	3	4	5
41.	Nastavnica zna primiti šalu.	1	2	3	4	5
42.	Nastavnica nam daje puno slobodnog vremena na satu.	1	2	3	4	5
43.	Nastavnica se čini kao da je nezadovoljna.	1	2	3	4	5

44.	Nastavnica je stroga u ocjenjivanju.	1	2	3	4	5
45.	Kod nastavnice je ugodno na satu.	1	2	3	4	5
46.	Nastavnica je popustljiva.	1	2	3	4	5
47.	Nastavnica je sumnjičava.	1	2	3	4	5
48.	Bojimo se ove nastavnice.	1	2	3	4	5

Link na upitnik:
https://docs.google.com/forms/d/1VZBoHdjvaZlDjDG070vjqbK1dqwapTyHqvkRXV1Xkf0/edit

PRILOG D

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FILOZOFSKI FAKULTET

KLASA: 602-04/20-04/88
URBROJ: 2158-83-07-20-3
Osijek, 3. rujna 2020.

Filozofski fakultet Osijek
Etičko povjerenstvo
Lorenza Jägera 9
31000 Osijek

MIŠLJENJE ETIČKOG POVJERENSTVA

Izv. prof. dr. sci. Renata Jukić podnijela je 25. kolovoza 2020. Etičkom povjerenstvu Filozofskog fakulteta Osijek zahtjev procjene usklađenosti prijedloga istraživanja pod naslovom "Utjecaj davanja učinkovite povratne informacije nastavnika učenicima na postignuća u srednjoškolskoj nastavi matematike", Amande Glavaš, s Etičkim kodeksom Sveučilišta J. J. Strossmayer u Osijeku a u svrhu izrade doktorske disertacije.

Etičko povjerenstvo Filozofskog fakulteta Osijek proučilo je priloženu dokumentaciju te na sastanku održanom elektroničkim putem 31. VIII-2. IX. 2020. (23.e-sjednici) zaključilo da je predloženo istraživanje u skladu s odredbama Etičkog kodeksa Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku i može se provesti kako je planirano u priloženoj dokumentaciji.

Predsjednik Etičkog povjerenstva
Marijan Krivak, prof. dr. sci.

Dostavljeno:
1. izv. prof. dr. sc. Renata Jukić
2. Pismohrana

ŽIVOTOPIS AUTORA

Amanda Glavaš (r.Staščik) rođena je 16. kolovoza 1992. godine u Osijeku. Završila je Osnovnu školu Tina Ujevića te I. gimnaziju u Osijeku. Tijekom srednjoškolskog obrazovanja pohađala fakultativni predmet naprednog njemačkog te je stekla diplomu DSD poznavanja njemačkog jezika (B2/C1). Tijekom osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja aktivno je i natjecateljski trenirala karate, nositeljica je crnog pojasa 1. Dan te je osvajačica brojnih državnih i međunarodnih medalja.

Akademske godine 2015./2016. završila je integrirani sveučilišni nastavnički studij Matematike i Informatike na Odjelu za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te time stekla akademski naziv magistre edukacije matematike i informatike. Po završetku studija zaposlila se kao nastavnica matematike u Strojarskoj tehničkoj školi Osijek gdje je stekla vrijedno praktično iskustvo u trajanju više od 3 godine. U akademskoj godini 2018./2019. upisala je poslijediplomski studij Pedagogija i kultura suvremene škole na Filozofskom fakultetu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.

U studenom 2019. godine počinje raditi kao asistentica na Katedri za zajedničke sadržaje Filozofskog fakulteta u Osijeku gdje je zaposlena i do danas. Tijekom rada predložila je nova četiri kolegija za izvođenje na preddiplomskom i/ili diplomskom studiju: Osnove informatike, Digitalni alati u nastavi, Digitalne kompetencije i Inkubator poduzetnosti i kreativnosti koji su prihvaćeni od strane nadležnih stručnih tijela Fakulteta i Sveučilišta. Tijekom akademskih godina 2019./2020., 2020/2021., 2021./2022., 2022./2023., 2023./2024., 2024./2025., 2025./2026. sudjelovala je u izvođenju vježbi i/ili seminara iz sljedećih kolegija: Baze podataka, Osnove informatike, Digitalne kompetencije, Digitalni alati u nastavi, Teorije kurikuluma i Vrednovanje u odgoju i obrazovanju. U više navrata imenovana je predsjednicom ili članicom Stručnog povjerenstva za prosudbu školskih udžbenika iz matematike i informatike za osnovnu i srednju školu.

Bila je članica Povjerenstva za provođenje unutarnje prosudbe sustava za osiguravanje kvalitete, Povjerenstva za upravljanje kvalitetom i društvenom ulogom fakulteta, Povjerenstva za upravljanje rizicima, Član odbora za opće akte, a trenutno je članica Povjerenstva za suradnju sa zajednicom i članica Fakultetskog vijeća Filozofskog fakulteta u Osijeku.

Trenutno sudjeluje na dva kompetitivna projekta kao suradnik: „Digitalna ADAPTacija mladih odraslih – prilagodba digitalnom i obrazovnom okruženju u kontekstu mentalnog zdravlja i rizičnog ponašanja u vrijeme „odraslosti u nastajanju“ D-ADAPT (581-UNIOS-62) koji financira Europska unija – NextGenerationEU i „Croatia, Hungary, and Romani: Inclusive

Solutions for Harmonized Education“ CHERISCH (HUHR/2401), koji financira Europska unija u okviru program prekogranične suradnje Mađarska – Hrvatska 2021.-2027.

Područja su njezinog znanstvenog i stručnog interesa vrednovanje u nastavi, metodika nastave matematike, umjetna inteligencija u nastavi, primjena escape room igara u nastavi i udžbenici u nastavi. Redovito se znanstveno i stručno usavršava na međunarodnim i domaćim skupovima i konferencijama. Osim toga, održala je više radionica stručnog usavršavanja za kolege na Fakultetu, aktivnosti za popularizaciju znanosti u sklopu Dana karijera, Festivala znanosti i sl. Dosad je objavila 14 znanstvenih i stručnih radova iz područja pedagogije i interdisciplinarnih društvenih znanosti. Prema Google Scholar akademskoj tražilici citirana je 70 puta s pripadajućim H-indeksom 3, odnosno i10-indeksom 2.

Popis objavljenih radova i sudjelovanja na konferencijama:

1. Glavaš, Amanda

A Socio-Constructivist Conceptual and Design Framework for Educational Escape Room Games // Education sciences, 16 (2026), 3; 375, 22. doi: 10.3390/educsci16030375

2. Glavaš, Amanda; Staščik, Azra

Possibilities of using GAI (ChatGPT-4o) for creating lesson plans // ATEE Annual Conference 2025 The Making of Authentic Teachers in Ages of Artificiality?: Dublin, Ireland.

3. Glavaš, Amanda; Staščik, Azra; Jukić, Renata

Evaluation of lesson plan generated by ChatGPT 4.0: focus group // 48th ICT and Electronics Convention MIPRO 2025 / Skala, Karolj (ur.).

Rijeka: Croatian Society for Information, Communication and Electronic Technology – MIPRO, 2025. str. 706-711

4. Staščik, Azra; Glavaš, Amanda

Mathematical Essay as Method for Assessing Mathematical Communication Skills // Metodički ogledi, 30 (2024), 2; 213-238. doi: 10.21464/mo.30.2.2

5. Glavaš, Amanda ; Marković, Darija

The Role of Informatics Textbooks in Primary School in Croatia // MIPRO 2023: 46th ICT and Electronics Convention.

Opatija: Hrvatska udruga za informacijsku i komunikacijsku tehnologiju, elektroniku i mikroelektroniku - MIPRO, 2023. str. 863-868

6. Glavaš, Amanda ; Ljubić, Kristina

Primjena matematičkog jezika u raz(govornom) jeziku // Matematika i škola, (2023), 120; 195-202

7. Glavaš, Amanda ; Staščik, Azra

Je li vrijeme za promjenu sustava ocjenjivanja u osnovnoškolskom obrazovanju u Hrvatskoj? // MEĐUNARODNI INTERDISCIPLINARNI 2. KONGRES CENTRA ZA INTERDISCIPLINARNA ISTRAŽIVANJA FILOZOFSKOG FAKULTETA OSIJEK: »Izazovi obrazovanja« Book of abstracts.

Osijek: Filozofski fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2022. str. 39-40

8. Staščik, Azra ; Glavaš, Amanda ; Glavaš, Filip

Regulation of the legal protection of individual in digital environment within the Croatian educational system // Central European Conference on Information and Intelligent Systems 2022: Proceedings of 33rd International Scientific Conference CECIIS / Vrček, Neven ; Guàrdia, Lourdes ; Grd, Petra (ur.).

Varaždin: Fakultet organizacije i informatike Sveučilišta u Zagrebu, 2022. str. 117-135

9. Glavaš, Amanda

Pregled istraživanja o funkcijama državne mature u Republici Hrvatskoj // Kultura suvremene škole: Zbornik radova Prvog znanstvenog kolokvija Poslijediplomskog sveučilišnog studija Pedagogija i kultura suvremene škole.

Osijek: Filozofski fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2022. str. 92-103

10. Glavaš, Amanda ; Staščik, Azra

Essay as technique of assessing the element of mathematical communication // PROGRAM & BOOK OF ABSTRACTS.

2021. str. 39-39.

11. Batur, Iva ; Glavaš, Amanda

Djeca s posebnim potrebama u vertikali hrvatskog odgojno-obrazovnog sustava: komparativna analiza zakonske regulative // Školski vjesnik : časopis za pedagoška i školska pitanja, 70 (2021), 2; 293-320. doi: 10.38003/sv.70.2.13

12. Glavaš, Amanda ; Jukić Matić, Ljerka ; Prša, Sara

Upper-secondary teachers' perceptions of the Matura exam in mathematics // Metodički ogledi, 28 (2021), 1; 217-242. doi: 10.21464/mo.28.1.12

13. Staščik, Azra ; Glavaš, Amanda

Esej iz matematike // Poučak : časopis za metodiku i nastavu matematike, 20 (2019), 79; 30-43

14. Glavaš, Amanda ; Staščik, Azra ; Jukić Matić, Ljerka

What types of knowledge do mathematics textbooks promote? // Towards new perspectives on mathematics education.

Osijek: Fakultet za odgojne i obrazovne znanosti Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku ; Odjel za matematiku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2019. str. 229-241

15. Staščik, Azra ; Glavaš, Amanda

Esej iz matematike // Osmi kongres nastavnika matematike.

Zagreb: Hrvatsko matematičko društvo, 2018. str. 161-162

16. Glavaš, Amanda ; Hrastinski, Valentina

Pandorina kutija - escape room u nastavi // Inovativna nastava matematike.

Osijek: Udruga matematičara Osijek, 2018. str. 48-49

17. Marković, Darija ; Glavaš, Amanda

Nestandardni matematički zadatci i monotone funkcije // Osječki matematički list, 18 (2018), 1; 15-24

18. Glavaš, Amanda ; Staščik, Azra

Enhancing positive attitude towards mathematics through introducing Escape Room games // Mathematics education as a science and a profession.

Osijek: Element, 2017. str. 281-294